



А. С. Бешанова

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ КОРИСНИХ КОПАЛИН З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДА ІНТЕРЛІНАЦІЇ

Тези посвячені розвитку методів математичного моделювання просторового розподілу корисних копалин з використанням даних про розподіл у похилих свердловинах за допомогою методу інтерлінації функцій.

Ключові слова: інтерлінація функцій

1. Вступ

Дана праця присвячена розвитку методів математичного моделювання у цій сфері знань з використанням найсучасніших досягнень теорії наближення функцій багатьох змінних і з метою піднесення відношення до математичного моделювання в цій сфері знань до рівня, притаманного значній кількості наукових і технічних напрямів.

Зокрема, у вугледобувній промисловості рентабельність, технологія, ефективність та безпека праці залежать від геологічних умов розроблюваних родовищ, тобто від структури кори Землі. Очевидним є зростання механізації та автоматизації виробничих процесів, збільшення виробничих потужностей, використання нових технологій розробки родовищ. Це зумовлює підвищені вимоги до повноти і вірогідності використовуваних даних щодо структури земної кори, а також до методів їх отримання, обробки і використання.

2. Постановка проблеми

Розміщення свердловин на поверхні Землі є нерегулярним, тобто їхні координати (x_k, y_k) , $k=1, N$, не мають явного аналітичного зв'язку. Як відомо, в цьому випадку задача побудови інтерполяційного полінома $P_N(x, y)$ з N коефіцієнтами і властивостями $P_N(x_k, y_k) = f_k$, $k=1, N$ (f_k , $k=1, N$, задані) може не мати єдиного розв'язання. У праці Лотара Коллатца сказано: «Значні труднощі зустрічаються уже в зовсім простій задачі — за дев'ятьма заданими значеннями f_m , $m=1, 9$, в дев'яти точках (x_k, y_k) , $k=1, 9$, поданих, наприклад, координатами $(-2a, 0)$, $(-a, -a)$, $(-a, a)$, $(0, -2a)$, $(0, 0)$, $(0, 2a)$, $(a, -a)$, (a, a) , $(2a, 0)$ (при $a \in (0, +\infty)$) побудувати інтерполяційний поліном найменшого степеня (третього)» [1].

Враховуючи, що поліном третього степеня від двох змінних $P(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{30}x^3 + a_{21}x^2y + a_{12}xy^2 + a_{03}y^3$ має десять коефіцієнтів, їх знаходження з дев'яти інтерпо-

ляційних умов $P(x_k, y_k) = f_k$, $k=1, 9$ буде, очевидно, неоднозначним. На підставі цього та інших прикладів ми дійшли висновку: актуальною є задача побудови і дослідження методів математичного моделювання розподілу корисних копалин, базованих на використанні інтерлінації та інтерфлетації функцій трьох змінних, що розрізняються високою точністю і можливістю застосування даних про структуру кори в кожній свердловині (структуру ядра), залежно від глибини і, що найцінніше для практики, їх можна використовувати для нерегулярно розміщених у просторі похилих свердловин.

3. Основна частина

3.1. Аналіз досліджень та публікацій. Основними методами побудови та дослідження математичних моделей розподілу корисних копалин Землі є числові методи, тісно пов'язані з методами вивчення кори Землі за допомогою свердловинного буріння, сейсмічного зондування, методами вивчення гравітаційного, магнітного полів Землі з допомогою даних від штучних супутників Землі, розв'язанням відповідних початково-крайових обернених задач з граничними умовами на поверхні Землі тощо. Важливими з теоретичної і практичної точок зору є методи сейсмічної томографії (зокрема, шахтної), у розвиток якої істотний внесок зробили О. М. Литвин, Н. Я. Азаров, Д. В. Яковлев, А. В. Анциферов, А. А. Глухов, В. І. Аронов, Ю. М. Воскресенський, James Verguman та інші. Серед цих методів найпоширенішими до недавнього часу були методи, що базувалися лише на мінімальній кількості інформації, яка знаходилась в ядрах свердловин. Більш складними і фінансово більш затратними є методи сейсмічної томографії та методи, що використовують дані із штучних супутників Землі [1].

3.2. Виклад основного матеріалу. У теорії наближення функцій двох і більше змінних $f(x) = f(x_1, \dots, x_n)$, $n \geq 2$, в останні десятиліття інтенсивно розвивається розділ, присвячений побудові, дослідженню та деяким застосуванням операторів,

які відновлюють (можливо, наближено) функції $f(x)$ за відомими їх слідами й слідами їх частинних похідних до фіксованого порядку N на M точках m -вимірних ($0 \leq m < n$) поверхонь в \mathbb{R}^n , $M \geq 2$ (з метою уніфікації тверджень будемо вважати точки нульвимірними поверхнями, а лінії — одновимірними поверхнями). У випадку $m=0$, $n \geq 1$ інформація про функцію $f(x)$ задається в M точках (полосах) і такі оператори наближення називаються операторами *інтерполяції* (*inter* — між, *pol* — полюс, точка) [2].

Означення 2.1.1. У випадку $m=1$, $n \geq 2$ інформація про функцію $f(x)$ задається слідами $f(x)$ та слідами її частинних похідних $\frac{\partial^{|s|} f(x)}{\partial x_1^{s_1} \dots \partial x_n^{s_n}}$, $|s| = s_1 + \dots + s_n$, $1 \leq |s| \leq N$, на M лініях і такі оператори називають *операторами інтерлінації* (*inter* — між, *line* — лінія) [3].

Вважається, що для довільної функції $f(x, y, z) \in C(R^3)$ (взагалі кажучи невідомої), яка є розподілом корисних копалин в корі Землі, нам відомі її сліди $f(X_k(z), Y_k(z), z) = \gamma_k(z)$, $k = \overline{1, M}$ в точках M похилих свердловин

$$\Gamma_k = \{(x, y, z) : x = x(z), y = y(z), -H \leq z \leq 0\}, \\ k = \overline{1, M}.$$

Введемо оператори

$$O_{M, \lambda} f(x, y, z; \{X_k(z)\}, \{Y_k(z)\}) = \\ = \sum_{k=1}^M \gamma_k(z) \ell_{M, k, \lambda}(x, y; \{X_k(z)\}, \{Y_k(z)\}),$$

$$\lambda \geq 1, m = 2, 3, \dots,$$

$$\ell_{M, k, \lambda}(x, y; \{X_k(z)\}, \{Y_k(z)\}) = \\ = \prod_{i=1, i \neq k}^M \frac{d_i(x, y, z; \{X_k(z)\}, \{Y_k(z)\})^\lambda}{d_{i, k}^\lambda} = \\ = \prod_{i=1, i \neq k}^M \left(\frac{d_i(x, y, z; \{X_k(z)\}, \{Y_k(z)\})}{d_{i, k}} \right)^\lambda,$$

$$d_i(x, y, z; \{X_k(z)\}, \{Y_k(z)\}) = \\ = \sqrt{(X_i(z) - x)^2 + (Y_i(z) - y)^2};$$

$$d_{i, k} = \sqrt{(X_i(z) - X_k(z))^2 + (Y_i(z) - Y_k(z))^2},$$

які для випадку $\gamma_k(z) = \gamma_k = \text{const}$, $k = \overline{1, M}$, є інтерполяційними операторами на нерегулярній сітці вузлів, запропонованими О. М. Литвином [1] в 1990 р.

Оператор $O_{M, \lambda}(x, y, z; \{X_k(z)\}, \{Y_k(z)\})$ є математичною моделлю розподілу корисних копалин з використанням інтерлінації функцій на системі довільних похилих свердловин, оснований на використанні обмежених дробово-раціональних допоміжних функцій і який інтерлінує невідомий розподіл $f(x, y, z)$

в кожній з ліній — похилих свердловин. При цьому його максимальні значення не перевищують максимальних значень слідів у цих свердловинах.

3.3. Практичне значення одержаних результатів.

Розвідка корисних копалин — одна з найважливіших ланок процесу дослідження та експлуатації родовищ корисних копалин. Найскладнішою з технічної та теоретичної точок зору є розвідка. Вдала розвідка може значно спростити, а отже і здешевити процес видобування корисних копалин. Основна задача розвідки родовищ корисних копалин — отримання повнішої інформації про структуру родовища (його потужність, глибину залягання, межі родовищ тощо). Викладені в даній праці методи побудови просторових математичних моделей розподілу корисних копалин між системою свердловин дають змогу після відповідних узагальнень, будувати математичні моделі структури земної кори з використанням усіх складових кернів свердловин. Це обумовлює створення нових ефективних методів розвідки родовищ корисних копалин, які дозволяють використовувати також методи сейсмічної томографії і враховувати умови створення родовищ корисних копалин [1].

Література

1. Литвин О. М. Математичне моделювання розподілу корисних копалин методами інтерлінації та інтерфлетації функцій [Текст] / О. М. Литвин, Н. І. Штепа, О. О. Литвин. — Київ, Наукова думка, 2011. — 228 с.
2. Литвин, О. М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування [Текст] / О. М. Литвин. — Харків : Основа, 2002. — 544 с.
3. Литвин О. М. Інтерлінація функцій [Текст] / О. М. Литвин. — Харків : Основа, 1993. — 235 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ИНТЕРЛИНАЦИИ

А. С. Бешанова

Тезиси посвящены развитию методов математического моделирования пространственного распределения полезных ископаемых с использованием данных о распределении в наклонных скважинах при помощи метода интерликации.

Ключевые слова: интерликация функции.

Антонина Сергеевна Бешанова, магистрант кафедры математики в обучении Бердянского государственного педагогического университета, тел.: (067) 6098344, e-mail: antonina-beshanova@rambler.ru.

MATHEMATICAL MODELING OF THE SPATIAL DISTRIBUTION OF MINERALS USING THE INTERLINATIONS

A. Beshanova

The article is devoted to the development of the methods of mathematical modeling the spatial distribution of minerals using data on the distribution of wells using the method interlineation function.

Keywords: interlineation function.

Antonina Beshanova, magistral of department of mathematical in studies Berdyanskiy state pedagogical university, tel.: (067) 6098344, e-mail: antonina-beshanova@rambler.ru.