

Д. А. Левкин

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ЭМБРИОНЕ

На основании использования кривой Безье и неравномерной сетки в статье рассчитан процесс распределения температуры в эмбрионе. Используя граничные условия распределения температуры, построена математическая модель теплового воздействия лазера на эмбрион.

**Ключевые слова:** кривая Безье, неравномерная сетка, граничные условия

## 1. Введение

Для интенсивного развития животноводства в Украине необходимы не только качественные корма и высокий уровень механизации ферм, но и использование инноваций в области биотехнологии и генетики [1], что объясняет актуальность данной тематики исследований. На сегодняшний день использование генетических методов составляет 50 % показателей, которых достигла нынешняя украинская наука. При использовании генетических методов для выращивания и кормления коров, прирост живой массы составляет 850 г на сутки, что становится 2,8 % от фактического прироста живой массы в сутки [1, 2].

## 2. Постановка задачи

Аналогичной природному появлению эмбриона из его защитной оболочки является методика хетчинг, которая применяется, чтобы избавить эмбрион от его зоны пеллюцида. В зависимости от типа воздействия на зону пеллюцида эмбриона различают химический, механический, лазерный и пьезо-хетчинги [3].

При использовании лазерного хетчинга на эмбрион воздействуют специально сфокусированным лазерным лучом, который пробивает участок зоны пеллюцида эмбриона. Луч лазера идет под углом, чтобы не задеть клетки эмбриона или заканчивается сразу после прохождения зоны пеллюцида эмбриона. В случае использования лазерного хетчинга [4–6] при температуре +60 °С и выше проявляется процесс коагуляции белка оболочки в месте приложения сфокусированного лазерного луча, что приводит к образованию углубления или сквозного канала через зону пеллюцида внутрь эмбриона. При взаимодействии лазерного излучения с эмбрионом происходит неоднородный нагрев биообъекта. Распределение тепла зависит от таких параметров, как энергия излучения, время экспозиции,

коэффициент теплопроводности и теплоемкость. При использовании лазерного хетчинга для уменьшения травмируемости blastomeres, необходимо математически рассчитать распределение температуры в многослойной структуре эмбриона.

## 3. Основная часть

Эмбрион — это сферический микробиологический объект, состоящий из зоны пеллюцида, перивителлированного пространства и blastomeres. Зона пеллюцида на 90% состоит из воды, 5 % которой составляют белковые молекулы. Blastomeres имеют сферическую форму и являются белковыми компонентами эмбриона [3]. Для избежания процессов коагуляции белка зоны пеллюцида эмбриона и уменьшения травмируемости blastomeres при тепловом воздействии лазера на эмбрион, на этапе построения математической модели, необходимо задать численные значения коэффициентов теплопроводности слоев эмбриона и математически рассчитать распределение температуры по его слоям [7].

Используя закон Видемана — Франца, получили коэффициенты теплопроводности слоев эмбриона из коэффициентов электропроводности его слоев [8]. Математическая модель теплового воздействия лазера на эмбрион в сферической системе координат, построенная с учетом численных значений коэффициентов теплопроводности его слоев, примет вид (1):

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = 0,6729 \left( \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) \quad \text{— для зоны пеллюцида;}$$

$$\rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = 0,6704 \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) \quad \text{— для перивителлированного пространства;}$$

$$\rho_3 c_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = 0,9777 \left( \frac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_3}{\partial r} \right) \quad \text{— для blastomeres;}$$

$$\rho_4 c_4 \frac{\partial T_4}{\partial t} = 0,96345 \left( \frac{\partial^2 T_4}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_4}{\partial r} \right) \quad \text{— для blastomeres;}$$

$$\rho_5 c_5 \frac{\partial T_5}{\partial t} = 0,93555 \left( \frac{\partial^2 T_5}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_5}{\partial r} \right) \quad \text{— для blastomeres.}$$

Граничные условия (2) относятся к одностороннему обогреву:

$$-0,6729 \frac{\partial T_3}{\partial z}(0,t) = q, \quad 1 \leq t \leq 3000. \quad (2)$$

Используя кривую Безье [9] и неравномерную сетку [10], в зависимости от длительности воздействия лазера на каждый слой эмбриона и распространения температуры по его слоям, запишем равенства идеального теплового контакта слоев эмбриона (3):

$$T_5(40;2250) = T_6(53;2550), \quad -0,96345 \frac{\partial T_5}{\partial r} = -0,93555 \frac{\partial T_6}{\partial r}$$

— зона пеллюцида;

$$T_2(16,6;400) = T_3(23,8;403), \quad -0,6729 \frac{\partial T_2}{\partial r} = -0,6704 \frac{\partial T_3}{\partial r}$$

зона пеллюцида — перивителлированное пространство;

$$T_3(23,8;403) = T_4(31,7;1500), \quad -0,6704 \frac{\partial T_3}{\partial r} = -0,9777 \frac{\partial T_4}{\partial r}$$

перивителлированное пространство — бластомеры;

$$T_4(31,7;1500) = T_5(40;2250), \quad -0,9777 \frac{\partial T_4}{\partial r} = -0,96345 \frac{\partial T_5}{\partial r}$$

— бластомеры.

$$T_5(40;2250) = T_6(53;2550), \quad -0,96345 \frac{\partial T_5}{\partial r} = -0,93555 \frac{\partial T_6}{\partial r}$$

— бластомеры.

Равенства непрерывности по времени на слоях эмбриона (4):

$$T(16,6;400-0) = T(16,6;400+0)$$

— на зоне пеллюцида эмбриона;

$$T(23,8;403-0) = T(23,8;403+0)$$

— на перивителлированном пространстве;

$$T(31,7;1500-0) = T(31,7;1500+0) \quad \text{— на бластомерах;}$$

$$T(40;2250-0) = T(40;2250+0) \quad \text{— на бластомерах;}$$

$$T(53;2550-0) = T(53;2550+0) \quad \text{— на бластомерах.}$$

На основании численных значений коэффициентов теплопроводности слоев эмбриона и математических расчетов распределения температуры по пространственной и временной координате, построена математическая модель теплового воздействия лазера на эмбрион.

## Вывод

При построении математической модели теплового воздействия лазера на эмбрион, задание численных значений коэффициентов теплопроводности слоев эмбриона и граничных условий распределения температуры по его слоям, уменьшит травмируемость бластомеров.

## Литература

- Безуглий М. Д. Сучасний стан реформування аграрно-промислового комплексу [Текст] / М. Д. Безуглий, М. В. Присяжнюк. — К. : Аграр. наука, 2012. — 48 с.
- Исследование уравнения теплопроводности для эмбриона [Текст] : матеріали Міжнар. наук. конф. «Наукова періодика слов'янських країн в умовах глобалізації», 12 жовтня 2012 р., м. Київ / Д. А. Левкін // Технологический аудит и резервы производства. — 2012. — № 5/2(7). — С. 33–34.
- Douglas-Hamilton D. H. Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling [Текст] / D. H. Douglas-Hamilton, J. Conia // J. Biomed Opt. — 2001. — № 6(2). — P. 205–213.
- Antinori S. Zona thinning with the use of laser: a new approach to assisted hatching in human [Текст] / S. Antinori // Hum R. — 1995. — № 3. — P. 101–105.
- Antinori S. Experience with the UV non contact laser in a assisted hatching in human [Текст] / S. Antinori // J of Assist Reprod and Genet. — 1997. — № 14(5).
- Мегель Ю. Е. Математическая модель теплового нагрева многослойного микробиологического объекта [Текст] / Ю. Е. Мегель, Д. А. Левкин // Восточно-Европейский Журнал передовых технологий. — Харків, 2012. — № 3/4(57). — С. 4–8.
- Математические методы повышения жизнеспособности эмбриона при тепловом воздействии лазера [Текст] : Труды 55-й научной конференции МФТИ, 19–25 ноября 2012 г, г. Москва / Д. А. Левкин. — Москва — Долгопрудный — Жуковский : МФТИ, 2012. — С. 52–53.
- Андреев В. С. Кондуктометрические методы в биологии и медицине: [Текст] / В. С. Андреев. — М. : Медицина, 1973. — 335 с.
- Forrest A. R. Interactive interpolation and approximation by Bezier polynomials: [Текст] / A. R. Forrest // The Computer Journal. — 1972. — V. 15, № 1. — P. 71–79.
- Андреев Б. В. О равномерной сходимости на неравномерной сетке классической разностной схемы для одномерного сингулярно возмущенного уравнения реакции диффузии [Текст] / Б. В. Андреев // Журнал вычислительной математики и математической физики. — Москва, 2004. — Т. 44, № 3. — С. 476–492.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ В ЕМБРІОНІ

Д. А. Левкін

На підставі використання кривої Без'є та нерівномірної сітки в статті розрахований процес розподілу температури в ембріоні. Використовуючи граничні умови розподілу температури, побудовано математичну модель теплового впливу лазера на ембріон.

**Ключові слова:** крива Без'є, нерівномірна сітка, граничні умови.

*Дмитро Артурович Левкін, аспірант кафедри кібернетики Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка, тел.: (057) 16-42-63, e-mail: artur.lav@3g.ua.*

## MATHEMATICAL MODEL OF THE TEMPERATURE DISTRIBUTION IN EMBRYO

D. Levkin

On the basis of a Bezier curve and irregular grids the calculated temperature distribution in the process of embryo. Using the boundary conditions of temperature, a mathematical model of the thermal effects of the laser on the embryo.

**Keywords:** Bezier curve, irregular mesh, boundary condition.

*Dmitriy Levkin, aspirant graduate of Department of kibernetik, Kharkiv Vasilenko National Technical University of Agriculture, tel.: (057) 716-42-63, e-mail: artur.lav@3g.ua.*