УДК 621.311-025.12

В. М. Щелкалін

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ВЗАЄМОПОВ'ЯЗАНИМИ НЕСТАЦІОНАРНИМИ ВИПАДКОВИМИ ПРОЦЕСАМИ

В роботі розглядаються математичні моделі та методи, засновані на спільному використанні ідей методів «Гусениця»-SSA та Бокса-Дженкінса

Ключові слова: *прогнозування, ідентифікація моделі, декомпозиція моделі, сукупність ієрархічно взаємопов'язаних моделей, системний підхід*

1. Вступ

У 70—90 роки минулого століття головними при побудові математичних моделей процесів були наступні вимоги: економність моделей за кількістю оцінюваних параметрів; швидкість, трудомісткість і ресурсомісткість їх ідентифікації при використанні на доступних тоді ЕОМ малої продуктивності. У ті роки найбільш широке застосування в задачах моделювання і прогнозування процесів різної природи отримали статистичні (імовірнісні) моделі, серед яких найбільшого поширення набула модель авторегресії — інтегрованого ковзного середнього з екзогенними змінними (АРІКСЕ) [1, 2]. Однак, сучасна обчислювальна техніка і методи математичного моделювання надають великі можливості для аналізу, моделювання, прогнозування та управління випадковими процесами різної природи. Тому в даний час зазначені вимоги не є визначальними і сучасні обчислювальні засоби і системи дозволяють виносити на перший план вимоги точності моделювання, якості аналізу, прогнозування та управління. Прагнення отримати ефективну прогнозну модель може призвести до непомірних витрат, хоча при цьому може бути отриманий дуже точний предиктор. Тоді виникало питання в кожній конкретній галузі науки і техніки: чи окупаються додаткові удосконалення моделі в порівнянні зі спрощеним поданням? Традиційно починали зі спрощеної форми подання мат. моделі і розвивали її у міру необхідності до досягнення необхідного рівня точності прогнозування.

2. Основна частина

У своїх роботах автор починав з вивчення та порівняння характеристик класичних методів і моделей прогнозування часових рядів (ч. р.), таких як: метод Бокса-Дженкінса (модель АРІКСЕ), метод «Гусениця»-SSA, метод групового врахування аргументів (МГВА), тощо. Розглядаючи великий арсенал створених до теперішнього моменту часу мат. моделей і методів, що розрізняються своїми характеристиками, аналізу та прогнозування ч. р., можна стверджувати, що окреслилися тенденції комбінування їх ідей з метою отримання кращих характеристик комбінованої моделі, переведення теоретичних напрацювань одних методів на інші і використання методів одних галузей науки і техніки в інших, де це уявляється можливим і доцільним. Автором розглядався клас математичних моделей, що засновані на спільному використанні ідей двох методів: детермінованого методу «Гусениця»-SSA (далі SSA) і статистичного методу Бокса-Дженкінса (далі BJ). У трендовому підході для вирішення задачі підвищення точності прогнозу ч. р. із шумами та детермінованим трендом було запропоновано додавати до результатів SSA прогнозу моделі АРІКС Бокса-Дженкінса або моделі методу ОЛІМП. Була запропонована модель авторегресії — спектрально інтегрованого ковзного середнього (1). Також запропоновано ідентифікувати поліноми $\omega_i(B)$ та $\delta_i(B)$ передатної функції моделі Бокса-Дженкінса (2), використовуючи формули *L*- або *K*-продовження багатовимірного метода «Гусениця»-SSA:

$$y_t = \frac{\theta(B)}{g'(B)\phi(B)} a_t\,; \tag{1}$$

$$y_t = \sum_{i=1}^{N} \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} B^{b_i} x_t^i + \frac{\prod_{i=1}^{S_n} \theta^{S_i}(B)}{g'(B)\prod_{i=1}^{S_n} \phi^{S_i}(B)} a_t\,, \tag{2}$$

де $g(B) = \sum_{i=1}^{L-1} g_{L-i} B^i$ — поліном від оператора затримки B, початкові коефіцієнти якого дорівнюють коефіцієнтам лінійної рекурентної формули метода SSA; L — довжина вікна методу SSA; $g'(B) = 1 - g(B)$. Інші позначення та інші запропоновані моделі представлені в [1]. Для подолання основного недоліку цих моделей, припущення лінійності процесу, в роботах автора було запропоновано способи нелінійного ускладнення передатної функції моделі. Однією із значних переваг даної моделі перед моделлю BJ є те, що метод «Гусениця»-SSA описує досить широкий клас часових рядів, підкласом яких є часові ряди вигляду: $y_t = \sum_k \beta_k e^{\alpha_k t} \cos(2\pi\omega_k t + \phi_k)$.

Всі ці моделі належать до класу імовірнісно-детермінованих моделей. Використовуючи ідеї багатовимірного методу «Гусениця»-SSA та модель VARMAX було синтезовано фінітний аперіодичний регулятор [4]. У роботі сформований метод визначення точки розладнання процесів, аналізуючи власні вектори SVD-розкладання траєкторної матриці процесу, або аналізуючи кожний часовий ряд розкладання методу «Гусениця»-SSA. В [3] розглянуто моделі кластерного аналізу і теорії розпізнавання образів і стверджується, що побудова моделей для кожного кластера реалізації дозволяє значно уточнити моделювання процесу в цілому.

Також було запропоновано декомпозиційні та комбіновані методи прогнозування [5]. Таким чином, в останні десятиріччя окреслилася тенденція критичного ставлення до статистичної постановки проблеми ідентифікації процесів, особливо у випадку, коли відсутня можливість отримання показних виборок для побудови математичних моделей, статистичних характеристик процесів та перевірки їх адекватності. Крім того, статистична теорія використовує операції осереднення по сукупності реалізацій, що в цілому ряді випадків призводить до погіршення математичної моделі, особливо в умовах малих і нестаціонарних виборок [3]. На даний час ефективне моделювання процесів передбачає використання різних прийомів декомпозиції моделі. Декомпозиція дозволяє реалізувати загальну модель як сукупність ієрархічно взаємопов'язаних більш простих моделей різного рівня ієрархії. Така структура моделі дозволяє підвищити точність і адекватність моделювання в разі багатовимірних, нелінійних і нестаціонарних процесів, спростити і підвищити стійкість процесу ідентифікації [3]. Таким чином, сьогодні важливими елементами дослідження нестаціонарних взаємопов'язаних ч. р. є підходи, засновані на декомпозиції та агрегуванні.

Складність математичних моделей, які агрегують моделі розкладання, залежить від складності процесів у кожній конкретній області.

Сьогодні, завдяки розвитку методів математичного моделювання і ЕОМ, і все дедалі ширшому застосуванню декомпозиційних ієрархічних моделей до моделювання та прогнозування ч. р., можна стверджувати про можливість застосування системного підходу до побудови класу моделей для прогнозування взаємопов'язаних нестаціонарних випадкових процесів.

Звичайно ж, при синтезі, представлених в роботі параметричних моделей об'єктів автоматизації, що вводяться в постійну експлуатацію, необхідно дотримуватися всіх стадій інженерного моделювання [6].

Література

1. Евдокимов А. Г. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях [Текст] / А. Г. Евдокимов, А. Д. Тевяшев. — Х. : Вища школа, 1980. — 144 с.
2. Тевяшев А. Д. Системный анализ и управление большими системами энергетики [Текст] / А. Д. Тевяшев. — Х., 2009. — 507 с.
3. Седов А. В. Моделирование объектов с дискретно-распределёнными параметрами: декомпозиционный подход [Текст] / А. В. Седов. — Южный научный центр РАН. — М. : Наука, 2010. — 438 с.
4. Щелкалин В. Н. Модель VARSIMAX. Синтез финитного апериодического регулятора [Текст] : сборник статей Одиннадцатой Международной научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования, разработка и применение высоких технологий в промышленности», 27–29 апреля 2011 г., Санкт-Петербург, Россия / В. Н. Щелкалин, А. Д. Тевяшев ; под ред. А. П. Кудинова. — СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2011. — С. 457—465.
5. Щелкалин В. Н. Комбинированный подход прогнозирования временных рядов на основе метода «Гусеница»-SSA [Текст] : материалы 14-й Международной научно-технической конференции SAIT 2012, Киев, 24 апреля 2012 г. / В. Н. Щелкалин // УНК «ИПСА» НТУУ «КПИ». — К. : УНК «ИПСА» НТУУ «КПИ», 2012. — С. 262—263.
6. Гинсберг К. С. Концепция научного проектирования инженерного моделирования для слабо изученных объектов управления: новый подход к проблемам структурной идентификации [Текст] : материалы IX Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления», SICPRO'12, 30 января — 2 февраля 2012 г., Москва / К. С. Гинсберг. — С. 802—828.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ВЗАИМОСВЯЗАННЫМИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

В. Н. Щелкалин

В работе рассматриваются математические модели и методы, основанные на совместном использовании идей методов «Гусеница»-SSA и Бокса-Дженкинса.

Ключевые слова: прогнозирование, идентификация модели, декомпозиция модели, совокупность иерархически взаимоувязанных моделей, системный подход.

***Виталий Николаевич Щелкалин**, ассистент кафедры прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники, **тел.: +38-098-388-16-17, e-mail: vitalii.shchelkalin@gmail.com**.*

MATHEMATICAL MODELS AND METHODS FOR PREDICTION AND CONTROL OF INTERRELATED NONSTATIONARY STOCHASTIC PROCESSES

V. Shchelkalin

In presented paper mathematical models and methods based on joint applying ideas of the «Caterpillar»-SSA and Box-Jenkins methods are produced.

Keywords: forecasting, model identification, model decomposition, a set of hierarchically interrelated models, systems approach.

***Vitalii Shchelkalin**, assistant of Department of Applied Mathematics, Kharkiv National University of Radioelectronics, **tel.: +38-098-388-16-17, e-mail: vitalii.shchelkalin@gmail.com**.*