

7. Братко, И. Программирование на языке ПРОЛОГ для искусственного интеллекта [Текст] / И. Братко. — М. : Издательство «МИР», 1990. — 560 с.
8. Журавлев, Ю. И. Теоретико-множественные методы алгебры логики [Текст] / Ю. И. Журавлев. — М. : Проблемы кибернетики, 1962. — Вып. 8. — С. 5–44.
9. Веников, В. А. Теория подобия и моделирования [Текст] / В. А. Веников, Г. В. Веников. — М. : Высшая школа, 1984. — 255 с.
10. Закревский, А. Д. Алгоритмы синтеза дискретных автоматов [Текст] / А. Д. Закревский. — М. : Наука, 1971. — 511 с.
11. Новиков, О. А. Прикладные вопросы теории массового обслуживания [Текст] / О. А. Новиков, С. И. Петухов. — М. : «Советское радио», 1969. — 397 с.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Данное исследование направлено на решение вопросов проектирования математической модели для оценки надежности и производительности сложной информационно-вычислительной системы (ИВС), используемого в нефтегазовой отрасли. С этой целью в данной статье рассматривается проблема определения вероятности безотказного функционирования сложной информационно-вычислительной системы. Предложенный подход позволяет существенно уменьшить трудоемкость вычисления вероятностей сложных событий.

Ключевые слова: программное обеспечение, мониторинг, вероятности, информационно-вычислительная система.

Храбатин Роман Игоревич, кандидат технических наук, доцент, кафедра программного обеспечения автоматизированных систем, Ивано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна, e-mail: romankhr@yahoo.com.

Яцишин Микола Миколайович, кандидат технических наук, доцент, кафедра программного обеспечения автоматизированных систем, Ивано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна, e-mail: yatsyshyn@gmail.com.

систем, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна, e-mail: yatsyshyn@gmail.com.
Бандура Вікторія Валеріївна, кандидат технічних наук, доцент, кафедра програмного забезпечення автоматизованих систем, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна, e-mail: vikaban@gmail.com.
Саманів Любов Василівна, асистент, кафедра інформатики, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Україна, e-mail: pz@nung.edu.ua.

Храбатин Роман Игоревич, кандидат технических наук, доцент, кафедра программного обеспечения автоматизированных систем, Ивано-Франковський національний технічний університет нафти і газу, Україна.

Яцишин Николай Николаевич, кандидат технических наук, доцент, кафедра программного обеспечения автоматизированных систем, Ивано-Франковський національний технічний університет нафти і газу, Україна.

Бандура Виктория Валерьевна, кандидат технических наук, доцент, кафедра программного обеспечения автоматизированных систем, Ивано-Франковський національний технічний університет нафти і газу, Україна.

Саманів Любов Васильевна, асистент, кафедра інформатики, Івано-Франковський національний технічний університет нафти і газу, Україна.

Khrabatyn Roman, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine, e-mail: romankhr@yahoo.com.

Yatsyshyn Mykola, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine, e-mail: yatsyshyn@gmail.com.

Bandura Victoria, Ph. D., Associate Professor, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine, e-mail: vikaban@gmail.com.

Samaniv Liubov, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine, e-mail: pz@nung.edu.ua

УДК 541.311:614.84

Авдеев Б. А.

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ГИДРОЦИКЛОНЕ

Представлена модель движения частицы в гидроциклоне с радиальным магнитным полем. Дан анализ сил, содержащий численные формулы для их расчета и поясняющие изображения; выделены силы, влияние которых наиболее значимо в динамике движения частицы. Модель основана на подходе Лагранжа и выполнена в цилиндрической системе координат. Приведено численное решение систем дифференциальных уравнений.

Ключевые слова: модель, магнитный гидроциклон, подход Лагранжа, магнитное поле.

1. Введение

В статье представлена модель движения одиночной частицы в рабочей камере гидроциклона с радиальным магнитным полем. Несмотря на широкое применение аппаратов инерционного типа, кинетика движения частиц является малоизученной, что сдерживает их совершенствование.

2. Постановка проблемы

Огромное число машин и механизмов различного назначения и сферы применения использует для своей работы различные типы технических жидкостей. Однако в процессе эксплуатации технические жидкости

загрязняются различными примесями, самыми опасными из которых считаются механические. Последние могут значительно ухудшить эксплуатационные показатели машин и механизмов, а в отдельных случаях — привести к поломке [1]. В связи с этим возникла острая необходимость очистки технических жидкостей, которая обусловлена также дороговизной технических жидкостей, но и проблемой ресурсосбережения и защиты окружающей среды. Поэтому очистка вязких сред от механических примесей является одной из наиболее важных задач энерго- и ресурсосбережения не только для нашей страны, но и для всего человечества в целом [2].

Среди наиболее используемых технических жидкостей можно выделить смазывающе-охлаждающие; в этих жидкостях практически всегда велика концентрация

магнитных примесей [3]. При наличии магнитных примесей очистка от них может решаться не только традиционными способами (отстаивание, фильтрация, инерционная очистка), но и более эффективными, например, с наложением магнитных полей. При незначительных капиталовложениях степень очистки вязких сред увеличивается на 20–35 %, а в отдельных случаях может возрасти в разы [3, 4].

Существует различные магнитные способы очистки вязких сред; более подробно о них можно ознакомиться в [1]. Одним из наиболее перспективных устройств является магнитный гидроциклон, который в последнее время завоевывает все большую популярность [1, 4, 5]. К достоинствам данного устройства можно отнести относительно низкую себестоимость и эксплуатацию, надежность и высокую эффективность при неизменном гидравлическом сопротивлении. Широкому внедрению во все сферы народного хозяйства мешает недостаточный объем научных исследований. В связи с этим крайне необходимы дальнейшие исследования в этой области, в частности — исследование процессов, происходящих в рабочей камере магнитных гидроциклонов. Целью статьи является получения математического выражения, описывающее движение одиночной частицы или флоккулы в магнитном гидроциклоне.

3. Информационный анализ исследований и публикаций

Базой для изучения магнитных гидроциклонов являются предыдущие исследования в области инерционной очистки вязких сред. Среди множества описаний процессов, происходящих в циклонах и гидроциклонах, наибольшую популярность имеют модели расчета, основанные на подходах Эйлера и Лагранжа [6–9]. Подхода Эйлера учитывает эффекты взаимодействия фаз и стохастический характер движения большой совокупности частиц при условии, что многофазная среда рассматривается как совокупность многоскоростных континуумов. Для каждого из этих континуумов записываются уравнения движения в форме Эйлера, а также уравнения сохранения массы каждого из рассматриваемых континуумов. Основой для этой модели является уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости (1) и уравнения Эйлера для вращательного движения (2) [10]:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0; \rho \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla p + \rho \cdot \vec{v} \cdot (\vec{v} \cdot \nabla) = \mu \cdot \Delta \vec{v} + \rho \cdot \vec{F}, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}(I_i \omega_i) = - \int_{\partial \Omega_i(t)} (x - X_i) \times (\varepsilon \cdot n) dS, \quad (2)$$

где ∇ — оператор набла, Δ — оператор Лапласа; ρ — плотность вязкой среды, кг/м³; μ — коэффициент кинематической вязкости, м²/с; p — неизвестное давление, Па; \vec{v} — вектор неизвестной скорости, м/с; \vec{F} — вектор известной массовой силы, Н; t — время, с; I_i — матрица моментов инерции; ω_i — угловая скорость i -й частицы, с⁻¹; n — единичный нормальный вектор; $\partial \Omega_i(t)$ — пределы интегрирования по объемам, занимаемой i -й частицей в момент времени t ; ε — угловое ускорение, с⁻²; X_i — положение центра i -й частицы, м.

К наиболее часто используемых методам моделирования турбулентности можно отнести [6, 7, 11, 12]: модель осредненных по Рейнольдсу уравнения Навье-

Стокса (Reynolds-Averaged Navier-Stokes Models), стандартная $k - \varepsilon$ модель турбулентности (Standard $k - \varepsilon$ turbulence model), модель напряжений Рейнольдса (Reynolds Stress Model) и другие.

Однако на практике использование этих уравнений порой бывает не только проблематично, но и невозможно. Для расчетов процесса движения частиц требуются специальные узкопрофильные программы и сверхмощная вычислительная техника или сеть, состоящая из нескольких персональных компьютеров. Неудобство данного метода также заключается в том, что время расчета только одного конкретного случая может составлять десятки часов.

В рамках подхода Лагранжа выписываются уравнения движения отдельных частиц в форме второго закона Ньютона, в правых частях которых стоят силы, действующие на частицу в потоке. Несмотря на кажущуюся простоту описания движения частиц в рамках подхода Лагранжа, этот метод также обладает существенными недостатками. Первый недостаток связан с необходимостью решать огромное число уравнений движения для совокупности частиц. Так, для описания пространственного движения одной частицы требуется решить 6 дифференциальных уравнений первого порядка. Проблема становится еще более сложной, если возникает необходимость моделирования движения нескольких частиц с учетом их взаимодействия. Для того чтобы ограничить число вычисления, моделирование частиц рассматривается, с меньшим числом частиц, чем в реальных системах. Поэтому, если число частиц велико, статистический подход по итогам расчетов небольшого числа частиц является более практичным. Вторая проблема связана с тем, что движения частицы рассматривается в ламинарном установившемся потоке и отбрасывается стохастический характер движения частиц; в реальности поток в гидроциклоне подвержен турбулентности, что негативно сказывается результатах расчета. В связи с этим, к традиционному подходу Лагранжа применяют и вероятностные методы, которые компенсируют неучет турбулентности.

В случае если частица обладает малой инерционностью, то осредненная скорость за период турбулентной пульсации имеет относительно малую величину пульсации скорости, которой можно пренебречь. Таким образом, исчезнет необходимости решать полные дифференциальные уравнения движения, базирующиеся на уравнениях Навье-Стокса, а достаточно рассмотреть уравнение динамического баланса сил.

Надо заметить, что учет турбулентности в обоих подходах носит больше приближительный характер, так как до сих пор не выработана единственная модель турбулентности [7].

Подведя итоги краткого анализа двух подходов можно сформулировать главные отличительные черты. В подходе Эйлера переменные потока зависят от пространства и времени, т. е. представлены в виде полей. В Лагранжевом подходе рассматриваются отдельные частицы, а именно положение и скорость каждой частицы является функцией только времени.

4. Основная часть

Рассмотрим движения частицы в магнитном гидроциклоне на основании подхода Лагранжа.

Кинетика и извлечение частицы в магнитном гидроциклоне будем рассматривать при следующих предположениях:

- процесс является установившимся;
- осредненная скорость движения жидкости постоянна по времени и по сечению;
- тангенциальная составляющая скорости равна скорости потока;
- концентрация частиц в объеме, занимаемом в магнитном поле, известна;
- среда не реагентноспособна;
- не учитывается отскок частиц от стенок гидроциклона;
- не учитывается тепловая (броуновская) коагуляция частиц в гидроциклоне.

В общем виде сумма сил, действующих на магнитную частицу, будет иметь следующий вид:

$$m_p \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_C + \vec{F}_D + \vec{F}_M + \vec{F}_G + \vec{F}_A + \vec{F}_{Mag} + \vec{F}_S + \vec{F}_V + \vec{F}_P + \vec{F}_B, \quad (3)$$

где \vec{F}_C — центробежная сила, Н; \vec{F}_D — сила сопротивления среды, Н; \vec{F}_M — магнитная сила, Н; \vec{F}_G — гравитационная сила, Н; \vec{F}_A — сила Архимеда, Н; \vec{F}_{Mag} — подъемная сила, действующая на вращающуюся частицу (эффект Магнуса), Н; \vec{F}_S — подъемная сила, возникающая за счет сдвига поля течения жидкости (сила Саффмана), Н; \vec{F}_V — сила, создаваемая дополнительной (виртуальной) массой, Н; \vec{F}_P — тяговая сила, создаваемая за счет градиента давления вязкой среды, Н; \vec{F}_B — сила Бассета, Н.

Центробежная сила действует на вращающуюся частицу в криволинейном потоке и отбрасывает ее к периферии:

$$\vec{F}_C = m_p \cdot \vec{\omega}^2 \cdot R = \frac{\pi \cdot \rho_p \cdot d^3 \cdot \vec{v}_\theta^2}{6 \cdot R}, \quad (4)$$

где m_p — масса частицы, кг; ω — угловая частота вращения, об^{-1} ; R — радиус вращения частицы, м; ρ_p — плотность частицы, $\text{кг}/\text{м}^3$; d — диаметр шарообразной частицы, м; v_θ — тангенциальная составляющая скорости частицы, м/с.

Сила сопротивления среды препятствует движению частицы в вязкой среде и направлена всегда в противоположную сторону движения [13]. В общем случае сила лобового сопротивления частицы в вязких средах определяется по формуле:

$$\vec{F}_D = \frac{C_D \cdot \rho \cdot S \cdot (\vec{U} - \vec{v})^2}{2}, \quad (5)$$

где C_D — коэффициент динамического сопротивления, о. е.; ρ — плотность среды, $\text{кг}/\text{м}^3$; S — поперечное сечение частицы, м^2 ; U — скорость потока вязкой среды, м/с; v — скорость частицы, м/с.

Коэффициент сопротивления зависит от многих факторов (числа Рейнольдса, формы, вязкости среды) и может принимать различные значения; графическая зависимость между коэффициентом сопротивления C_D и числом Рейнольдса Re приведена на рис. 1, аналитическая — формулой (6) [14]:

$$C_D = \begin{cases} 24 \cdot Re^{-1} & \text{при } Re \leq 2; \\ 18,5 \cdot Re^{-0,6} & \text{при } 2 < Re \leq 500; \\ 0,44 & \text{при } Re \leq 500; \end{cases} \quad Re = \frac{\rho \cdot U \cdot d_p}{\mu}. \quad (6)$$

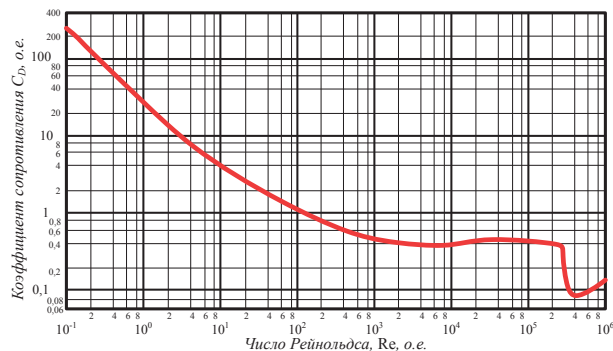


Рис. 1. Зависимость между коэффициентом сопротивления C_D и числом Рейнольдса Re [15]

Коэффициент сопротивления также можно рассчитать по асимптотической формуле Клифта и Ковена для $Re \leq 2 \cdot 10^5$:

$$C_D = \frac{24}{Re} \cdot \left(1 + 0,15 Re^{0,687} + \frac{0,0175 Re}{1 + 42500 Re^{-1,16}} \right). \quad (7)$$

Однако следует отметить, что существует несколько различных формул определения C_D , различия между которыми не существенны и вполне пригодны для их практического применения.

Для частицы, движущейся возле стены, сила сопротивления среды зависит от расстояния частицы до поверхности [15]. Бреннер, проанализировав сопротивление, действующее на частицу, движущуюся по направлению к стене, (рис. 2, а), дает формулу эмпирического коэффициента сопротивления:

$$C_D = \frac{24}{Re} \cdot \left(1 + \frac{d_p}{2 \cdot h} \right). \quad (8)$$

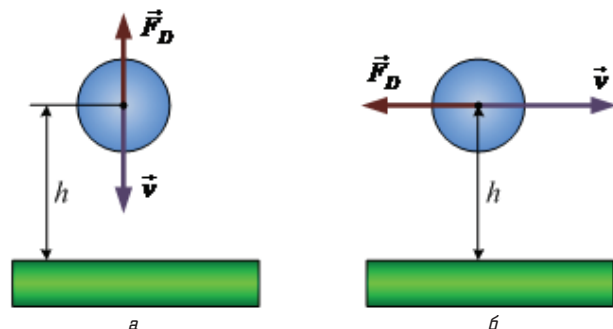


Рис. 2. Движение частицы по направлению: а — к стенке; б — параллельно ей

Для частицы, движущейся параллельно стене, как показано на рис. 2, б, сила сопротивления должна меняться. При большом расстоянии от стены, Факсон предложил следующую формулу:

$$C_D = \frac{24}{Re} \cdot \left[1 + \frac{9}{16} \left(\frac{d_p}{2 \cdot h} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{d_p}{2 \cdot h} \right)^3 - \frac{45}{256} \left(\frac{d_p}{2 \cdot h} \right)^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{d_p}{2 \cdot h} \right)^5 \right]^{-1}. \quad (9)$$

В динамике жидкости коэффициент коррекции Коннингема (другое название — поправочный коэффициент

скольжения Коннингема) используется для учета эффектов вязких сред при расчете сопротивления мелких частиц. В соответствии с этим, коэффициент сопротивления примет следующий вид [16]:

$$C'_D = \frac{C_D}{C_K}, \quad (10)$$

где C_K — коэффициент коррекции Коннингема, о. е.

В общем виде C_K можно записать как:

$$C_K = 1 + \frac{2 \cdot \lambda}{d_p} \cdot \left(A_1 + A_2 \cdot e^{-\frac{A_3 \cdot d}{\lambda}} \right), \quad (11)$$

где λ — длина свободного пробега, м; A_1, A_2, A_3 — экспериментально найденные коэффициенты, о. е.

В виду того, что аппараты циклонного типа нередко работают в условиях агрессивных среды, то целесообразно использовать реальную длину свободного пробега:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right) \cdot \left(\frac{P_0}{P} \right) \cdot \left(\frac{1 + 110,4/T_0}{1 + 110,4/T} \right), \quad (12)$$

где λ_0 — длина свободного пробега при нормальных условиях, м; T_0 — нормальная температура, 296,15 К; P_0 — нормальное давление, 101,3 кПа; T — температура внутри аппарата, К; P — давление внутри аппарата, кПа.

Для газа экспериментальные коэффициенты составляют: $A_1 = 1,257$; $A_2 = 0,4$; $A_3 = 0,55$. Применение коэффициента Коннингема имеет смысл только для субмикронных частиц и меньше. Например, для частицы с диаметром $d_p = 10$ мкм C_K составит только 1,018; для частицы с диаметром $d_p = 1$ мкм C_K составит только 1,176. Очевидно, что для расчета магнитных гидродвижителей, имеющих диаметр среды не менее десятка микрон, использования коэффициента Коннингема в формуле сопротивления среды лишено практического смысла. Поэтому использование C_K имеет место только при расчете высокоэффективных воздушных циклонов. Упрощенная формула для расчета C_K , удобная для применения расчетов газовых циклонов ($d_p \geq 0,1$ мкм) выглядит следующим образом:

$$C_K = 1 + 2,52 \cdot \frac{\lambda}{d_p}. \quad (13)$$

Данная формула рассматривает движения шарообразной частицы. Так как в большинстве случаев механические примеси имеют вид частицы неправильной формы, то вводят поправку на несферичность частицы [17]; сила сопротивления, выраженная через эквивалентный объемный диаметр, имеет вид:

$$\bar{F}_D = \frac{\pi}{8} \cdot C_D \cdot C_K^{-1} \cdot \varphi_W^2 \cdot \rho \cdot d_p^2 \cdot (\bar{U} - \bar{v})^2, \quad (14)$$

где φ_W — коэффициент несферичности частицы, о. е.

Величина магнитной силы, действующей на частицу, определяется выражением [3]:

$$\bar{F}_M = \mu_0 \cdot \varepsilon \cdot V \cdot \bar{H} \cdot \nabla \bar{H}, \quad (15)$$

где $\mu_0 = \text{const} = 4 \cdot \pi^{-7}$ — магнитная постоянная, Н/А²; \bar{H} — напряженность поля, А/м; ε — магнитная восприимчивость, о. е.; V — объем частицы, м³.

Сила гравитации известна со школьного курса физики и поэтому не нуждается в пояснении:

$$\bar{F}_G = m_p \cdot \bar{g}. \quad (16)$$

Сила Архимеда возникает в вязких средах и в общем виде ее можно записать для частицы, находящейся во вращательном движении:

$$\bar{F}_A = \bar{F}_{AC} + \bar{F}_{AG} = \frac{m_f \cdot \bar{v}_0^2}{R} + m_f \cdot \bar{g}, \quad (17)$$

где m_f — масса жидкости, вытесненной частицей, кг.

Для того чтобы упростить расчеты, влияние силы Архимеда вводят в формулу массы: $\frac{\pi \cdot d_p^3}{6} \cdot (\rho_p - \rho)$.

Сила Магнуса возникает при обтекании вращающегося тела потоком вязкой среды. Образуется сила, возмущающая на тело и направленная перпендикулярно направлению потока (рис. 3, а). Сила Магнуса вызвана перепадом давления между обеими сторонами частицы в результате разности скорости из-за поворота [15]:

$$\bar{F}_{Mag} = \frac{\pi}{8} \cdot \rho \cdot C_{Mag} \cdot d_p^2 \cdot (\bar{U} - \bar{v})^2, \quad (18)$$

где C_{Mag} — коэффициент подъемной силы, о. е.

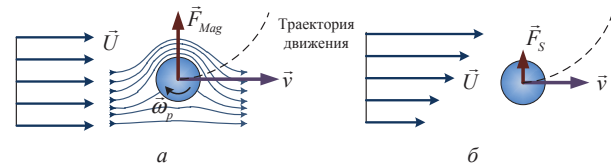


Рис. 3. Действие сил: а — Магнуса; б — Саффмана на частицу в потоке

Коэффициент подъемной силы Магнуса зависит от различных факторов (угловой частоте вращения вокруг своего центра, шероховатости поверхности частицы и т. д.), однако на сегодняшний день существует только полуэмпирическая формула расчета C_{Mag} для гидравлически гладкой шарообразной частицы [16]:

$$C_{Mag} = \begin{cases} (0,4 - 0,1) \cdot \sigma_{Mag} & \text{при } \sigma_{Mag} \geq 1; \\ (0,4 + 0,1) \cdot \sigma_{Mag} & \text{при } \sigma_{Mag} < 1; \end{cases} \quad (19)$$

$$\sigma_{Mag} = \frac{d_p \cdot (\Omega - \omega_p)}{2 \cdot (U - v_p)}; \quad \Omega = \nabla \times U. \quad (20)$$

Коэффициент подъемной силы может быть определен из графиков экспериментальных данных с использованием числа Рейнольдса и коэффициента вращения. Для коэффициентов вращения от 0,5 до 4,5 C_{Mag} находится в диапазоне от 0,2 до 0,6. В виду малости этой величины можно принять $C_{Mag} = 0,4$. Если скорость вращения достаточно велика, силы Магнуса может существенно повлиять на движение частиц.

Если частица движется в потоке с неравномерным распределением давления в поперечном направлении потока, то на нее будут действовать подъемная сила, направленная перпендикулярно к потоку. Данная сила известна как сила Саффмана (рис. 3, б). Перемещение частицы происходит из-за инерционных эффектов

в вязком потоке вокруг частицы и принципиально отличается от аэродинамического подъемной силы Жуковского [14]:

$$F_S = 1,615 \cdot \rho \cdot \sqrt{v} \cdot d_p^2 \cdot (U - v) \cdot \sqrt{|\dot{\gamma}|} \cdot \text{sgn}(\dot{\gamma}), \quad (21)$$

где $\dot{\gamma} = \frac{\partial U}{\partial R}$ — скорость сдвига, c^{-1} ; v — кинематическая вязкость среды, m^2/c .

Помимо силы гравитации на частицу действует и силы «виртуальной массы», большей известной как эффект дополнительной массы [7]. Он объясняется тем фактом, что при ускорении частицы их состояния покоя, окружающая жидкость также должна ускоряться.

$$\vec{F}_{VM} = 0,5 \cdot C_V \cdot \rho \cdot m_p \cdot \left(\frac{D\vec{U}}{Dt} - \frac{D\vec{v}}{Dt} \right), \quad (22)$$

где C_V — коэффициент дополнительной массы, примерно равный 1, о. е.; D/Dt — производная Лагранжа. Для простоты расчетов эффект дополнительной массы учитывается в выражении массы частицы. Таким образом, масса частицы с учетом сил Архимеда и «виртуальной массы» можно записать как $\frac{\pi \cdot d_p^3}{6} \cdot (\rho_p - 0,5 \cdot \rho)$.

Градиент давления, возникающий в гидроциклоне, воздействует на обтекаемую жидкостью частицу следующим образом [6]:

$$\vec{F}_p = -\frac{m_p}{\rho} \cdot \nabla \bar{p}, \quad (23)$$

где p — давление в гидроциклоне, Па.

Сила Бассета возникает в связи с отставанием пограничного слоя жидкости при изменении относительной скорости частицы, движущейся в жидкости. Иными словами, быстрота изменения движения частицы будет зависеть не только от мгновенной скорости относительно жидкости, но и от предыдущего движения, поскольку жидкости не хватает времени для полного изменения своей скорости из-за инерции [9]:

$$\vec{F}_B = \frac{3}{2} \cdot d_p^2 \cdot \sqrt{\pi \cdot \rho \cdot \mu} \cdot \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t - \tau}} \cdot \frac{\partial(\vec{U} - \vec{v})}{\partial \tau} d\tau. \quad (24)$$

С учетом центробежной силы проекции скоростей и ускорений частицы на оси координат будут следующими [13]:

$$\begin{aligned} v_R &= \frac{dR}{dt}; \quad v_\theta = \frac{d\theta}{dt}; \quad v_Z = \frac{dZ}{dt}; \\ \frac{dv_R}{dt} &= \frac{d^2R}{dt^2} - R \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2; \quad \frac{dv_\theta}{dt} = R \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{dR}{dt}; \quad v_Z = \frac{d^2Z}{dt^2}, \end{aligned} \quad (25)$$

Для расчета магнитной силы используем регрессионную модель распределения напряженности магнитного поля:

$$H(R, Z) = \left[H_3 + (H_0 - H_3) \cdot e^{-\frac{Z \cdot n}{Z_1}} \right] \cdot \left(\frac{D_0}{2 \cdot R} \right)^N. \quad (26)$$

Высчитаем частные производные:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial R} = - \left[H_3 + (H_0 - H_3) \cdot e^{-\frac{Z \cdot n}{Z_1}} \right] \cdot \left(\frac{D_0}{2} \right)^N \cdot \frac{N}{R^{N+1}}; \\ \frac{\partial H}{\partial \theta} = 0; \\ \frac{\partial H}{\partial Z} = - \frac{n}{Z_1} \cdot (H_0 - H_3) \cdot e^{-\frac{Z \cdot n}{Z_1}} \cdot \left(\frac{D_0}{2 \cdot R} \right)^N. \end{cases} \quad (27)$$

Подставляя уравнения (5, 8, 9, 15, 17, 18, 21, 22, 25, 27) в уравнение (3), разложенное на оси цилиндрической системы координат, получим следующую систему, описывающие движение частицы в магнитном гидроциклоне:

$$\begin{cases} \frac{d^2R}{dt^2} = R \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 - A_1 \cdot \frac{dR}{dt} - B_1 \cdot \left[H_3 + (H_0 - H_3) \cdot e^{-\frac{Z \cdot n}{Z_1}} \right]^2 \cdot \frac{1}{R^{2N+1}} - \\ - C_1 \cdot \left[\left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dZ}{dt} \right)^2 \right] - C_2 \cdot \frac{dR}{dt} \cdot \sqrt{\frac{d^2R}{dt^2}}; \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} = - \frac{2}{R} \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{dR}{dt} + A_2 \cdot \left(U_0 - R \cdot \frac{d\theta}{dt} \right); \\ \frac{d^2Z}{dt^2} = A_2 \cdot \left(U_Z - \frac{dZ}{dt} \right) - B_2 \cdot \frac{e^{-\frac{Z \cdot n}{Z_1}}}{Z_1 \cdot R^{2N}} \cdot \left[H_3 + (H_0 - H_3) \cdot e^{-\frac{Z \cdot n}{Z_1}} \right] - \\ - C_2 \cdot \frac{dZ}{dt} \cdot \sqrt{\frac{d^2Z}{dt^2}}, \end{cases} \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{18 \cdot \mu \cdot \Phi_w^2}{d_p^2 \cdot C_K \cdot (\rho_p - 0,5\rho)} \cdot (1 + a_w); \quad a_w = \frac{d_p}{D - 2R} + \frac{d_p}{D_0 + 2R}; \\ A_2 &= \frac{18 \cdot \mu \cdot \Phi_w^2}{d_p^2 \cdot C_K \cdot (\rho_p - 0,5\rho)} \cdot \left[1 + a_w + \frac{1}{8} a_w^3 - \frac{45}{256} a_w^4 - \frac{1}{16} a_w^5 \right]^{-1}; \\ B_1 &= \frac{\mu_0 \cdot \mathcal{J} \cdot N}{(\rho_p - 0,5\rho)} \cdot \left(\frac{D_0}{2} \right)^{2N}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 \cdot \mathcal{J} \cdot n}{(\rho_p - 0,5\rho)} \cdot (H_0 - H_3) \cdot \left(\frac{D_0}{2} \right)^{2N}; \\ C_1 &= \frac{\pi}{20} \cdot \rho \cdot d_p^2; \quad C_2 = 1,615 \cdot \rho \cdot \sqrt{v} \cdot d_p^2. \end{aligned}$$

Система уравнений второго порядка не имеет аналитического решения, поэтому для ее решения целесообразно использовать численные методы расчета [18]. Результаты моделирования без учета турбулентности представлены на рис. 4.

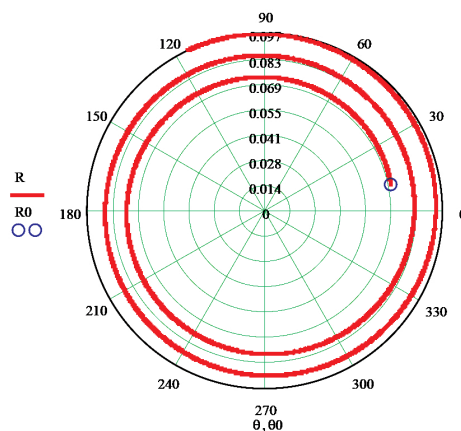


Рис. 4. Модель движения частицы в магнитном гидроциклоне

5. Выводы

Исследовалось движение одиночной частицы в рабочей камере гидроциклона с радиальным магнитным полем. Составлена математическая модель в цилиндрической системе координат на основании подхода Лагранжа. Помимо модели движение одиночной частицы, проведен детальный анализ сил действующих на частицу в криволинейном потоке. Т. к. флокулообразование в аппаратах инерционного типа с наложенным магнитным полем является одним из наиболее значимых факторов, влияющих на эффективность очистки вязких сред, то кинетика частиц с коагуляцией в криволинейном потоке требует дальнейших исследований. Однако эта задача не может быть решена без модели движения одиночной частицы.

Литература

1. Масюткин, Е. П. Очистка технических жидкостей от магнитных примесей в инфраструктуре водного транспорта [Текст] / Е. П. Масюткин, В. И. Просвирнин, Б. А. Авдеев // Рыбное хозяйство Украины. — Керчь: КГМТУ, 2012. — № 3(80). — С. 40–49.
2. Тихонцов, А. М. Решение экологических задач машиностроения путем повышения качества гидроциклонной очистки СОЖ [Текст] / А. М. Тихонцов, А. В. Чернышов, А. Е. Ковалев // Сборник научных статей XVII международной научно-практической конференции «Экология, энерго- и ресурсосбережение, охрана окружающей среды и здоровье человека, утилизация отходов». Т. II. — Харьков, 2009. — С. 219–225.
3. Александров, Е. Е. Повышение ресурса технических систем путем использования электрических и магнитных полей [Текст]: монография / Е. Е. Александров, И. А. Кравец, Е. Н. Лысиков и др. — Харьков: НТУ «ХПИ», 2006. — 544 с.
4. Терновский, И. Г. Гидроциклонирование [Текст] / И. Г. Терновский, А. М. Кутепов. — М.: Наука, 1994. — 350 с.
5. Масюткин, Е. П. Анализ основ теории и методов расчета гидроциклонов с силовыми полями электрической природы (продолжение) [Текст] / Е. П. Масюткин, В. И. Просвирнин, Б. А. Авдеев // Рыбное хозяйство Украины. — Керчь: КГМТУ, 2011. — № 1(78). — С. 34–38.
6. Nowakowski, A. F. The Numerical Modelling of the Flow in Hydrocyclones [Text] / A. F. Nowakowski, M. J. Doby // KONA Powder and Particle Journal / Hosokawa Powder Technology Foundation. — Osaka, 2008. — No. 26. — pp. 66–80.
7. Svarovsky, L. Solid Liquid Separation [Text] / L. Svarovsky. — Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001. — 568 p.
8. Матвиенко, О. В. Математическое моделирование турбулентного переноса дисперсной фазы в турбулентном потоке [Текст] / О. В. Матвиенко, В. М. Ушаков, Е. В. Евтюшкин // Вестник ТГПУ. — Томск, ТГПУ, 2004. — Вып. 6(43). — С. 50–53.
9. Xiaodong, L. Numerical simulation of the effects of turbulence intensity and boundary layer on separation efficiency in a cyclone separator [Text] / L. Xiaodong, Y. Jianhua, C. Yuchun, N. Mingjiang, C. Kefa // Chemical Engineering Journal. — New York: ELSEVIER, 2003. — № 95. — pp. 235–240.
10. Ландау, Л. Д. Гидродинамика [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — М.: Наука, 1988. — 736 с.
11. Minkov, L. CFD-modeling of a flow in a hydrocyclone with an additional water injector [Text] / L. Minkov, J. Dueck // Компьютерные исследования и моделирование. — Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. — Т. 3, № 1. — С. 63–76.
12. Medronho, R. A. Numerical simulation of hydrocyclones for cell separation [Text] / R. A. Medronho, J. Schuetze and W.-D. Deckwer // Latin American applied research / INTEC. — Buenos Aires, 2005. — No 35, n. 1. — pp. 1–8.
13. Страус, В. Промышленная очистка газов [Текст] / В. Страус; пер. с англ. Ю. А. Косога. — М.: Химия, 1981. — 616 с.
14. Просвирнин, В. И. Теоретическое и экспериментальное обоснование кинетики процессов и параметров электромагнитных устройств очистки железосодержащих дисперсных сред в агропромышленном комплексе: дис. докт. техн. наук: 05.20.02 [Текст] / В. И. Просвирнин; МИМСХ. — Мелитополь, 1992. — 286 с.
15. Ahmadi, G. Particle transport, development and removal [Электронный ресурс] / G. Ahmadi. — Режим доступа: \www/URL: http://web2.clarkson.edu/projects/crcd/me637/downloads.html.
16. Hemdan, H. S. On The Potential of Large Eddy Simulation to Simulate Cyclone Separators: Dissertation partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Engineering: 24.01.2007 [Text] / H. S. Hemdan. — Chemnitz, CUTS, 2007. — 137 p.
17. Масюткин, Е. П. Влияние формы зелей на эффективность очистки дисперсных сред [Текст] / Е. П. Масюткин, В. И. Просвирнин, Б. А. Авдеев. — Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2012. — № 5/8(59). — С. 52–57.
18. Масюткин, Е. П. Очистка технических примесей в магнитных гидроциклонах [Текст] / Е. П. Масюткин, В. И. Просвирнин, Б. А. Авдеев // Рыбное хозяйство Украины. — Керчь: КГМТУ, 2011. — № 3(74). — С. 35–40.

МОДЕЛЬ РУХУ ЧАСТОК В МАГНІТНОМУ ГІДРОЦИКЛОНІ

Приведена модель руху частинки в гідроциклоні з радіальним магнітним полем. Мається аналіз сил, що містять чисельні формули для їх розрахунку і пояснювальні зображення; виділені сили, вплив яких найбільш значимо в динаміці руху частки. Модель базується на підході Лагранжа і виконана в циліндричній системі координат. Приведено чисельне рішення систем диференціальних рівнянь.

Ключові слова: модель, магнітний гідроциклон, підхід Лагранжа, магнітне поле.

Авдеев Борис Александрович, аспирант, кафедра электрооборудования судов и автоматизации производства, Керченский государственный морской технологический университет, Украина, e-mail: dirigeant@mail.ru.

Авдеев Борис Александрович, аспирант, кафедра электрообладнання суден та автоматизації виробництва, Керченський державний морський технологічний університет, Україна.

Avdeyev Boris, Kerch State Maritime Technological University, Ukraine, e-mail: dirigeant@mail.ru