

Пилькевич И. А.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ

Исследования последних лет показали невозможность использования логистических моделей при прогнозировании динамики развития объектов различной природы. В работе предложена методология построения математических моделей динамики популяций, которые могут использоваться для описания как роста популяций, так и их взаимодействия.

Ключевые слова: логистическая модель, динамика популяций, теория систем, энергетический подход.

1. Введение

Рассматриваемый в работе вопрос относится к математической экологии, объединяющей математически модели и методы, используемые при решении проблем экологии [1].

Для понимания механизмов функционирования и решения вопросов использования популяций большое значение имеют сведения об их структуре. Закономерное изменение числа особей в популяции данного вида на протяжении года (сезонная) или ряда лет (многолетняя) определяется изменениями рождаемости (плодовитости) и смертности особей, а также их перемещением (эмиграцией или иммиграцией) [2].

2. Постановка проблемы

Изучение закономерностей динамики численности животных необходимо для создания научных основ рационального использования полезных животных и борьбы с вредными насекомыми. При этом используются математические методы, в частности, моделирование. Однако оценить интегральное влияние первичных и вторичных радиоэкологических эффектов в условиях естественных популяций тяжело, так как они многовекторные и неоднозначные. Единственным показателем состояния популяций в таких условиях может быть общее состояние их численности [3].

3. Обзор существующих решений

Первые модели динамики популяций — это ряд Фибоначчи (1202), модель экспоненциального роста Мальгуса (1798), модель ограниченного роста Ферхюльста (1838) [4]. К настоящему времени имеется много самых разнообразных дискретных и непрерывных детерминистических и стохастических моделей. В начале 20 века появились первые модели взаимодействия видов. Классической книгой современной математической экологии является труд В. Вольтерра «Математическая теория борьбы за существование» (Volterra, 1931; Вольтерра, 1976). Развитие теоретической экологии в последние десятилетия полностью подтвердило глубину и правильность его идей [5].

Среди моделей динамики популяций в математической экологии наибольшее распространение получила логистическая функция Ферхюльста (1838), которая используется для описания как поведения популяций, так и их взаимодействия, например, в модели Лотки-

Вольтерра [6]. Американские ученые Р. Перль и Л. Рид предполагали, что логистическая кривая хорошо описывает рост популяций до того момента, когда они начали проводить свои исследования. В своих публикациях в 1920 году и в более поздних публикациях (вплоть до 1940 года) они делали вывод о том, что логистическая модель не может служить основанием для прогноза народонаселения в США.

Поэтому в работе предлагается методология построения математических моделей динамики популяций, справедливая для математического описания объектов различной природы. Теоретической базой построения математических моделей выступает системология.

4. Теоретический подход к построению математических моделей динамики популяций

При формировании теоретического подхода к математическому моделированию динамики популяций предлагается использовать основы конструктивной теории, которая требует применения общего теоретического ядра. В качестве такого ядра авторы предлагают использовать теоретические основы теории систем, которые отображают «единое знание» [7]. Однако до настоящего времени единые знания в теории систем формировались в качественной форме категории «свойства», что усложняло переход к количественным параметрам [8]. Использование энергетической оценки «свойств» позволило в количественной форме построить теоретическую основу математической модели динамики популяций.

При создании математической модели динамики популяций авторы придерживаются следующих этапов, которые включают: 1) формирование энергетического подхода к аксиоматике системы; 2) составление энергетического уравнения системы; 3) составление уравнения энергетического потенциала системы.

Энергетический подход к аксиоматике систем заключается в формировании базиса независимых переменных, который должен обеспечивать абстрактную форму поведения объектов разной природы. Поведение объектов рассматривается с позиций движения субстанции в поле данной субстанции. При описании динамики популяций абстрактная форма движения рассматривается как поток энергии в энергетическом поле. Поэтому базис переменных должен включать [9]: фундаментальные переменные пространства l и времени t ; фазовые переменные, которые описывают движение субстанции в поле этой субстанции.

Базис независимых фазовых переменных должен состоять из двух величин, одна из которых характеризует субстанцию ω , а другая — потенциал ψ поля субстанции. При этом произведение независимых фазовых переменных должен иметь размерность энергии $[\psi\omega] = \text{Дж}$.

В связи с этим энергетический потенциал, в первую очередь, заключается в выборе независимых переменных. Заметим, что если фазовая переменная субстанции имеет размерность энергии, то переменная энергетического потенциала будет безразмерной величиной.

Энергетическое уравнение системы отображает энергетический обмен системы со средой на основе законов функционирования системы [10]. В замкнутой относительно энергетического обмена совокупности систем должен выполняться закон сохранения энергии. Энергетическое уравнение системы должно быть основано на таких положениях:

1. Полная энергия состоит из основной и дополнительной энергии

$$X(t) = V(t) + Y(t), \quad (1)$$

где $X(t)$, $V(t)$, $Y(t)$ — соответственно, полная, основная и дополнительная энергии системы.

2. Система обладает способностью увеличивать полную энергию за счет дополнительной энергии среды. Поток дополнительной энергии пропорционален произведению полной энергии и энергетическому потенциалу:

$$\frac{dY(t)}{dt} = \phi(t)X(t), \quad (2)$$

где $\phi(t)$ — энергетический потенциал системы.

Используя (1) и (2) получим энергетическое уравнение системы, которое в форме «переменных состояния» описывается дифференциальным уравнением состояния и уравнением алгебры «выход — состояние — вход»:

$$\frac{dX(t)}{dt} = \phi(t)X(t) + \frac{dV(t)}{dt}, \quad X(t) = V(t) - Y(t). \quad (3)$$

При составлении энергетического уравнения системы авторы ограничились основными видами взаимной зависимости энергетического потенциала и энергии:

1) потенциал не зависит от энергии $\phi_1(t) = \phi$;

2) потенциал пропорционален энергии $\phi_2(t) = \frac{1}{a_0} X(t)$;

3) потенциал пропорционален скорости изменения энергии $\phi_3(t) = a_1 \frac{dX(t)}{dt}$, где a_0 , a_1 — параметры системы, характеризующие соответствующие зависимости потенциала при изменении энергии.

Для экологических систем в качестве фазовых переменных используются энергетические величины — объем биомассы и численность популяций (в энергетическом эквиваленте), а энергетический потенциал — скорости роста популяций. Переход от энергетических величин к количественным переменным дает общее нелинейное дифференциальное уравнение экологической системы для численности популяций [10]:

$$\left(a_1 + \frac{1}{N(t)} \right) \frac{dN(t)}{dt} + \frac{1}{a_0} N(t) - \phi = 0, \quad (4)$$

где $N(t)$ — количество особей в популяции; a_0 , a_1 , ϕ — параметры экологической системы, которые связывают

изменения скорости роста популяции с изменениями численности популяций.

6. Вывод

Развитие логистической модели динамики популяций достигается за счет дополнения ее нелинейным элементом, который описывает потери, связанные с сопротивлением среды росту популяции. Обобщенная логистическая функция, полученная теоретическим путем, отражает емкостные и резистивные потери и может использоваться для описания как роста популяций, так и их взаимодействия.

Литература

1. Бигон, М. Экология. Особи, популяції та спільноти [Текст] / М. Бигон, Дж. Харпер, К. Таунсенд. — В 2-х томах. Т. 1. — М.: Мир, 1989. — 667 с.
2. Пилькевич, И. А. Обобщенная логистическая модель динамики популяций [Текст] / И. А. Пилькевич, В. И. Котков, А. В. Маевский // Материали III-го Всеукраїнського з'їзду екологів з міжнародним участям «Екологія-2011». — Вінниця: ВНТУ, 21–24 вересня 2011. — С. 222–226.
3. Лаврик, В. І. Методи математичного моделювання в екології [Текст] / В. І. Лаврик. — К.: Фітоцентр, 1998. — 316 с.
4. Ризниченко, Г. Ю. Математические модели биологических продукционных процессов [Текст]: учебное пособие / Г. Ю. Ризниченко, А. Б. Рубин. — М.: Изд-во МГУ, 1993. — 302 с.
5. Свиричев, Ю. М. Устойчивость биологических сообществ [Текст] / Ю. М. Свиричев, О. Д. Логофет. — М.: Наука, 1978. — 352 с.
6. Принципи моделювання та прогнозування в екології [Текст]: підручник / В. В. Богобожий, К. Р. Чурбанов, П. Б. Палій, В. М. Шмандій. — К.: Центр навч. л-ри, 2004. — 216 с.
7. Пилькевич, І. А. Обґрунтування якості узагальненої логістичної моделі динаміки популяцій [Текст] / І. А. Пилькевич, В. І. Котков, О. В. Маєвський // Східно-Європейський журнал передових технологій. — 2012. — № 1/4(55). — С. 63–66.
8. Пилькевич, І. А. Дослідження можливості прогнозування динаміки популяцій [Текст] / І. А. Пилькевич, В. І. Котков, О. В. Маєвський // Збірник наукових праць Подільського державного аграрно-технічного університету. — 2012. — Спеціальний випуск до VI Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми збалансованого природокористування», 29–30 листопада 2012. — С. 181–185.
9. Грабар, І. Г. Універсальна модель систем: методологічний аспект [Текст] / І. Г. Грабар, Ю. О. Тимонін, Ю. Б. Бродський // Вісник Житомирського нац. агроєкол. ун-ту. — 2009. — № 1. — С. 358–366.
10. Пилькевич, І. А. Моделювання і прогнозування динаміки чисельності мисливських тварин [Текст]: монографія / І. А. Пилькевич. — Житомир: ЖДУ ім. І. Франка, 2012. — 128 с.

ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ПІДХІД ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ДИНАМІКИ ПОПУЛЯЦІЙ

Дослідження останніх років показали неможливість використання логістичних моделей при прогнозуванні динаміки розвитку об'єктів різної природи. В роботі запропонована методологія побудови математичних моделей динаміки популяцій, що можуть застосовуватися для опису як росту популяцій, так і їх взаємодії.

Ключові слова: логістична модель, динаміка популяцій, теорія систем, енергетичний підхід.

Пилькевич Ігорь Анатольевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, кафедра мониторинга окружающей природной среды, Житомирский национальный агроэкологический университет, Украина, e-mail: igor.pilkevich@mail.ru.

Пилькевич Ігор Анатолійович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри, кафедра моніторингу навколишнього природного середовища, Житомирський національний агроєкологічний університет, Україна.

Pilkevich Igor, Zhytomyr National Agroecological University, Ukraine, e-mail: igor.pilkevich@mail.ru