

и средства их параметрической настройки в компьютерном проектировании витражных полотен.

Ключевые слова: витражное полотно, геометрико-орнаментальное заполнение, сечение соединительного профиля, параметричность.

Петрушевський Андрій Олександрович, старший викладач, кафедра комп'ютерних технологій дизайну і графіки, Національний авіаційний університет, Київ, Україна, e-mail: zmodeller@yandex.ua.

Petrushevskiy Andriy Aleksandrovich, starshiy преподаватель, кафедра компьютерных технологий дизайна и графики, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.

Petrushevskiy Andriy, National Aviation University, Kyiv, Ukraine, e-mail: zmodeller@yandex.ua

УДК 636.631.223.018

DOI: 10.15587/2312-8372.2014.28093

**Мельник В. Н.,
Карачун В. В.**

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОБОЛОЧКИ БИОРЕАКТОРА ПРОИЗВОЛЬНОГО ОЧЕРТАНИЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Строится расчетная схема упругого взаимодействия внешнего ультразвукового луча с оболочечной составляющей биореактора. Деформация поверхности принята линейно упругой. Созданная система линейных дифференциальных уравнений описывает динамические процессы в поверхности биореактора. С их помощью можно вычислить координатные функции поверхности и в дальнейшем установить природу возникновения особенностей резонансного типа в культуральной жидкости.

Ключевые слова: линия меридиана, координатные функции, упругие перемещения, параллель, оболочка, биореактор, особенности.

1. Введение

Исследования относятся к фармацевтической промышленности, в частности, к производствам по изготовлению жидких лекарств.

Технологический процесс в этом случае требует соблюдения максимальной стерильности, и, вместе с тем, качественного теплообмена рабочей жидкости в биореакторе. В этой связи, существующие механические перемешивающие устройства представляются не столько малоэффективными, сколько опасными с точки зрения гигиенических норм.

Радикальным техническим решением этой проблемы представляется переход к ультразвуковым технологиям, которые устранят существующие проблемы технологического процесса, повысят производительность биореакторов и качество изготавливаемых лекарств. Этим обосновывается актуальность проведения данных исследований.

2. Постановка проблемы

Технологический процесс изготовления фармацевтических препаратов жидкофазной структуры с помощью биореакторов предусматривает всеобъемлющий и качественный теплообмен и аэрацию культурального состава в пределах общего объема — как по высоте, так и на периферии. Появление перекоса в этом процессе неизбежно приведет к снижению качества готового продукта.

Использование ультразвуковой технологии позволяет сформировать однородную по всем параметрам рабочую жидкость в биореакторе. Вместе с тем, большой рабочий объем становится камнем преткновения в эффективности перемешивания. Выходом из создавшейся ситуации является искусственное формирование в жидкости зон повышенной энергетики движения, так называемых *зон каустики*. Их активность и расположение в биореакторе могут быть изначально прогнозируемыми, если знать закономерности генерируемых в материале корпуса изгибных (в радиальном направлении) и окружных (вдоль параллели) волн.

Это позволит расположить поверхности *каустик* таким образом, чтобы просматривались зоны акустической тени и зоны активности.

Цель данной статьи является построение системы линейных дифференциальных уравнений для поверхности биореактора. Для достижения поставленной цели необходимо исследовать влияние ультразвукового луча на оболочечную поверхность биореактора; рассчитать углы падения, отражения и прошедшей волны при влиянии ультразвукового луча на поверхность биореактора; искусственно формировать зоны энергетической активности без применения механических устройств.

3. Анализ литературных источников

Влияние ударных волн на бесконечную цилиндрическую оболочку рассмотрены, например, в работах [1, 2].

Гладкий полубесконечный цилиндр в безграничной идеальной жидкости рассмотрен в работе [3]. Изучение свойств оболочек при акустическом нагружении рассмотрены в работе [4]. Волновые процессы при рассеянии и излучении звука получили развитие в работах [5–7]. Цилиндрические оболочки и пластины изучались в работах [8, 9]. Турбулентность в средах при ультразвуковом облучении анализировались в работах [10–12]. Создание источников ультразвукового излучения, предназначенных для изменения свойств и структуры веществ и материалов, интенсификации технологических процессов в твердых, жидких и газообразных средах в работах [13–15]. Вопросы активизации зоны рабочего объема биореактора рассмотрены в работах [16, 17]. Вопросы дифракции и интерференции звуковых волн анализировались в работах [18–20] и др.

4. Расчетная модель корпуса биореактора. Ультразвуковое воздействие общего вида

Предположим, что оболочка относится к криволинейным ортогональным координатам α_1 и α_2 . Их считаем линиями кривизны с радиусом R_1 и R_2 .

Обозначим через A_1 и A_2 параметры Ламе срединной поверхности π оболочки. Тогда, добавив силы инерции, можем воспользоваться уравнениями равновесия оболочки, которые в развернутом виде записываются следующим образом [11, 12]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_2 T_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_1^2 S}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} T_2 + \frac{1}{R_1} \left(\frac{\partial A_2 M_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_1^2 H}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_2 \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left(\frac{A_1}{R_1} H \right) + \frac{1}{R_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} H = -A_1 A_2 q_1 + \rho A_1 A_2 h \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}; \\ & \frac{\partial A_1 T_2}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2^2 S}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} T_1 + \frac{1}{R_2} \left(\frac{\partial A_1 M_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2^2 H}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} M_1 \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left(\frac{A_2}{R_2} H \right) + \frac{1}{R_1} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} H = -A_1 A_2 q_2 + \rho A_1 A_2 h \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2}; \\ & \frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} - \frac{1}{A_1 A_2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} \frac{1}{A_1} \left(\frac{\partial A_2 M_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_1^2 H}{\partial \alpha_2} - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_2 \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \frac{1}{A_2} \left(\frac{\partial A_1 M_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2^2 H}{\partial \alpha_1} - \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} M_1 \right) \right\} = q_n + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned} q_1 &= p_1 + \frac{m_1}{R_1} \approx p_1; \quad q_2 = p_2 + \frac{m_2}{R_2} \approx p_2; \\ q_n &= p_n + \frac{1}{A_1 A_2} \left(\frac{\partial A_2 m_1}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial A_1 m_2}{\partial \alpha_2} \right) \approx p_n, \end{aligned}$$

ибо в большинстве случаев величины m_i имеют порядок hp , так что, отождествляя q_i и p_i , тем самым отбрасываются слагаемые порядка h/R по сравнению

с единицей; T_1, T_2 – нормальные, а S – касательное усилия; M_1, M_2 – изгибающие моменты; H – крутящий момент; ρ – плотность материала оболочки; h – толщина оболочки; u_i – упругие перемещения точек поверхности π в направлении координаты α_i .

В представленном виде уравнения (1) использовать неудобно. Поэтому следует провести над ними ряд преобразований, после которых записать в форме, приемлемой для интегрирования:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1+v}{2R} \frac{\partial^2 U_\phi}{\partial z \partial \phi} - \frac{v}{R} \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1-v^2}{Eh} \left(-q_1 + \rho h \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} \right); \\ & \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 U_\phi}{\partial \phi^2} - \frac{1-v}{2} \frac{\partial^2 U_\phi}{\partial z^2} + \frac{1+v}{2R} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z \partial \phi} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial W}{\partial \phi} = \\ & = \frac{1-v^2}{Eh} \left(-q_2 + \rho h \frac{\partial^2 U_\phi}{\partial t^2} \right); \\ & \frac{\partial^4 W}{\partial z^4} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial^4 W}{\partial z^2 \partial \phi^2} - \frac{1}{R^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \phi^4} - \frac{1-v}{R^2} \frac{\partial^3 U_\phi}{\partial z^2 \partial \phi} - \frac{1}{R^4} \frac{\partial^3 U_\phi}{\partial \phi^3} + \\ & + \frac{12}{h^2} \left(\frac{v}{R} \frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial U_\phi}{\partial \phi} \right) = -\frac{1}{D} \left(q_3 + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \right), \end{aligned} \tag{2}$$

где $u_z(t, z, \phi)$, $u_\phi(t, z, \phi)$, $w(t, z, \phi)$ – координатные функции биореактора; $\alpha_1 = z$; $\alpha_2 = \phi$; постоянные Ламе для цилиндрической оболочки $A_1 = 1$; $A_2 = R = \text{const}$; z – продольная координата; ϕ – координата вдоль параллели; w – поперечная координата; R – радиус оболочки; v – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга.

Принятая универсальность математического описания оболочки биореактора как оболочки вращения расширяет возможности учета многих факторов, а также устанавливает правомочность тех или иных допущений и упрощений. Наличие в правой части уравнений (2) возмущений общего вида, позволяет анализировать влияние внешнего воздействия различной структуры и прогнозировать возникновение локальных особенностей резонансного типа.

Поскольку рассматриваются замкнутые оболочки вращения, то в окружном направлении (вдоль параллели) следует ожидать периодичности силовых и кинематических полей, то есть они должны определенным образом зависеть от периодических функций вида $\cos k\phi$, $\sin k\phi$ ($k = 0, 1, \dots$). В свою очередь, внешнее динамическое нагружение по трем направлениям может быть и непериодическим по координате ϕ . Но, нагрузки:

$$q_i^* = q_i^*(t, z, \phi), \quad i = \overline{1, 3},$$

всегда можно, во всяком случае, формально, представить в виде рядов Фурье по координате ϕ .

Поэтому считаем, что:

$$q_i^* = q_i^*(t, z, \varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} [q_{i,k}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + q_{i,k}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi], \quad i = \overline{1, 3}. \quad (3)$$

В соответствии с формулой (3), отыскиваемые функции:

$$\begin{aligned} U_z &= U_z(t, z, \varphi); \\ U_\varphi &= U_\varphi(t, z, \varphi); \\ W &= W(t, z, \varphi). \end{aligned}$$

Представим их в виде:

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty} [U_{z,k}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi]; \quad (4)$$

$$U_\varphi = \sum_{k=0}^{\infty} [U_{\varphi,k}^{(1)}(t, z) \sin k\varphi + U_{\varphi,k}^{(2)}(t, z) \cos k\varphi]; \quad (5)$$

$$W = \sum_{k=0}^{\infty} [W_k^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + W_k^{(2)}(t, z) \sin k\varphi]. \quad (6)$$

Подставим соотношения (3)–(6) в «рабочие» уравнения движения (2), сгруппируем слагаемые, содержащие одинаковые гармоники $\cos k\varphi$, $\sin k\varphi$ и приравняем их нулю. При этом следует отдельно записывать равенства для $k = 0$, $k = 1$ и $k \geq 2$.

Звуковое давление в падающей волне примем равным (рис. 1):

$$P_1 = P_{10} \exp i[\omega t - \vec{k}_0 \vec{R}_0(z, \varphi)], \quad (7)$$

где P_{10} — давление в падающей волне; $\vec{k}_0 = \vec{n} \frac{\omega}{c}$ — волновой вектор; c — скорость звука; \vec{n} — единичный вектор направления распространения волны; \vec{R}_0 — радиус-вектор точки поверхности поплавка.

С учетом принятых на схеме обозначений, принимая также для простоты равными углы падения, отражения и прошедшей волны, звуковые давления примут вид:

$$P_1 = P_{10} \exp i[\omega t - k_0 (R \cos \varphi \cos \varepsilon_1 - R \sin \varphi \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 - z \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2)]; \quad (8)$$

$$P_2 = P_{20} \exp i[\omega t - k_0 (-R \cos \varphi \cos \varepsilon_1 - R \cos \varphi \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 - z \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2)]; \quad (9)$$

$$P_3 = P_{30} \exp i[\omega t - k_0 (R \cos \varphi \cos \varepsilon_1 - R \cos \varphi \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 - z \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2)]. \quad (10)$$

При *циклическом нагружении* ($2 \leq k$), координатные функции строятся в виде:

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty} \left[a_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \cos k\varphi \cos z + a_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \sin k\varphi \sin z \right]; \quad (11)$$

$$U_\varphi = \sum_{k=0}^{\infty} \left[b_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \sin k\varphi \cos z + b_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \cos k\varphi \sin z \right]; \quad (12)$$

$$W = \sum_{k=0}^{\infty} \left[c_k^{(1)}(t) z^4 (1-z)^4 \cos k\varphi \cos z + c_k^{(2)}(t) z^4 (1-z)^4 \sin k\varphi \sin z \right]; \quad (13)$$

а коэффициенты $a_i^{(s)}$, $b_i^{(s)}$, $c_i^{(s)}$ ($s = 1, 2$) являются функциями акустического давления P_{10} , P_{20} , P_{30} .

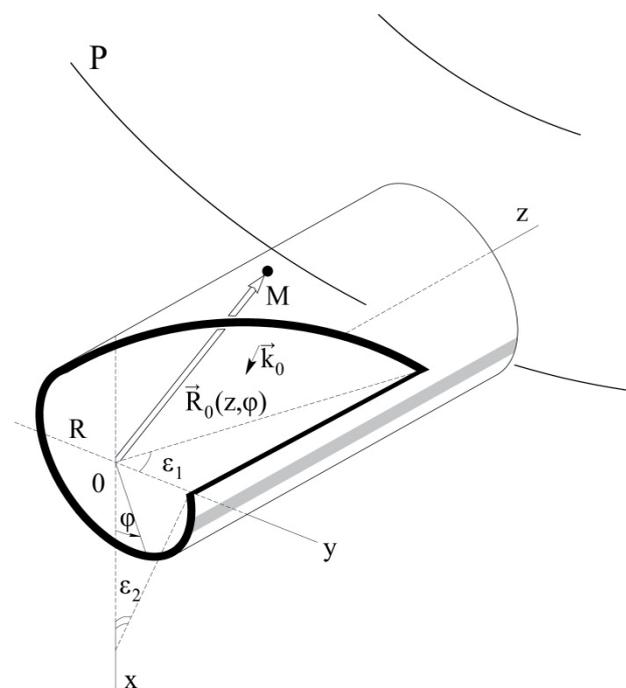


Рис. 1. Механизм воздействия ультразвукового луча

При *осесимметричном* деформированном состоянии ($k = 1$) координатные функции строятся следующим образом:

$$U_z(t, z, \varphi) = z^2 (1-z)^2 \exp i\omega_1 t (a_1^{(1)} \cos \varphi \cos z + a_1^{(2)} \sin \varphi \sin z); \quad (14)$$

$$U_\varphi(t, z, \varphi) = z^2 (1-z)^2 \exp i\omega_1 t (b_1^{(1)} \sin \varphi \cos z + b_1^{(2)} \cos \varphi \sin z); \quad (15)$$

$$W(t, z, \varphi) = z^4 (1-z)^4 \exp i\omega_1 t (c_1^{(1)} \cos \varphi \cos z + c_1^{(2)} \sin \varphi \sin z). \quad (16)$$

Диффузное поле предполагает равновероятностный перенос энергии акустического излучения в реверберационном объеме. Строго говоря, на практике, действительно,

редко приходится встречаться с акустическим воздействием в виде одной волны и, поэтому, следует результаты анализа, полученные для плоской волны, обобщить. Для этого достаточно выполнить усреднение по Пэрису.

В случае *циклического* ($2 \leq k$) нагружения, координатные функции будут иметь вид:

$$U_z(t, z, \varphi) = 4 \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[a_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \cos k\varphi \cos z + a_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \sin k\varphi \sin z \right] \right\} \times \times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 d\varepsilon_1 d\varepsilon_2; \quad (17)$$

$$U_\varphi(t, z, \varphi) = 4 \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[b_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \sin k\varphi \cos z + b_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \cos k\varphi \sin z \right] \right\} \times \times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 d\varepsilon_1 d\varepsilon_2; \quad (18)$$

$$W(t, z, \varphi) = 4 \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \left[c_k^{(1)}(t) z^4 (1-z)^4 \cos k\varphi \cos z + c_k^{(2)}(t) z^4 (1-z)^4 \sin k\varphi \sin z \right] \right\} \times \times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 d\varepsilon_1 d\varepsilon_2. \quad (19)$$

Если имеет место *осенесимметричное* ($k=1$) деформированное состояние, тогда усреднение по Пэрису дает:

$$U_z(t, z, \varphi) = 4 \exp i\omega_1 t \times \times \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left[a_1^{(1)} z^2 (1-z)^2 \cos \varphi \cos z + a_1^{(2)} z^2 (1-z)^2 \sin \varphi \sin z \right] \times \times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 d\varepsilon_1 d\varepsilon_2; \quad (20)$$

$$U_\varphi(t, z, \varphi) = 4 \exp i\omega_1 t \times \times \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left[b_1^{(1)} z^2 (1-z)^2 \sin \varphi \cos z + b_1^{(2)} z^2 (1-z)^2 \cos \varphi \sin z \right] \times \times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 d\varepsilon_1 d\varepsilon_2; \quad (21)$$

$$W(t, z, \varphi) = 4 \exp i\omega_1 t \times \times \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left[c_1^{(1)} z^4 (1-z)^4 \cos \varphi \cos z + c_1^{(2)} z^4 (1-z)^4 \sin \varphi \sin z \right] \times \times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 d\varepsilon_1 d\varepsilon_2. \quad (22)$$

В том случае, когда скорость продольной (окружной) волны $V_{пр}$ больше скорости звука c_0 в рабочей жидкости, т. е.:

$$c_0 < V_{пр},$$

бегущая вдоль параллели волна будет излучать в жидкость звуковую волну под углом α к вектору скорости $V_{пр}$, точнее:

$$\sin \alpha = \frac{c_0}{V_{пр}} = \frac{c_0}{\dot{U}_\varphi(z, t, \varphi)},$$

в результате значительная часть звуковой энергии будет сосредотачиваться вблизи корпуса, образуя цилиндрическую поверхность радиуса $r = R \cos \alpha$.

Аналогично, если:

$$\sin \beta = \frac{c_0}{\dot{W}_\varphi(z, t, \varphi)},$$

изгибная волна сформирует цилиндрическую каустику ближе к оси биореактора.

5. Апробация результатов исследований

Построенная расчетная модель упругого взаимодействия ультразвукового луча с внешней поверхностью биореактора позволила практически подтвердить правильность исходных предположений на опытных образцах.

Технические решения ультразвуковых технологий в фармацевтической промышленности защищены Патентами Украины.

6. Выводы

В результате проведенных исследований:

1. Построены системы линейных дифференциальных уравнений при циклическом нагружении, при осенесимметричном деформированном состоянии координатных функций поверхности оболочечной части биореактора.
2. Рассчитываются углы падения, отражения и прошедшей волны при влиянии ультразвукового луча на поверхность биореактора.
3. Искусственное формирование зон энергетической активности без применения механических устройств позволяет, с одной стороны, повысить качество продукта, с другой — обеспечить высокую стерильность техпроцесса.
4. В зависимости от изменений физико-химического состава рабочей среды, можно автоматически регулировать и расположение зон каустики.

Литература

1. Вольмир, А. С. Поведение упругих цилиндрических оболочек при действии плоской акустической волны [Текст] / А. С. Вольмир, М. С. Герштейн / Инж. журн. — 1965. — Т. 5, № 6. — С. 1127–1130.
2. Гузь, А. Н. Гидроупругость систем оболочек [Текст]: моногр. / А. Н. Гузь, В. Д. Кубенко, А. Э. Бабаев; НАН Украины, Ин-т механіки ім. С. П. Тимошенка. — К.: Выща шк. Головное изд-во, 1984. — 208 с.
3. Гузь, А. Н. Введение в акустоупругость [Текст]: моногр. / А. Н. Гузь, Ф. Г. Махорт, О. И. Гуца; НАН Украины, Ин-т механіки ім. С. П. Тимошенка. — К.: Наук. Думка, 1977. — 151 с.
4. Лямшев, Л. М. Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости [Текст]: моногр. / Л. М. Лямшев. — М.: Изд-во АН СССР, 1955. — 73 с.
5. Flowers Williams, J. E. Thoughts on the problem of aerodynamic noise sources near solid boundaries [Text] / J. E. Flowers Williams. — Paris : Advisory Group for Aeronautical Research and Development, 1963. — AGARD report; 459. — P. 351–360.
6. Habbard, H. H. Vibration Induced by Acoustic Waves [Text] / H. H. Habbard, S. C. Houbolt; Ed. By C. M. Harries and Ch. T. Grede // Shock and Vibration Haudbook. — 1961. — P. 321–332.

7. Faran, J. J. Sound Scattering by Solid Cylinders and Spheres [Text] / J. J. Faran // J. Acoust. Soc. Am. — 1951. — Vol. 23, № 4. — P. 405–418. doi:10.1121/1.1906780.
8. Kennard, E. H. Approximate energy and equilibrium equatoins for cylindrical shells [Text] / E. H. Kennard // J. Appl. Mech. — 1956. — Vol. 23, № 4. — P. 127–132.
9. Kistler, A. L. The fluctuating pressure field in a supersonic turbulent boundary layer [Text] / A. L. Kistler, W. S. Chen // Journal of Fluid Mechanics. — 1963. — Vol. 16, № 1. — P. 41–64. doi:10.1017/s0022112063000574.
10. Lilley, G. M. Wall pressure fluctuations under turbulent boundary layers at subsonic and supersonic speed [Text] / G. M. Lilley. — Advisory Group for Aeronautical Research and Development, 1963. — 48 p.
11. Черных, К. Ф. Линейная теория оболочек [Текст]: моногр.; в 2 ч. / К. Ф. Черных. — Л.: Ленингр. ун-т, 1962. — Ч. 1. — 435 с.
12. Черных, К. Ф. Линейная теория оболочек [Текст]: моногр.; в 2 ч. / К. Ф. Черных. — Л.: Ленингр. ун-т, 1962. — Ч. 2. — 518 с.
13. Хмелев, В. Н. Ультразвуковые многофункциональные и специализированные аппараты для интенсификации технологических процессов в промышленности, сельском и домашнем хозяйстве [Текст]: моногр. / Г. В. Леонов, Р. В. Барсуков, С. Н. Цыганок, А. В. Шалунов. — Бийск: Алт. гос. техн. ун-т, 2007. — 400 с.
14. Хмелев, В. Н. Ультразвуковое распыление жидкостей [Текст]: моногр. / В. Н. Хмелев, А. В. Шалунов, А. В. Шалунова. — Бийск: Алт. гос. техн. ун-т, 2010. — 272 с.
15. Хмелев, В. Н. Система контроля температуры пьезопреобразователей ультразвуковых технологических аппаратов [Текст] / В. Н. Хмелев, Р. В. Барсуков, Д. В. Генне, Д. С. Абраменко, Е. В. Ильченко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2012. — № 6/3(60). — С. 4–7. — Режим доступа: \www/URL: http://journals.uran.ua/ejet/article/view/5392.
16. Остапенко, Ж. І. Газліфтний барботажний апарат [Текст] / Ж. І. Остапенко, М. М. Дорошук // VIII Всеукраїнська науково-практична конференція «Біотехнологія XXI ст.». — К.: НТУУ «КПІ», 2014. — С. 141.
17. Статкевич, С. І. Активізація зон робочого об'єму біореактора [Текст] / С. І. Статкевич, Ю. С. Дробязко // VIII Всеукраїнська науково-практична конференція «Біотехнологія XXI ст.». — К.: НТУУ «КПІ», 2014. — С. 139.
18. Kaplunov, J. D. Matching of asymptotic models in scattering of a plane acoustic wave by an elastic cylindrical shell [Text] / J. D. Kaplunov, V. A. Kovalev, M. V. Wilde // Journal of Sound and Vibration. — 2003. — Vol. 264, № 3. — P. 639–655. doi:10.1016/s0022-460x(02)01212-9.
19. Tyutekin, V. V. Diffraction of plane sound waves by elastic cylindrical shells with different types of longitudinal fixations [Text] / V. V. Tyutekin, A. I. Boiko // Acoustical Physics. — 2006. — Vol. 52, № 3. — P. 344–350. doi:10.1134/s106377100603016x.
20. Anik'ev, I. I. Deformation of an elastic plate with an edge notch under the action of a plane shock wave: experimental research [Text] / I. I. Anik'ev, M. I. Mikhailova, E. A. Sushchenko // International Applied Mechanics. — 2009. — Vol. 45, № 11. — P. 1243–124. doi:10.1007/s10778-010-0265-9.

ПОБУДОВА ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ОБОЛОККИ БІОРЕАКТОРА ДОВІЛЬНОГО ОКРЕСЛЕННЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОМУ ПОЛІ

Будується розрахункова схема пружної взаємодії зовнішнього променя з оболонковою складовою біореактора. Деформація поверхні прийнята лінійно пружною. Створена система лінійних диференціальних рівнянь описує динамічні процеси в поверхні біореактора. За їх допомогою можна обчислити координатні функції поверхні і надалі з'ясувати природу виникнення особливостей резонансного типу в культуральній рідині.

Ключові слова: лінія меридіану, координатні функції, пружні переміщення, паралель, оболонка, біореактор, особливості.

Мельник Вікторія Николаевна, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна, e-mail: karachun11@i.ua.

Карачун Володимир Володимирович, доктор технічних наук, професор, кафедра біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна, e-mail: karachun11@i.ua.

Мельник Вікторія Миколаївна, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна.

Карачун Володимир Володимирович, доктор технічних наук, професор, кафедра біотехніки та інженерії, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна.

Mel'nick Viktorij, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine, e-mail: karachun11@i.ua.

Karachun Volodimir, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine, e-mail: karachun11@i.ua