ISSN 2226-3780

УДК 681.518.5
DOI: 10.15587/2312-8372.2015.41072

Бойко Т. В.,
Абрамова А. О.,
Серебрянський Д. О.,
Семенюк М. В.

ДО ПИТАННЯ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ОДНОВИМІРНОГО ОБ'ЄКТУ

Досліджено методи побудови математичних моделей одновимірного об'єкту із застосуванням апроксимації методом найменших квадратів та поліномів Чебишева на прикладі дослідження залежності аеродинамічного опору від витрати газу відцентрового фільтру. Побудовані процедури визначення коефіцієнтів поліномів у системі Mathcad. Отримані величини залишкової дисперсії свідчать про співпадіння результатів із застосуванням обох методів.

Ключові слова: *математичне моделювання, поліноми Чебишева, апроксимація, метод найменших квадратів.*

1. Вступ

Інтенсивне застосування математичних знань, методів у різноманітних галузях практичної діяльності людини є характерною ознакою сучасності. На практиці потрібно розв'язувати різноманітні задачі, досліджувати ті чи інші явища, аналізувати результати експериментів і дослідів. Метод математичного моделювання широко застосовується для вирішення багатьох актуальних задач та є одним із основних сучасних методів дослідження. Загалом під моделюванням розуміється процес дослідження реальної системи, який включає побудову моделі, її дослідження та перенесення одержаних результатів на досліджувану систему. Модель можна визначити як об'єкт, що в деяких відношеннях збігається з прототипом і є засобом опису, пояснення та/або прогнозування його поведінки. Під математичною моделлю реальної системи (процесу) розуміється сукупність співвідношень (формул, рівнянь, нерівностей, логічних умов, операторів тощо), які визначають характеристики станів системи залежно від її параметрів, зовнішніх умов (вхідних сигналів, впливів), початкових умов та часу.

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Проведений аналіз літературних даних вказує на те, що одним із найпоширеніших методів математичного моделювання у разі оцінювання параметрів моделі є метод найменших квадратів (МНК), що застосовується для оброблення експериментальних даних [1–4]. У роботі [1] описано алгоритм методу найменших квадратів для знаходження коефіцієнтів поліному, але порядок поліномів не перевищує трьох. Авторами роботи [2] проводилась порівняльна оцінка нетрадиційного удосконаленого та класичного методів апроксимації експериментальних залежностей. У роботі [3] наводиться практична реалізація розв'язку задач математичного опису даних спостережень шляхом побудови поліноміальних апроксимацій із використанням пакету Mathcad. Авторами роботи [4] проведено порівняння методів апроксимації до вирішення специфічної задачі. У роботах [1–4] досліджений метод МНК застосовано для побудови математичних моделей специфічних об'єктів, що не мають нічого спільного із об'єктом, що досліджується авторами. У роботі [5] проведено аналізування методики апроксимації на основі методу найменших квадратів у розрізі оптимальності розмірності побудованих поліномів, отримані результати досліджень доводять працездатність методу і дозволяють його використання для вирішення задач математичного моделювання у різних сферах застосування. Автором роботи [6] проведено дослідження можливості апроксимації експериментальних даних для вирішення специфічної задачі, автором доведено можливість застосування методу найменших квадратів для отримання необхідної точності апроксимації шляхом побудови поліному не менше четвертого порядку.

Провівши аналіз існуючих літературних даних останніх років, можна зробити висновок, що проблемі вирішенню задач апроксимації ортогональними поліномами Чебишева присвячено небагато робіт. На жаль, у більшості публікацій подібні завдання не доводяться до практичних чисельних рішень [7], а також, відсутні тестові розрахунки, що демонструють достовірність і точність відновлення коефіцієнтів поліномів Чебишева. У роботі [8] представлено алгоритми апроксимації експериментальних залежностей із застосуванням ортогональних поліномів Чебишева та Форсайта у системі Mathcad, але відсутні дослідження впливу ступеня поліномів на результати моделювання.

Проведений аналіз літературних даних, свідчить про можливість застосування апроксимації на основі методу найменших квадратів для знаходження коефіцієнтів апроксимуючих поліномів для вирішення задач математичного моделювання специфічних об'єктів (відцентровий фільтр), а застосування апроксимації на основі поліномів Чебишева потребує доопрацювання.

3. Об'єкт, ціль та задачі дослідження

Об'єктом дослідження є восьмиканальний відцентровий фільтр з системою каналів з замкненими контурами.

Як правило до математичних моделей одновимірних об'єктів, отриманих методом МНК у вигляді поліномів порядку більше третього ставляться із застереженням і завжди рекомендують використовувати поліноми

Чебишева. Метою дослідження є отримання надійної залежності, а з іншого боку перевірити вище наведену тезу. Математичну залежність потрібно побудувати для нового апарату, а саме восьмиканального відцентрового фільтру з системою каналів з замкненими контурами [9, 10] (рис. 1), в якому розташовані чотири пари послідовно з'єднаних каналів, що сполучені з окремими ізольованими бункерами.

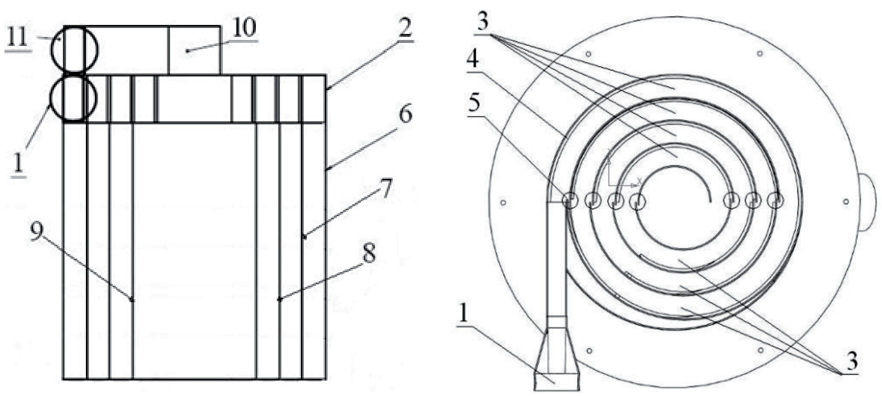


Рис. 1. Восьмиканальний відцентровий фільтр:
1 — вхідний патрубок; 2 — сепараційна камера; 3 — криволінійні канали; 4 — кільцеві щілини; 5 — зазори; 6, 7, 8, 9 — бункери; 10 — розкручувач потоку; 11 — вихідний патрубок

Апарат працює таким чином: газовий потік з полідисперсним порошком по тангенціальному вхідному патрубку 1 поступає в камеру сепарації 2. Унаслідок руху по криволінійній траєкторії тверді частки концентруються на периферії кожного з каналів 3. Зі всіх криволінійних каналів полідисперсний порошок разом з частиною газу поступає через кільцеві щілини 4 у відповідний даним двом каналам бункер — збірник (6, 7, 8, 9), де велика маса часток осідає, а фракції, що продовжують витати повертаються через щілину в зону активної сепарації (канали) і знову сепаруються. Через зазори 5, потік часток відводиться з даного каналу в попередній, для додаткової сепарації. Газовий потік, очищений від порошку, через розкручувач потоку 10 виводиться з апарату через патрубок 11.

В основі конструкції відцентрових фільтрів лежить система послідовно з'єднаних криволінійних каналів з однаковими кутами повороту і рівними площами поперечних перерізів. Канали утворюються двома плоскими стінками і циліндричними напівобичайками різної кривизни. Замкнутий контур виникає в двох сусідніх каналах при наявності ексцентриситету між осями обертання непарних і парних напівобичайок.

Проведений аналіз методів математичного моделювання ставив за мету обрати ефективні методи для побудови математичної моделі нового апарату на основі експериментальних досліджень восьмиканального відцентрового фільтру. Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- виділення існуючих факторів об'єкту у результаті аеродинамічних випробувань відцентрового фільтра;
- провести апроксимацію експериментальних даних ортогональними поліномами Чебишева та побудувати нелінійний поліном із використанням методу найменших квадратів;
- знаходження коефіцієнтів математичної моделі;
- перевірка адекватності отриманої математичної моделі;
- дослідження впливу ступеню поліному на отримані результати;
- порівняння результатів, отриманих із застосуванням методу апроксимації із використанням поліномів Чебишева та методу найменших квадратів.

4. Побудова математичної моделі восьмиканального відцентрового фільтру

Авторами вирішується задача побудови математичної моделі восьмиканального відцентрового фільтру методом апроксимуючих поліномів та поліномів Чебишева, що широко застосовується для знаходження функціонального зв'язку $y = Y(x)$ між декількома експериментальними даними x та y.

Функціональну залежність представлено многочленом виду (1):

$$Y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_k x^k. \quad (1)$$

Застосування поліномів має ту перевагу, що невідомі коефіцієнти (параметри) a_k, входять у рівняння лінійно, що спрощує їх розрахунок. Крім того, збільшуючи ступінь такого полінома, можна досягнути практично будь-якої міри наближення розрахункових даних до експериментальних аж до повного збігу. Задача побудови математичного опису процесу у вигляді (1) зводиться до знаходження таких значень коефіцієнтів a_k, при яких досягається найкращий збіг експериментально одержаних (Ye) та розрахованих за допомогою апроксимуючої залежності вихідних значень (Yp).

Одним із методів знаходження коефіцієнтів апроксимуючих поліномів є метод найменших квадратів (МНК), умова якого полягає у тому, що сума квадрата різниць між експериментальними значеннями функції та розрахованими за допомогою апроксимуючого полінома при одних і тих же значеннях аргументу повинна бути мінімальною, тобто:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left[Ye_i - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + ... + a_k x_i^k) \right] \to \min, \quad (2)$$

де a_0, a_1, a_2, ..., a_k — невідомі коефіцієнти поліноміальної моделі; k — ступінь поліному, N — кількість дослідних значень функції Y.

При обробці дослідних даних з допомогою МНК важливо не тільки розраховувати значення коефіцієнтів апроксимуючого полінома, але й знайти такий його ступінь, якому буде відповідати задовільна помилка апроксимації, котру, як правило, оцінюють у вигляді середньої відносної похибки:

$$\delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{Ye_i - Yp_i}{Ye_i} \right] \cdot 100~\%. \quad (3)$$

Ортогональні поліноми Чебишева, що використовують при вирішенні задач апроксимації, мають вигляд:

$$\varphi_0(x)=1, \varphi_1(x)=x-\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n},$$

$$\ldots$$

$$\varphi_k(x)=x^k-\frac{\sum_{j=1}^{n} x^k \varphi_{k-1}(x_j)}{\varphi^2{}_{k-1}(x_j)}\varphi_{k-1}(x)-\frac{\sum_{j=1}^{n} x^k \varphi_{k-2}(x_j)}{\varphi^2{}_{k-2}(x_j)}\varphi_{k-2}(x)-\ldots-\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^k}{n}, \quad (4)$$

де $k = 1, 2,\ldots$

Ортогональні поліноми мають наступні властивості:

$$[\varphi_i(x)\varphi_k(x)]=\sum_{j=1}^{n}\varphi_i(x_j)\varphi_k(x_j)=0,\ i\neq k. \quad (5)$$

З рівняння (5) можна представити матрицю функцій X (3).

$$X=\begin{bmatrix} \varphi_0(x_1) & \varphi_1(x_1) & \ldots & \varphi_m(x_1) \\ \varphi_0(x_2) & \varphi_1(x_2) & \ldots & \varphi_m(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_0(x_n) & \varphi_1(x_n) & \ldots & \varphi_m(x_n) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Використавши метод найменших квадратів з ортогональними поліномами Чебишева, отримаємо:

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n}\varphi_0{}^2(x_j) & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^{n}\varphi_1{}^2(x_j)\ldots & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots\sum_{j=1}^{n}\varphi_m{}^2(x_j) & \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n}\varphi_0{}^2(x_j)y_j \\ \sum_{j=1}^{n}\varphi_1{}^2(x_j)y_j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n}\varphi_m{}^2(x_j)y_j \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Коефіцієнти C_k розраховуються згідно із залежності (8):

$$C_k=\frac{\sum_{j=1}^{n}\varphi_k(x_j)y_j}{\sum_{j=1}^{n}\varphi_k^2(x_j)},\ k=0,1,\ldots,m. \quad (8)$$

Апроксимуюча функція має вигляд [9]:

$$\hat{y}(x)=\sum_{k=0}^{m}C_k\varphi_k(x)=\sum_{k=0}^{m}a_k x^k, \quad (9)$$

де

$$a_k=\sum_{j=k}^{m}C_j b_{jk},$$

$$b_{ri}=\sum_{j=i}^{r-1}d_{rj}b_{ji},\ b_{jj}=0,$$

$$d_{lr}=-\frac{\sum_{i=0}^{N-1}x_i^l\varphi_r(x_i)}{\sum_{i=0}^{N-1}\varphi_r^2(x_i)},$$

$$l=1,2,\ldots,m; r,j=0,\ldots,m,$$

$$\varphi_r(x_i)=x^r+\sum_{i=0}^{r-1}b_{ji}x^i,\ r,j=0,\ldots,m. \quad (10)$$

Математична модель об'єкту описується нелінійною функцією (1), вихідні експериментальні дані (результати аеродинамічних випробувань відцентрового фільтру) представлено у табл. 1 [9, 10].

Таблиця 1

Експериментальні залежності аеродинамічних випробувань відцентрового фільтру

Витрата газу, $Q_{вх}$, м^3/год x_i	100	130	150	200	230	250
Аеродинамічний опір ΔP, Па y_i	327	663,5	1000	1720	2580	3440

У ході експериментальних досліджень встановлено залежність таких параметрів: аеродинамічного опору від витрати газу.

Для апроксимації експериментальних залежностей виду (x_i, y_i, $i = 0,1,\ldots N-1$), де x_i — значення параметрів на вході, y_i — значення параметрів на виході створено алгоритми реалізацій методів апроксимуючих поліномів та поліномів Чебишева у системі Mathcad.

Результати розрахунків поліномів $\varphi_k(x)$ у системі Mathcad при побудові поліномів Чебишева показано на рис. 2, 3 (удосконалено методику автора [8]).

Процедура розрахунку коефіцієнтів a_k алгебраїчного поліному шляхом перетворення поліномів Чебишева представлено на рис. 4, 5.

Результати розрахунків апроксимаційних поліномів методом МНК у системі Mathcad показано на рис. 6.

5. Аналіз отриманих результатів розрахунків по запропонованим математичним моделям

Проведено обгрунтування вибору ступеню поліному шляхом дослідження його впливу на величину залишкової дисперсії, результати представлено у табл. 2.

Вихідні дані:

$$XY := \begin{pmatrix} 100 & 327 \\ 130 & 663.5 \\ 150 & 1000 \\ 200 & 1720 \\ 230 & 2580 \\ 250 & 3440 \end{pmatrix}$$

$k := 5$ ступінь поліному

$j := 0..5$

```
PR_CHEBISHEVA(XY,k) := | break if k < 1
                       | for j ∈ 0..5
                       |   f[0,j] ← 1
                       | n ← 1
                       | while n ≤ k
                       |   | for j ∈ 0..5
                       |   |   f[n,j] ← [(XY<0>)j]^n − Σ(m=0..n−1) [ Σ(i=0..5) [f[m,i]·[(XY<0>)i]^n] / Σ(i=0..5) (f[m,i])^2 ]·f[m,j]
                       |   | n ← n + 1
                       | f
```

Процедура апроксимуючого поліному Чебишева

$f := PR\_CHEBISHEVA(XY, k)$

```
CHEB(f,XY,k) := | for m ∈ 0..k
                |   F[m] ← Σ(j=0..5) (f[m,j]·XY[j]) / Σ(j=0..5) (f[m,j])^2
                | F
```

Рис. 2. Результати розрахунків поліномів $\varphi_k(x)$ у системі Mathcad

$F := CHEB\left(f, XY^{\langle 1\rangle}, k\right)$

$$FF_j := \sum_{m=0}^{k} \left(F_m f_{m,j}\right)$$

$$F = \begin{pmatrix} 1.622\times10^{3} \\ 19.808 \\ 0.103 \\ 1.035\times10^{-3} \\ 8.221\times10^{-6} \\ -2.426\times10^{-7} \end{pmatrix} \quad FF = \begin{pmatrix} 327 \\ 663.5 \\ 1000 \\ 1.72\times10^{3} \\ 2.58\times10^{3} \\ 3.44\times10^{3} \end{pmatrix}$$

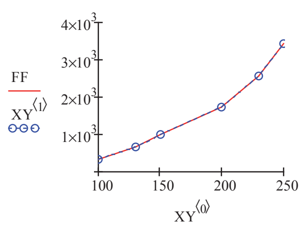
$i := 0..5$

величина залишкової дисперсії S вказує на гарне співпадіння апроксимуючої залежності та табличної залежності

$$S := \sum_{i=0}^{5} \left[FF_i - \left(XY^{\langle 1\rangle}\right)_i\right]^2 \qquad S = 4.877\times10^{-12}$$

$FF_i =$

327
663.5
1000
$1.72\cdot10^3$
$2.58\cdot10^3$
$3.44\cdot10^3$



Графіки експериментальної $X^{<1>}$ та теоретичної залежностей F_i

Рис. 3. Результати розрахунків поліномів $\varphi_k(x)$ у системі Mathcad

$$XY := \begin{pmatrix} 100 & 327 \\ 130 & 663.5 \\ 150 & 1000 \\ 200 & 1720 \\ 230 & 2580 \\ 250 & 3440 \end{pmatrix} \qquad k := 5$$

```
CHEB(XY,k) := | break if k < 1
              | for j ∈ 0..length(XY<0>) − 1
              |   f[0,j] ← 1
              | for i ∈ 0..k
              |   c[i,i] ← 1
              | n ← 1
              | while n ≤ k
              |   | m ← 0
              |   | while m ≤ n − 1
              |   |   | h[n,m] ← −[ [Σ(j=0..5) [f[m,j]·[(XY<0>)j]^n]] / [Σ(j=0..5) (f[m,j])^2] ]
              |   |   | m ← m + 1
              |   | i ← 0
              |   | while i ≤ n − 1
              |   |   | c[n,i] ← 0
              |   |   | j ← 0
              |   |   | while j ≤ n − 1
              |   |   |   | c[n,i] ← c[n,i] + h[n,j]·c[j,i]
              |   |   |   | j ← j + 1
              |   |   | i ← i + 1
              |   | for j ∈ 0..5
              |   |   | f[n,j] ← [(XY<0>)j]^n
              |   |   | i ← 0
              |   |   | while i ≤ n − 1
              |   |   |   | f[n,j] ← f[n,j] + c[n,i]·[(XY<0>)j]^i
              |   |   |   | i ← i + 1
              |   | n ← n + 1
              | for m ∈ 0..k
              |   F[m] ← Σ(j=0..5) [f[m,j]·[(XY<1>)j]] / Σ(j=0..5) (f[m,j])^2
              | for m ∈ 0..k
              |   | Koef[m] ← 0
              |   | j ← m
              |   | while j ≤ k
              |   |   | Koef[m] ← Koef[m] + F[j]·c[j,m]
              |   |   | j ← j + 1
              | Koef
```

Рис. 4. Результати розрахунку коефіцієнтів a_k алгебраїчного поліному шляхом перетворення поліномів Чебишева у системі Mathcad

ISSN 2226-3780

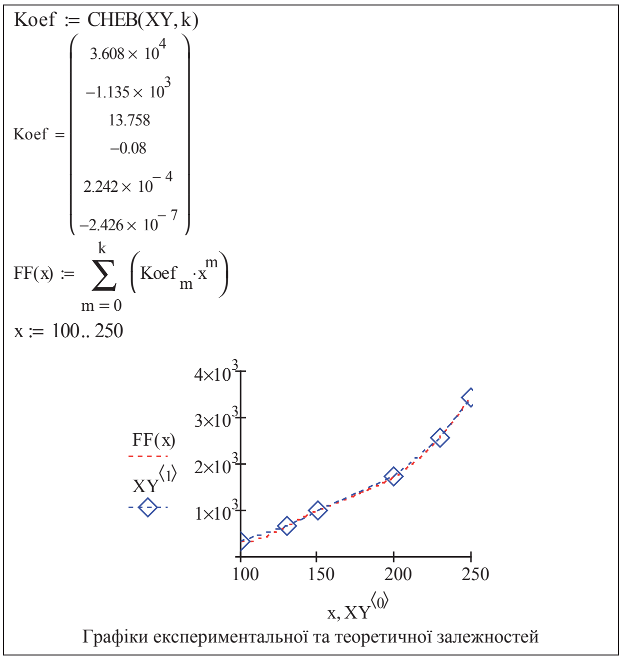


Рис. 5. Результати розрахунку коефіцієнтів a_k алгебраїчного поліному шляхом перетворення поліномів Чебишева у системі Mathcad

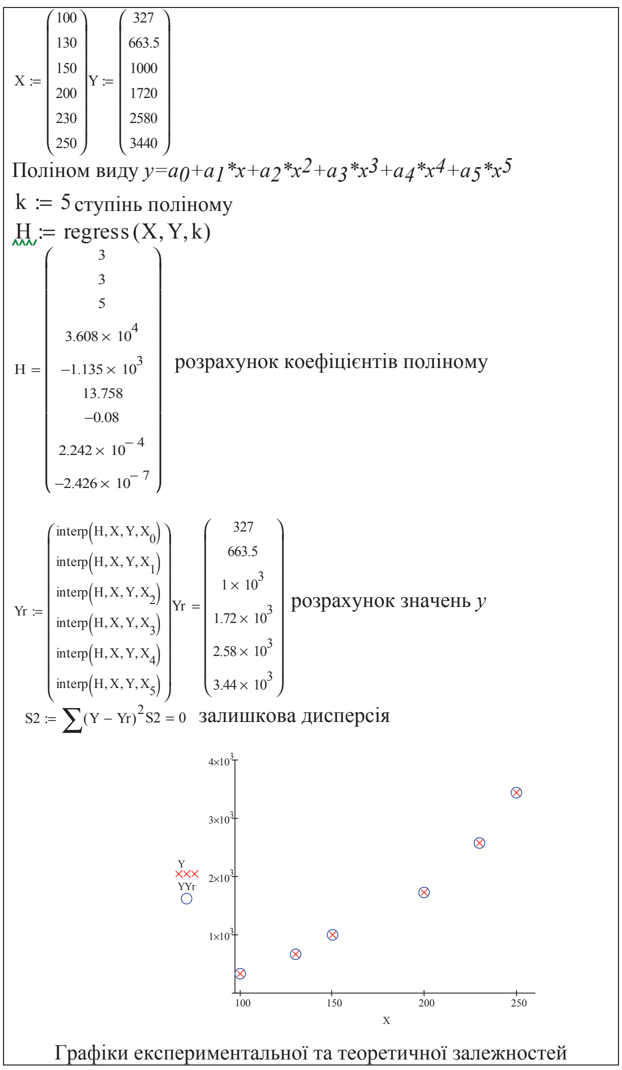


Рис. 6. Результати розрахунку апроксимаційних поліномів методом МНК у системі Mathcad

Таблиця 2

Результати дослідження впливу ступеню поліному на величину залишкової дисперсії

Методи апроксимації	Ступінь поліному			
	2	3	4	5
	Залишкова дисперсія			
Ортогональний поліном Чебишева	$6{,}125\cdot10^4$	$6{,}335\cdot10^3$	$3{,}503\cdot10^3$	$4{,}877\cdot10^{-12}$
Апроксимуючий поліном (МНК)	$6{,}125\cdot10^4$	$6{,}335\cdot10^3$	$3{,}503\cdot10^3$	0

Як показує дослідження впливу ступеня поліному на величину залишкової дисперсії, для досягнення найбільшої точності апроксимуючого поліному потрібно обрати ступінь поліному п'ять.

Проведено порівняння методів апроксимації із використанням МНК та ортогональних поліномів Чебишева, що представлено у табл. 3.

Таблиця 3

Результати порівняння методів апроксимації методом найменших квадратів та поліномів Чебишева

Методи апроксимації		Ортогональний поліном Чебишева	Апроксимуючий поліном (МНК)
Коефіцієнти поліному	a_0	$3{,}608\cdot10^4$	$3{,}608\cdot10^4$
	a_1	$-1{,}135\cdot10^3$	$-1{,}135\cdot10^3$
	a_2	13,758	13,758
	a_3	–0,08	–0,08
	a_4	$2{,}242\cdot10^{-4}$	$2{,}242\cdot10^{-4}$
	a_5	$-2{,}426\cdot10^{-7}$	$-2{,}426\cdot10^{-7}$
Залишкова дисперсія	S	$4{,}877\cdot10^{-12}$	0

Отже, математична модель залежності аеродинамічного опору від витрати газу відцентрового фільтру має вигляд (11):

$$\hat{y}(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5. \qquad (11)$$

Враховуючи розраховані коефіцієнти поліному математична модель має вигляд апроксимуючого поліному пятого порядку (12):

$$\hat{y}(x)=3{,}608\cdot10^4-1{,}135\cdot10^3x+13{,}758x^2-$$
$$-0{,}08x^3+2{,}242\cdot10^{-4}x^4-2{,}426\cdot10^{-7}x^5. \qquad (12)$$

6. Висновки

Використання алгебраїчних поліномів значно зменшує обчислювальну похибку при збереженні всіх властивостей поліномів Чебишева (рекурентність і ортогональність). При цьому звичайні алгебраїчні поліноми дозволяють обчислювати будь-яке значення величини на виході y у досліджуваному діапазоні аргументу x.

Перевагами методу найменших квадратів є те, що метод апроксимує з найменшим критерієм відхилення від отриманих даних та дозволяє отримати найкращі апроксимуючі характеристики.

Із отриманих результатів, можна стверджувати, що досліджені методи апроксимації дають однакові результати, і для побудови апроксимуючого поліному для встановлення зв'язку параметрів на вході та виході об'єкту можна використовувати обидва методи, якщо порівнювати з точки зору простоти побудови алгоритму, метод МНК простіший для реалізації.

Література

1. Швалёва, А. В. Аппроксимация экспериментальных точек полиномиальной функцией методом наименьших квадратов [Текст] / А. В. Швалёва // APRIORI. Серия: Гуманитарные науки. — 2014. — № 4. — С. 1–10.
2. Ходак, М. О. Порівняльна оцінка нетрадиційного удосконаленого та класичного поліноміального методів апроксимації експериментальних залежностей абразивного зносу поверхонь матеріалів [Текст] / М. О. Ходак, О. А. Вишневський // ВІСНИК ЖДТУ. — 2005. — № 3(34). — С. 227–230.
3. Ивановский, Р. И. Аппроксимации данных наблюдений среде MathCAD Pro [Электронный ресурс] / Р. И. Ивановский. — Режим доступа: \www/URL: http://mas.exponenta.ru/literature/Exp_1.pdf
4. Бунке, О. С. Дослідження методів апроксимації кривих розгону для синтезу АСР [Текст] / О. С. Бунке, А. В. Полюхович // Східно-Європейський журнал передових технологій. — 2012. — № 2/10(56). — С. 39–41. — Режим доступу: \www/URL: http://journals.uran.ua/eejet/article/view/3890
5. Chkifa, A. Discrete least squares polynomial approximation with random evaluations — application to parametric and stochastic elliptic PDEs [Text] / A. Chkifa, A. Cohen, G. Migliorati, F. Nobile, R. Tempone // ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis. — 2015. — Vol. 49, № 3. — P. 815–837. doi:10.1051/m2an/2014050
6. Салеев, Д. В. Исследование возможности аппроксимации экспериментальных данных для процесса ионной имплантации бора в кремнии [Текст] / Д. В. Салеев // Фундаментальные исследования. — 2014. — № 9. — С. 2672–2676.
7. Волкова, Т. Н. Аппроксимация градуировочных характеристик средств измерений в материаловедении [Текст] / Т. Н. Волкова, И. А. Гарькина // Молодой ученый. — 2014. — № 18. — С. 227–230.
8. Муращенко, Д. Д. Аппроксимация экспериментальных зависимостей с использованием ортогональных полиномов Чебышева и Форсайта в системе Mathcad [Текст] / Д. Д. Муращенко // Материалы Международной научно-технической конференции Ассоциации автомобильных инженеров (ААИ) «Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров». — Москва: МГТУ «МАМИ», 2010. — Книга 4. — С. 90–100.
9. Відцентровий класифікатор [Електронний ресурс]: Патент України № 100913 / Серебрянський Д. О., Семенюк М. В. — а2011 03390, заявл. 22.03.2011; опубл. 11.02.2013; Бюл. № 3. — Режим доступу: \www/URL: http://uapatents.com/4-100913-vidcentrovijj-klasifikator.html
10. Відцентровий фільтр [Електронний ресурс]: Патент України № 78157 / Серебрянський Д. О., Прийомов С. І. — № а200510543, заявл. 08.11.2005; опубл. 15.02.2007; Бюл. № 2. — Режим доступу: \www/URL: http://uapatents.com/3-78157-vidcentrovijj-filtr.html

К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОДНОМЕРНОГО ОБЪЕКТА

Исследованы методы построения математических моделей одномерного объекта с применением аппроксимации методом наименьших квадратов и полиномов Чебышева на примере исследования зависимости аэродинамического сопротивления от расхода газа центробежного фильтра. Построены процедуры определения коэффициентов полиномов в системе Mathcad. Полученные величины остаточной дисперсии свидетельствуют о совпадении результатов с применением обоих методов.

Ключевые слова: математическое моделирование, полиномы Чебышева, аппроксимация, метод наименьших квадратов.

Бойко Тетяна Владиславівна, *кандидат технічних наук, доцент, в. о. завідувача кафедри кібернетики хіміко-технологічних процесів, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна,* ***e-mail: tvbojko@gmail.com****.*

Абрамова Алла Олександрівна, *кандидат технічних наук, старший викладач, кафедра кібернетики хіміко-технологічних процесів, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна,* ***e-mail: alla_abramova@ukr.net****.*

Серебрянський Дмитро Олександрович, *кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Інститут технічної теплофізики НАН України, Київ, Україна,* ***e-mail: fordima@ukr.net****.*

Семенюк Микола Віталійович, *аспірант, кафедра кібернетики хіміко-технологічних процесів, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна,* ***e-mail: ko_s@meta.ua****.*

Бойко Татьяна Владиславовна, *кандидат технических наук, доцент, и. о. заведующего кафедрой кибернетики химико-технологических процессов, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина.*

Абрамова Алла Александровна, *кандидат технических наук, старший преподаватель, кафедра кибернетики химико-технологических процессов, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина.*

Серебрянский Дмитрий Александрович, *кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев, Украина.*

Семенюк Николай Витальевич, *аспирант, кафедра кибернетики химико-технологических процессов, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина.*

Bojko Tatyana, *National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine,* ***e-mail: tvbojko@gmail.com****.*

Abramova Alla, *National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine,* ***e-mail: alla_abramova@ukr.net****.*

Serebryansky Dmitry, *Institute of Engineering Thermophysics, NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine,* ***e-mail: fordima@ukr.net****.*

Semeniuk Nikolai, *National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine,* ***e-mail: ko_s@meta.ua***