УДК 514.18
DOI: 10.15587/2312-8372.2015.51287

Ковтун А. М.

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА РАСЧЕТА ВЕКТОРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО БИСПЛАЙНА ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ С УПРАВЛЯЮЩИМИ ТОЧКАМИ, ЛЕЖАЩИМИ НА ПОВЕРХНОСТИ

Разработан способ построения бисплайна (векторно-параметрической поверхности) с помощью сплайнов четвертого порядка с управляющими точками, принадлежащими поверхности. В результате была получена гладкость вплоть до третьего порядка включительно. Получен алгоритм расчета бикубической поверхности с первым, а потом вторым и третьим порядками гладкости. Приведены тестовые примеры полученных бисплайнов.

Ключевые слова: *векторно-параметрический сплайн четвертой степени, бисплайн, сплайн с управляющими точками, принадлежащими кривой, гладкость.*

1. Введение

Координаты радиус-вектора некоторых поверхностей могут быть представлены аналитическими функциями двух параметров. Такие поверхности принято называть *аналитическими*. Предлагается их параметрическое представление, а также неявное описание с помощью уравнений для координат их радиус-вектора. Причем способ описания поверхности может варьироваться как по функциональным (например, порядок гладкости), так и по эстетическим критериям. В работах [1–3], показаны алгоритмы, по которым можно строить соответствующие бисплайны (векторно-параметрические поверхности). Причем используются сплайны третьей, четвертой и пятой степеней при выполнении условия соблюдения гладкости первого, второго, третьего и четвертого порядков.

В последние годы появилось большое количество публикаций, посвященных описанию кривых и поверхностей. Часть из них имеет чисто математическую направленность и непосредственно не связана с запросами пользователей САПР. Это, казалось бы, лишает их права на осуществление, однако опыт показывает, что многие из таких разработок часто являются маленькими открытиями, влекут за собой далеко идущие последствия. Актуальность работы заключается в облегчении труда проектировщика-конструктора. Метод позволяет задавать расположение управляющих точек на первоначально заданном каркасе, что даст пользователю инструмент более адекватный к выполняемой задаче.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Математические абстракции, такие как поверхности и линии, дают представление об отдельных свойствах предметов. Кривые линии и поверхности могут служить для создания тел. Исследования сплайнов высших степеней с управляющими точками, принадлежащими кривой [4–14], показали возможность получения бисплайна на основе таких линий с соответствующими свойствами. То есть получения векторно-параметрической поверхности с управляющими точками, инцидентными поверхности, с достижением гладкости первого, второго и третьего порядков. Показан алгоритм решения необходимых систем линейных уравнений, при этом получена бóльшая стойкость к волнообразованию (осцилляциям), чем у кубических бисплайнов.

3. Объект, цель и задачи исследования

Объект исследования — моделирование сплайновых поверхностей высокой степени гладкости с управляющими точками, принадлежащими (инцидентными) поверхности.

Цель исследования — развитие уже существующих способов описания поверхностей на базе сплайнов высших степеней ввиду их важности в конструировании и производстве.

Для достижения поставленной цели исследованы свойства векторно-параметрического сплайна на основе сплайна четвертой степени и предложен способ получения бисплайна с управляющими точками, инцидентными поверхности.

4. Результаты исследования способа построения векторно-параметрического бисплайна четвертой степени с управляющими точками, инцидентными поверхности

Для получения бисплайна возьмем векторно-параметрический сплайн в виде $r = r(u)$ и будем его «протягивать» в трехмерном пространстве в направлении, не совпадающем с направлением u, то есть в другом направлении v (*алгоритм во многом схож со способом конструирования кубического бисплайна*).

Пусть имеем векторно-параметрический сплайн, который можно в общем случае записать как:

$$r = r[u,\ r_1,\ r_2,\ \ldots,\ r_N], \quad (1)$$

где r_i — векторные константы.

Если протягивать (1) в другом направлении v, то векторные константы будут зависеть от этого параметра v. Тогда (1) будет иметь вид:

$$r = r\left[u,\ r_1(v),\ r_2(v),\ \ldots,\ r_N(v)\right] = r(u,v). \quad (2)$$

Функция полинома четвертой степени по пяти точкам x_0, y_0, x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4 может быть записана в виде:

$$y = \alpha_0(u)y_0 + \alpha_1(u)y_1 + \alpha_2(u)y_2 + \alpha_3(u)y_3 + \alpha_4(u)y_4. \quad (3)$$

Функции $\alpha_i(u)$ являются коэффициентами полинома Лагранжа:

$$\alpha_0(u) = \frac{(u-u_1)(u-u_2)(u-u_3)(u-1)}{(0-u_1)(0-u_2)(0-u_3)(0-1)},$$

$$\alpha_1(u) = \frac{(u-0)(u-u_2)(u-u_3)(u-1)}{(u_1-0)(u_1-u_2)(u_1-u_3)(u_1-1)},$$

$$\alpha_2(u) = \frac{(u-0)(u-u_1)(u-u_3)(u-1)}{(u_2-0)(u_2-u_1)(u_2-u_3)(u_2-1)},$$

$$\alpha_3(u) = \frac{(u-0)(u-u_1)(u-u_2)(u-1)}{(u_3-0)(u_3-u_1)(u_3-u_2)(u_3-1)},$$

$$\alpha_4(u) = \frac{(u-0)(u-u_1)(u-u_2)(u-u_3)}{(u_4-0)(u_4-u_1)(u_4-u_2)(u_4-u_3)}.$$

При равномерном расположении точек значения параметров u будут:

точка 0: $u_0 = 0$,

точка 1: $u_1 = \frac{1}{4}$,

точка 2: $u_2 = \frac{1}{2}$,

точка 3: $u_3 = \frac{3}{4}$,

точка 4: $u = 1$,

тогда:

$$\alpha_0(u) = \frac{32}{3}\left(u-\frac{1}{4}\right)\left(u-\frac{1}{2}\right)\left(u-\frac{3}{4}\right)(u-1),$$

$$\alpha_1(u) = -\frac{64}{3}(u-0)\left(u-\frac{1}{2}\right)\left(u-\frac{3}{4}\right)(u-1),$$

$$\alpha_2(u) = 64(u-0)\left(u-\frac{1}{4}\right)\left(u-\frac{3}{4}\right)(u-1),$$

$$\alpha_3(u) = -\frac{63}{3}(u-0)\left(u-\frac{1}{4}\right)\left(u-\frac{1}{2}\right)(u-1),$$

$$\alpha_4(u) = \frac{32}{3}(u-0)\left(u-\frac{1}{4}\right)\left(u-\frac{1}{2}\right)\left(u-\frac{3}{4}\right).$$

На основе сплайна четвертой степени (3) можно записать уравнение в матричной записи для векторно-параметрической порции поверхности:

$$r = \left[\alpha_0(u)\alpha_1(u)\alpha_2(u)\alpha_3(u)\alpha_4(u)\right] \times$$
$$\times \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & r_{02} & r_{03} & r_{04} \\ r_{10} & r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{20} & r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{30} & r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{40} & r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0(v) \\ \alpha_1(v) \\ \alpha_2(v) \\ \alpha_3(v) \\ \alpha_4(v) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $\alpha_i(u)$ рассчитывается аналогично (3).

Для получения сплайна с первым порядком гладкости необходимо обеспечить гладкость траекторий пяти точек (по числу параметров) в обоих направлениях:

$$r'^{(i-1)}_{u(u=1)}(u,v) = r'^{(i)}_{u(u=0)}(u,v),\ r'^{(j-1)}_{v(v=1)}(u,v) = r'^{(j)}_{v(v=0)}(u,v).$$

Также, для получения гладкости второго порядка нужно обеспечить соответствующую гладкость траекторий всех точек в обоих направлениях, а также гладкость смешанных производных:

$$r'^{(i-1)}_{u(u=1)}(u,v) = r'^{(i)}_{u(u=0)}(u,v),\ \ r'^{(j-1)}_{v(v=1)}(u,v) = r'^{(j)}_{v(v=0)}(u,v),$$
$$r''^{(i-1)}_{uu(u=1)}(u,v) = r''^{(i)}_{uu(u-1)}(u,v),\ r''^{(j-1)}_{vv(v=1)}(u,v) = r''^{(j)}_{vv(v=0)}(u,v).$$

Для обеспечения гладкости третьего порядка нужно достичь соответствующей гладкости траекторий всех точек в обоих направлениях, то есть:

$$r'''^{(i-1}_{uuu(u-1)}(u,v) = r'''^{(i)}_{uuu(u=0)}(u,v),\ \ \ r'''^{(j-1)}_{vvv(v=1)}(u,v) = r'''^{(j)}_{vvv(v=0)}(u,v).$$

Для обеспечения полной гладкости третьего порядка необходимо обеспечить также и равенство смешанных производных, то есть:

$$\left.\begin{aligned} &r'''^{(i-1)}_{uuv(u=1)}(u,v) = r'''^{(i)}_{uuv(u=0)}(u,v),\ r'''^{(j-1)}_{uuv(v=1)}(u,v) = r'''^{(j)}_{uuv(v=0)}(u,v), \\ &r'''^{(i-1)}_{uvv(u=1)}(u,v) = r'''^{(i)}_{uvv(u=0)}(u,v),\ r'''^{(j-1)}_{uvv(v=1)}(u,v) = r'''^{(j)}_{uvv(v=0)}(u,v). \end{aligned}\right\}$$

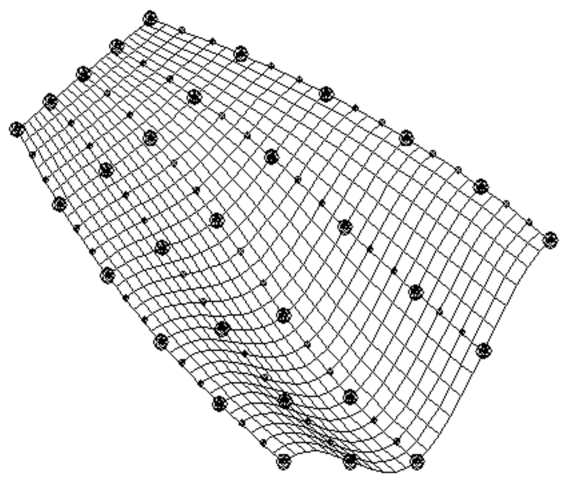
Для этого следует применить формулы для расчета сплайна с третьим порядком гладкости. Система линейных уравнений с четырехдиагональной главной матрицей:

$$\left.\begin{aligned} &A_{(3i-2)}r_1^{(i-1)}+B_{(3i-2)}r_2^{(i-1)}+C_{(3i-2)}r_3^{(i-1)}+D_{(3i-2)}r_1^{(i)}=G_{(3i-2)},\\ &A_{(3i-1)}r_2^{(i-1)}+B_{(3i-1)}r_3^{(i-1)}+C_{(3i-1)}r_1^{(i)}+D_{(3i-1)}r_2^{(i)}=G_{(3i-1)},\\ &A_{(3i)}r_3^{(i-1)}+B_{(3i)}r_1^{(i)}+C_{(3i)}r_2^{(i)}+D_{(3i)}r_3^{(i)}=G_{(3i)}, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

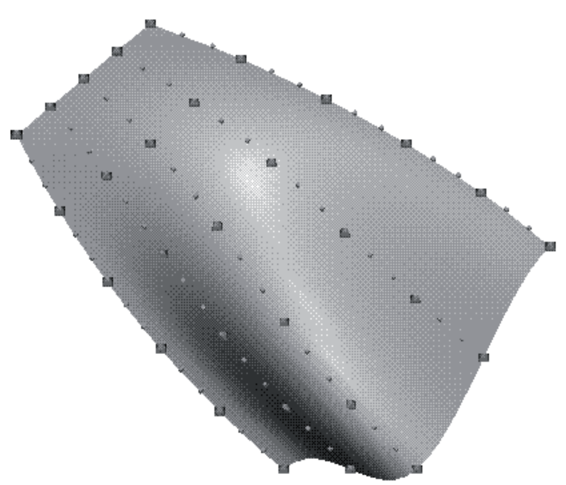
при $i = 1, 2, ..., N-1$, где A_j, B_j, C_j, D_j, G_j — рассчитывается согласно алгоритма расчета сплайна третьей степени дефекта (1) [3]. Имеем $3(N-2)$ уравнений и $3N$ неизвестных.

Для получения сплайна с третьим порядком гладкости необходимо дозадать три краевых условия. Наиболее простые условия: первая и вторая точки на первом сегменте и третья точка на последнем. Можно строить разные типы краевых условий, например, три производных и другие. В любом случае необходимо рассчитать три дополнительные точки.

Тестовые примеры бикубических сплайнов четвертой степени с управляющими точками, принадлежащими поверхности (обеспечено равенство вплоть до третей производной плюс равенство смешанных производных), поданы на рис. 1.



а



б

Рис. 1. Бисплайн четвертой степени с управляющими точками, инцидентными поверхности, с третьим порядком гладкости: *а* — показаны порции поверхности (обеспечено равенство соответствующих и смешанных производных); *б* — результат действия команды AutoCAD 3DMESH

5. Выводы

1. Показана способность сплайнов четвертой степени давать векторно-параметрические сплайны.
2. Свойства векторно-параметрических сплайнов четвертой степени адекватны свойствам полиномиальных сплайнов четвертой степени.
3. Из векторно-параметрических сегментов третьей степени гладкости получены порции поверхности.
4. Исследованные векторно-параметрические порции поверхностей дают возможность получать бисплайны соответствующей степени гладкости.
5. В работе предложен алгоритм построения бисплайна четвертой степени с управляющими точками, инцидентными поверхности.

Литература

1. Фокс, А. Вычислительная геометрия [Текст]: пер. с англ. / А. Фокс, М. Пратт. — Москва: Мир, 1982. — 304 с.
2. Завьялов, Ю. С. Методы сплайн-функций [Текст] / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. — Москва: Наука, 1982. — 352 с.
3. Ковтун, О. М. Поліноміальні сплайни четвертого степеня [Текст]: міжвідомчий наук.-техн. зб. / О. М. Ковтун // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КНУБА, 2004. — Вип. 74. — С. 239–243.
4. Голованов, Н. Н. Геометрическое моделирование [Текст] / Н. Н. Голованов. — М.: Издательство Физико-математической литературы, 2002. — 472 с.
5. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики [Текст] / Д. Роджерс, Дж. Адамс. — М.: Мир, 2001. — 604 с.
6. Якунин, В. И. Геометрические основы автоматизированного проектирования технических поверхностей [Текст] / В. И. Якунин. — М.: Маи, 1980. — 86 с.
7. Завьялов, Ю. С. Сплайны в инженерной геометрии [Текст] / Ю. С. Завьялов, В. А. Леус, В. А. Скороспелов. — М.: Машиностроение, 1985. — 224 с.
8. Watt, A. 3D Computer Graphics [Text] / A. Watt. — Addison-Wesley, 2000. — Ed. 3. — 570 p.
9. Zamani, M. A simple 2D interpolation model for analysis of nonlinear data [Text] / M. Zamani // Natural Science. — 2010. — Vol. 02, № 06. — P. 641–645. doi:10.4236/ns.2010.26080
10. Chen, L. A Comparison of Improvements for Shear Warp Algorithm Using Lagrange or Cubic Spline Interpolation [Text / L. Chen, S. Hu // 2011 5th International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering. — Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2011. — P. 1–4. doi:10.1109/icbbe.2011.5780354
11. Herman, G. T. Shape-based Interpolation Using Modified Cubic Splines [Text] / G. T. Herman, C. A. Bucholtz, Jingsheng Zheng // Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. — 1991. — Vol. 13, № 1. — P. 291–292. doi:10.1109/iembs.1991.683941
12. Бадаев, Ю. И. Специальные сплайны из полиномов третьей, четвертой и пятой степеней в геометрическом моделировании [Текст]: монография / Ю. И. Бадаев, А. М. Ковтун. — Одесса: Феникс, 2011. — 315 с.
13. Бадаєв, Ю. І. Апроксимація сплайнами на основі кривих з інцидентними точками [Текст]: матеріали Міжнародної науково-практичної конференції; праці Національного університету «Львівська політехніка» (спецвипуск) / Ю. І. Бадаєв, О. М. Ковтун // Сучасні проблеми геометричного моделювання. — Львів: Національний університет «Львівська політехніка», 2003. — С. 75–77.
14. Бадаєв, Ю. І. Векторно-параметричні сегменти, поверхні та тіла за інцидентними з ними точками [Текст]: праці Таврійської державної агротехнічної академії / Ю. І. Бадаєв, О. М. Ковтун // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — Мелітополь: ТДАТА, 2003. — Вип. 4, Т. 18. — С. 37–40.

ДОСЛІДЖЕННЯ СПОСОБУ ПОБУДОВИ ВЕКТОРНО-ПАРАМЕТРИЧНОГО БІСПЛАЙНА ЧЕТВЕРТОГО СТЕПЕНЯ З КЕРУЮЧИМИ ТОЧКАМИ, ЩО ЛЕЖАТЬ НА ПОВЕРХНІ

Досліджено спосіб побудови бісплайна (векторно-параметричної поверхні) за допомогою сплайна четвертого степеня з керуючими точками, що інцидентні поверхні. У результаті була отримана гладкість аж до третього порядку включно. Отримано алгоритм розрахунку бікубічної поверхні з першим, а потім другим і третім порядками гладкості. Наведено тестові приклади отриманих бісплайнів.

Ключові слова: векторно-параметричний сплайн четвертого степеня, бісплайн, сплайн з керуючими точками, що інцидентні кривій, гладкість.

Ковтун Александр Михайлович, *кандидат технических наук, доцент, кафедра общеинженерных дисциплин, Измаильский факультет Одесской национальной морской академии, Украина,* ***e-mail: ikra55@list.ru****.*

Ковтун Олександр Михайлович, *кандидат технічних наук, доцент, кафедра загальноінженерних дисциплін, Ізмаїльський факультет Одеської національної морської академії, Україна.*

Kovtun Alexander, *Izmail Faculty of Odessa National Maritime Academy, Ukraine,* ***e-mail: ikra55@list.ru***

УДК 519.687
DOI: 10.15587/2312-8372.2015.51415

Мацуєва К. А.

РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ І АЛГОРИТМІВ ОПТИМІЗАЦІЇ СПОЖИВАННЯ РЕСУРСІВ В СХОВИЩІ ДАНИХ НА БАЗІ ХМАРНОЇ ПЛАТФОРМИ

В рамках представленого дослідження побудована модель зберігання та організації розподіленого доступу до даних з використанням хмарної платформи мультимедійних ресурсів, розгорнутих в інформаційній системі. При цьому основним завданням дослідження є розробка алгоритмів і методів управління продуктивністю та оптимізація використання програмних і апаратних ресурсів.

Ключові слова: *розподіл навантаження, хмарні обчислення, СЗД, міграція даних, моделювання.*

1. Вступ

На сьогоднішній день однією з основних проблем при організації мультимедійних ресурсів є потреба в якісному наданні послуг кінцевим користувачам. Одним з найбільш розвинених напрямків, що використовують широкосмуговий доступ до мультимедійних послуг є організація досліджень і обчислень в сфері наукових досліджень. Ключовою особливістю застосовуваних технологій на відміну від традиційних мультимедійних сервісів є можливість надавати різні сервіси, використовуючи єдиний комплекс, що забезпечує інтерактивний зв'язок з користувачем за допомогою інформаційних каналів зв'язку. Це дозволяє застосовувати уніфіковані рішення в плані побудови архітектури таких сервісів. Крім того, відмітною особливістю послуг, що входять в таку інформаційну систему, є можливість прогнозувати поведінку користувачів. Це обумовлено специфікою процесу досліджень, а також регламентом роботи таких систем. Ці та інші чинники дозволяють здійснити вибір оптимального рішення, здатного забезпечити високу якість послуг, а також визначити основні механізми управління даними сервісами, враховуючи специфіку предметної області.

2. Аналіз літературних даних

Розглянемо основні алгоритми планування, що можуть бути використані для систем з архітектурою хмарних обчислень. Одним з найпростіших методів планування, що застосовуються для складання розкладу, є алгоритм First Come First Served (FCFS) [1, 2]. У кожному циклі планування, з черги виділяються запити і призначаються на визначені обчислювальні вузли. При цьому запити в черзі впорядковані згідно часу їх надходження. Крім описаного алгоритму застосовують і інші, що використовують список в якості основного елемента складання плану, включаючи Shortest Job First (найкоротша задача перша), Random Job First (випадкова задача перша) та ін. [2]. Істотний недолік спискових алгоритмів — низька завантаженість обчислювальних вузлів в силу наявності великої кількості вікон у створюваних розкладах, що призводить до простоювання та неефективного використання обчислювальних ресурсів.

Для вирішення цих проблем Аргонською національною лабораторією запропонований агресивний варіант алгоритму Backfill (алгоритму зворотного заповнення). Він переслідує дві конфліктуючі цілі — підвищення ефективності використання обчислювальних ресурсів шляхом заповнення порожніх вікон у розкладі та запобігання утримання заявок у черзі на обслуговування обчислювальним вузлом за рахунок механізму резервування. При цьому запити, що очікують, зберігаються в черзі і впорядковані відповідно до пріоритетів. У кожному циклі планування обчислювальні ресурси виділяються згідно встановленим пріоритетам. Особливістю алгоритму є те, що заявка, що надійшла на обслуговування, не