

Веприк Ю. Н.,  
Небера О. А.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ С ДВИГАТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКОЙ В ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

В статье предложен метод математического моделирования систем электроснабжения в переходных режимах, который обеспечивает возможность представления электрической сети произвольной конфигурации. Представленная модель разработана на основе уравнений в фазных координатах и позволяет воспроизводить как электромагнитные, так и электромеханические составляющие переходных процессов.

**Ключевые слова:** переходные процессы, фазные координаты, математическая модель, электрические машины, двигательная нагрузка.

### 1. Введение

Системы электроснабжения промышленных, транспортных, сельскохозяйственных предприятий, городов и др., а соответственно, и электрическая система в целом, содержат значительную долю электродвигательной нагрузки.

Все внешние, управляющие и защитные воздействия сопровождаются переходными процессами, поэтому возрастает и степень влияния переходных процессов на режимы функционирования как систем электроснабжения с двигательной нагрузкой (ЭСДН), так и внешней энергосистемы.

В условиях большого числа внешних воздействий эффективное противоаварийное управление системами ЭСДН, предотвращение отрицательных последствий таких нарушений могут быть обеспечены только путем совершенствования средств противоаварийного управления и защиты, так как узлы двигательной нагрузки являются одним из наиболее чувствительных к нарушениям электроснабжения элементов.

Для решения задач противоаварийного управления нужен целый ряд таких количественных характеристик переходных процессов, как критическое время перерыва питания, кратности перенапряжений, предельно допустимые длительности КЗ, допустимые снижения напряжения и частоты, состав отключаемой нагрузки. Получить такие характеристики, а также оценить эффективность выбираемых средств можно только по результатам моделирования переходных процессов, возникающих при внешних возмущающих и управляющих воздействиях.

### 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

С развитием энергосистем и схем электроснабжения, увеличением количества одновременно включенных на параллельную работу элементов и ростом их мощности, нарушения электроснабжения и отклонения от нормальных условий работы сопровождаются все более серьезными последствиями [1–3]. А для целого ряда потребителей с двигательной нагрузкой и непрерывными технологическими процессами даже кратковременные

нарушения электроснабжения приводят к аварийным ситуациям — к невозможности самозапуска АД, нарушению устойчивости СД, длительной остановке производства, повреждению оборудования, значительным ущербам, возникновению угрозы для окружающей среды [4–6].

Анализ современного этапа развития систем электроснабжения таких потребителей свидетельствует о том, что за последние десятилетия как в самих системах, так и в условиях их эксплуатации происходят существенные изменения, которые необходимо учитывать — как при проектировании, так и в условиях эксплуатации.

Что же касается методов и средств исследования режимов работы ЭСДН, то их развитие, не соответствует отмеченным выше тенденциям. В нормативных документах и стандартах проектирования эти тенденции пока еще не находят отражения, используемые при разработке средств противоаварийного управления упрощенные модели имеют ограниченные возможности и не решают новых задач [7, 8]. Поэтому вместе с развитием электрических систем должно происходить развитие и методов исследования переходных электромагнитных и электромеханических процессов в электрических системах.

### 3. Объект, цель и задачи исследования

**Объект исследования** — переходные процессы в электрических системах, содержащих узлы двигательной нагрузки.

**Цель исследования:** разработка моделей систем ЭСДН в переходных режимах на основе уравнений в фазных координатах, повышение точности моделирования режимов их работы на основе применения современных методов и средств, позволяющих воспроизводить как электромагнитные, так и электромеханические составляющие переходных процессов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- разработать метод формирования системы дифференциальных уравнений переходных процессов для трехфазных схем;
- выбрать метод решения системы дифференциальных уравнений, допускающий возможность его развития для применения к трехфазным системам.

#### 4. Разработка математической модели ЭСДН в переходных режимах

Основные методы и положения, примененные для разработки математической модели ЭСДН в переходных режимах:

– переходные процессы моделируются на макроуровне, т. е. в качестве элементов трехфазной расчетной схемы рассматриваются не двухполюсные  $R, L, C$ -элементы, а трехфазные многополюсники;

– для формирования уравнений переходных процессов на шаге численного интегрирования используется узловое уравнение, обеспечивающее наиболее низкий по сравнению с другими методами порядок системы уравнений. Однако, в известных публикациях [9] метод применяется к моделям на микроуровне и его применение на макроуровне возможно лишь после соответствующей доработки для применения к трехфазным схемам с многополюсными элементами;

– для численного интегрирования уравнений переходных процессов применяются неявные методы, также модифицированные с учетом особенностей трехфазных схем. Выбор в пользу неявных методов численного интегрирования обусловлен тем, что они позволяют реализовать полное структурное моделирование;

– формирование модели системы реализуется на основе дискретных моделей электрических машин [10].

#### 5. Формирование математических моделей систем ЭСДН с двигательной нагрузкой в переходных режимах

Развитие узлового метода формирования систем дифференциальных уравнений применительно к системам ЭСДН заключается в том, что в отличие от однофазных схем при структурном моделировании систем ЭСДН формирование уравнений переходных процессов необходимо выполнять для трехфазной расчетной схемы, элементами которой являются трехфазные продольные и поперечные ветви. Трехфазные продольные ветви – это ветви, отражающие продольные параметры воздушных и кабельных линий, активные сопротивления и индуктивные связи обмоток фаз трехфазных трансформаторов, токоограничивающих реакторов. Поперечные ветви – это трехфазные ветви, отражающие поперечные параметры ВЛ и КЛ, трехфазные ветви намагничивания трансформаторов, статические и двигательные нагрузки, шунтирующие реакторы.

Первый этап формирования модели – получение дискретных моделей элементов. В качестве метода численного интегрирования дифференциальных уравнений принят неявный метод Эйлера-Коши. Математические модели статических элементов сети в унифицированной векторно-матричной форме при этом имеют вид:

– продольный пассивный трехфазный многополюсник:

$$[\Delta U]_{ij} = [L]_{ij} \frac{d}{dt} [i]_{ij} + [R]_{ij} [i]_{ij}; \quad (1)$$

– продольный трехфазный многополюсник, присоединенный к источнику питания (ЭДС):

$$[U]_i - [E]_\Gamma = [L] \frac{d}{dt} [i]_\Gamma + [R] [i]_\Gamma; \quad (2)$$

– поперечный трехфазный многополюсник емкостного характера:

$$[i_C] = [C] \frac{d}{dt} [U_C] + [G] [U_C]; \quad (3)$$

– поперечный трехфазный многополюсник индуктивного характера:

$$[U]_i = [L_H] \frac{d}{dt} [i_H] + [R] [i_H], \quad (4)$$

где  $[R], [L], [G], [C]$  – матрицы размера  $3 \times 3$  продольных и поперечных параметров фаз элементов;  $[U_L], [i_L], [U_C], [i_C]$  – векторы-столбцы напряжений и токов фаз в индуктивных и емкостных элементах.

Математические модели электрических машин (синхронных машин, асинхронных двигателей):

$$\begin{bmatrix} U_S \\ U_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_S & L_{SR} \\ L_{RS} & L_R \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix} + \left( \omega \left[ \frac{dL(\gamma)}{d\gamma} \right] + \begin{bmatrix} r_S & \\ & r_R \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}, \quad (5)$$

если в них для выражения в скобках принять обозначение:

$$\left( \omega \left[ \frac{dL}{d\gamma} \right] + [R] \right) = [R_1],$$

и записать их в виде:

$$\begin{bmatrix} u_S \\ u_R \end{bmatrix} = [L] \frac{d}{dt} [i] + [R_1] [i]. \quad (6)$$

то уравнения электрических машин приобретают такую же унифицированную форму, как и уравнения статических элементов (1)–(4) и отличаются тем, что элементы матриц индуктивностей фаз являются периодическими функциями времени.

Применив к (1)–(6) формулу численного интегрирования второго порядка неявного метода Эйлера-Коши, получим:

– для статических элементов:

$$\begin{aligned} [i]^{(k+1)} &= [Y_{LW}] [\Delta U]^{(k+1)} + [A_{LW}] [i]^{(k)} + [A_{LW}] [i]^{(k-1)}; \\ [i]_\Gamma^{(k+1)} &= [Y_{LW}] \left( [U]_i^{(k+1)} - [E]_\Gamma^{(k+1)} \right) + [A_{LW}] [i]_\Gamma^{(k)} + \\ &+ [A_{LW}] [i]_\Gamma^{(k-1)}; \\ [i]_C^{(k+1)} &= [Y_{CU}] [U_C]^{(k+1)} + [Y_{CU}] [U_C]^{(k)} + \\ &+ [Y_{CU}] [U_C]^{(k-1)}; \\ [i]_H^{(k+1)} &= [Y_{LW}] [U]_i^{(k+1)} + [A_{LW}] [i]_H^{(k)} + \\ &+ [A_{LW}] [i]_H^{(k-1)}; \end{aligned} \quad (7)$$



двигателей и уравнения движения роторов электрических машин:

$$T_j \frac{d\omega}{dt} = M_{ЭМ} - M_T,$$

где  $T_j$  — постоянная инерции вращающихся масс;  $M_T$ ,  $M_{ЭМ}$  — механический и электромагнитный момент ЭМ.

Полная система переходных процессов в электродвигателях позволяет для каждого из электродвигателей на шаге интегрирования определять:

$$[i_s]^{(k+1)} = [Y_S][u_s]^{(k+1)} + [Y_S][u_s]^{(k)} + [A_S][i_s]^{(k)} + [A_{SR}][i_R]^{(k)};$$

$$[i_R]^{(k+1)} = [Y_{RS}][u_s]^{(k+1)} + [Y_{RS}][u_s]^{(k)} + [A_{RS}][i_s]^{(k)} + [A_R][i_R]^{(k)};$$

$$M_{Э} = \frac{1}{2}[i_s]^{(k+1)T} [L_{SR}] [i_R]^{(k+1)} + \frac{1}{2}[i_R]^{(k+1)T} [L_{RS}] [i_s]^{(k+1)};$$

$$\omega^{(K+1)} = \omega^{(K)} + \frac{h}{T_j}(M_{Э} - M_M);$$

$$\gamma^{(K+1)} = \gamma^{(K)} + h \cdot \omega^{(K+1)}, \tag{11}$$

токи в статорных и роторных обмотках двигателей, электромагнитные вращающиеся моменты, создаваемые взаимодействием статорных и роторных токов, скорости вращения и угловое положение роторов на  $(k + 1)$ -м шаге по известным параметрам на предыдущем и текущем шаге расчета переходного процесса.

### 6. Полная система уравнений переходных процессов в системах ЭСДН

Система уравнений, отражающих электромагнитные и электромеханические переходные процессы, включает следующие группы уравнений:

- подсистема электромагнитных составляющих переходных процессов в электрической сети (10);
- подсистема моделирования электромеханических составляющих переходных процессов (11);
- подсистема средств регулирования:

$$\Delta u_f^{(k+1)} = -k_1 \Delta u_i^{(k)} + k_2 \frac{\Delta u_i^{(k)}}{h};$$

$$\Delta M_M^{(k+1)} = k \Delta \omega^{(k)}.$$

При наличии в схеме вращающихся электрических машин элементы матриц коэффициентов в (10), (11) вычисляются на каждом шаге, так как индуктивные параметры двигателей являются функциями углового положения роторов, а элементы столбца  $[J]$  корректируются с учетом вычисленных на шаге параметров режима.

Использование узловых уравнений и дискретных математических моделей элементов при анализе переходных процессов обеспечивает снижение порядка системы дифференциальных уравнений и упрощение алгоритма их формирования по трехфазной расчетной

схеме при наличии в ней как индуктивных, так и емкостных элементов.

### 7. Обсуждение результатов исследования методов математического моделирования переходных процессов в фазных координатах

Известные и применяемые в расчетной практике модели и программные продукты основаны на выделении и исследовании лишь одной из составляющих (электромагнитной или электромеханической), что ограничивает их по области применения, по точности и, что более существенно, по составу воспроизводимых явлений. Ряд явлений, в том числе и изменения частоты при этом выпадают из числа учитываемых факторов и вообще не рассматриваются.

Переход к моделированию в фазных координатах позволяет расширить возможности моделей по области применения, по точности, а также включить в число учитываемых факторы, вообще не рассматриваемые традиционными моделями (перенапряжения, изменения частоты, неодновременность коммутации по фазам и др.).

То обстоятельство, что модели в фазных координатах обеспечивают более полное воспроизведение всех составляющих переходных процессов, являются факторами в пользу разработки и применения таких моделей.

Программные средства, реализующие предложенные методы моделирования, позволяют проводить исследование электромагнитных и электромеханических переходных процессов при коммутациях (симметричные и несимметричные КЗ, АПВ, перерывы питания, АВР и др.) в электрических сетях с двигательной нагрузкой при выборе средств противоаварийного управления и защиты.

### 8. Выводы

С применением неявного метода Эйлера-Коши и аппроксимации дифференциальных уравнений получены дискретные модели элементов, использование которых позволяет свести решение системы дифференциальных уравнений к многократному формированию и решению системы алгебраических уравнений.

Для включения в разработанную модель электрических машин система уравнений для статических элементов может быть дополнена уравнениями, отражающими переходные процессы в обмотках двигателей и уравнениями движения роторов электрических машин.

Полученная математическая модель обеспечивает полное представление электрической сети (произвольной конфигурации, с учетом индуктивных и емкостных параметров) при моделировании переходных процессов, позволяет воспроизводить все виды управляющих и возмущающих внешних воздействий для решения задач противоаварийного управления.

### Литература

1. Основні тенденції та закономірності розвитку енергетики України на період 2020–2050 р.р. [Текст] // Новини енергетики. — 1997. — № 3. — 35 с.
2. Плячков, І. В. Сучасний стан і перспективи розвитку електроенергетики України [Текст] / І. В. Плячков, А. К. Шидловський, Б. С. Стогній, О. С. Дупак // Енергетика і електрифікація. — 1989. — № 5. — С. 1–15.

3. Гуревич, Ю. Е. Неотложные задачи надежности электроснабжения промышленных предприятий [Текст] / Ю. Е. Гуревич, К. В. Кабиков, Ю. Н. Кучеров // Электричество. — 2005. — № 1. — С. 2–9.
4. Fairley, P. The Unruly Power Grid [Text] / P. Fairley // IEEE Spectrum. — 2004. — Vol. 41, № 8. — P. 22–27. doi:10.1109/mspec.2004.1318179
5. Talukdar, S. N. Cascading Failures: Survival versus Prevention [Text] / S. N. Talukdar, J. Apt, M. Ilic, L. B. Lave, M. G. Morgan // The Electricity Journal. — 2003. — Vol. 16, № 9. — P. 25–31. doi:10.1016/j.tej.2003.09.003
6. Sun, K. A Simulation Study of OBDD-Based Proper Splitting Strategies for Power Systems Under Consideration of Transient Stability [Text] / K. Sun, D.-Z. Zheng, Q. Lu // IEEE Transactions on Power Systems. — 2005. — Vol. 20, № 1. — P. 389–399. doi:10.1109/tpwrs.2004.841239
7. Subramaniam, P. Моделирование синхронного генератора на ЦВМ [Text] / P. Subramaniam, O. P. Malik // Proc. Inst. Elec. Eng. — 1991. — № 1. — P. 153–160.
8. Голоднов, Ю. М. Самозапуск электродвигателей [Текст] / Ю. М. Голоднов. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 136 с.
9. Кетнер, К. К. Алгоритмизация расчетов переходных процессов автономных электроэнергетических систем [Текст] / К. К. Кетнер, И. Н. Козлова, В. М. Сендюров. — Рига: Зинатне, 1981. — 166 с.
10. Веприк, Ю. Н. Параметры электрических машин в математических моделях узлов двигательной нагрузки [Текст] / Ю. Н. Веприк, О. А. Танус // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетика: надійність та енергоефективність. — 2013. — № 59(1032). — С. 40–46.

### МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ З ДВИГУННИМ НАВАНТАЖЕННЯМ В ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМАХ

У статті запропоновано метод математичного моделювання систем електропостачання в перехідних режимах, що забезпечує можливість представлення електричної мережі довільної конфігурації. Представлена модель розроблена на основі рівнянь в фазних координатах і дозволяє відтворювати як електромагнітні, так і електромеханічні складові перехідних процесів.

**Ключові слова:** перехідні процеси, фазні координати, математична модель, електричні машини, двигунне навантаження.

**Веприк Юрій Николаевич**, доктор технічних наук, професор, кафедра передачі електричної енергії, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Україна.

**Небера Ольга Алексеевна**, аспірант, кафедра передачі електричної енергії, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Україна,  
**e-mail: neberaolga@gmail.com.**

**Веприк Юрій Миколайович**, доктор технічних наук, професор, кафедра передачі електричної енергії, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Україна.

**Небера Ольга Олексіївна**, аспірант, кафедра передачі електричної енергії, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Україна.

**Veprik Yuriy**, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Ukraine.

**Nebera Olga**, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Ukraine, **e-mail: neberaolga@gmail.com**