

**ИССЛЕДОВАНИЕ TCP/IP СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДИФИЦИРОВАННОГО REM-АЛГОРИТМА АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОЧЕРЕДЬЮ С ДИНАМИЧНО-РАСЩЕПЛЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ (DSREM)**

В статье рассмотрена работа REM и DSREM-алгоритма. Показаны основные различия в работе алгоритмов. Выполнено имитационное моделирование сети TCP/IP с применением REM и DSREM. Проведено сравнение основных характеристик TCP/IP-сети для каждого из алгоритмов. Определен ряд ключевых преимуществ DSREM над REM-алгоритмом.

**Ключевые слова:** активное управления очередью (AQM), REM-алгоритм, TCP/IP-сеть, динамически расщепленный REM (DSREM-алгоритм).

*Довженко Тимур Павлович, аспирант, кафедра комутаційних систем, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна, e-mail: evetal1992@ukr.net.*

*Довженко Тимур Павлович, аспірант, кафедра комутаційних систем, Государственный университет телекоммуникаций, Киев, Украина.*

*Dovzhenko Timu, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine, e-mail: evetal1992@ukr.net*

УДК 519.23:004.932.72'1

DOI: 10.15587/2312-8372.2016.75793

**Хламов С. В.,  
Саваневич В. Е.,  
Брюховецкий А. Б.,  
Оршич С. С.**

## **РАЗРАБОТКА ПОДСТАНОВОЧНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ОКОЛОНУЛЕВОГО ВИДИМОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ НА СЕРИИ ССД-КАДРОВ**

*Разработаны подстановочные вычислительные методы максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии ССД-кадров. В статье рассмотрены случаи с известной и неизвестной дисперсиями измерений положения объекта на кадрах, а также с использованием внешней ее оценки. Для использования синтезированных решающих правил предварительно оцениваются параметры видимого движения рассматриваемых объектов и соответствующие им интерполированные координаты на исследуемых кадрах.*

**Ключевые слова:** серия ССД-кадров, МНК-оценка параметров движения объекта, измерение положения объекта, астероиды.

### **1. Введение**

В настоящее время астероидные обзорные наблюдения с последующей автоматической обработкой их результатов являются значимым направлением современной астрометрии. Данная значимость вызвана проблематикой астероидно-кометной опасности [1, 2].

Небесные объекты, которые не принадлежат Солнечной системе, имеют нулевую скорость видимого движения. В то время, как ССО имеют ненулевую скорость, значение которой может варьироваться от околонулевой до значительно большей.

Наблюдение объектов Солнечной системы (ССО) осуществляется с помощью телескопа, оснащенного ССД-матрицей [3]. Для обнаружения объектов с околонулевым видимым движением необходимо провести анализ серии измерений, которая сформирована на серии кадров. При том, не более чем по одному измерению на одном кадре.

Для обнаружения объектов с околонулевым видимым движением ранее не разрабатывались специальные вычислительные методы, а использовались общие методы

обнаружения движущихся объектов. Поэтому разработка вычислительных методов обнаружения околонулевого видимого движения объекта является актуальным. Данные методы позволят обнаруживать объекты с околонулевой скоростью видимого движения на временных интервалах наблюдения, которые значительно снижены.

### **2. Объект исследования и его технологический аудит**

Объектом исследования является подкласс объектов с околонулевым видимым движением на серии ССД-кадров. Он является составляющим класса движущихся объектов с ненулевым видимым движением. К данному подклассу относятся объекты, перемещения между кадрами которых за время наблюдения является незначительным (околонулевым).

Основным характерным недостатком данного объекта исследования является тот факт, что перемещения объекта с околонулевым видимым движением на серии ССД-кадров соизмеримы с ошибками определения положения исследуемого объекта. Данный недостаток очень

сильно затрудняет факт определения околонулевого видимого движения объекта.

### 3. Цель и задачи исследования

На основании выявленного недостатка объекта исследования *целью статьи* является разработка подстановочных вычислительных методов максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов на серии CCD-кадров в случаях с известной и неизвестной дисперсиями, а также с использованием внешней оценки дисперсии измерений положения объекта на кадрах. Разрабатываемые методы должны учитывать основные особенности формирования измерений объектов с околонулевым видимым движением.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- выполнить МНК-оценку параметров видимого движения объекта на серии CCD-кадров;
- разработать подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объекта при использовании неизвестной дисперсии измерений положения объекта на серии CCD-кадров;
- разработать подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объекта при использовании известной дисперсии измерений положения объекта на серии CCD-кадров;
- разработать подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объекта при использовании внешней оценки дисперсии измерений положения объекта на серии CCD-кадров.

### 4. Анализ литературных данных

Наряду с изображениями ССО на кадрах наблюдаются изображения звезд и галактик. Астероиды наблюдаются на фоне большого количества звезд и обнаруживаются на основании того, что они, в отличие от звезд, перемещаются, имеют ненулевое видимое движение.

Иными словами. Выдвигается гипотеза  $H_0$  о том, что серия измерений исследуемого объекта соответствует объекту с нулевой скоростью видимого движения:

$$H_0: \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 0. \quad (1)$$

Также выдвигается сложная альтернатива  $H_1$  о том, что исследуемый объект на исследуемой серии измерений имеет околонулевое видимое движение:

$$H_1: \sqrt{V_x^2 + V_y^2} > 0. \quad (2)$$

Объекты со значимым видимым движением легко обнаруживаются (выявляются) любыми методами обнаружения траекторий (методами межкадровой обработки) [4–6]. Проблема существует при обнаружении (выявлении) движущихся объектов с околонулевой скоростью видимого движения. Этому частному случаю обнаружения движущихся объектов и посвящена данная статья. Кроме того, исходя из практических

особенностей решения указанной задачи подвыборка измерений, не более чем по одному с каждого кадра, отнесенных к одному и тому же объекту предварительно уже сформирована. Данная подвыборка соответствует гипотетическому объекту, предварительно отнесенному к классу объектов с околонулевым видимым движением.

При этом на момент каждого из измерений исследуемой серии имеют место неизвестное значение истинного положения объекта; измерение положения объекта на кадре; также могут быть получены интерполированные (согласно МНК-оценкам параметров видимого движения) координаты исследуемого объекта.

Традиционно гипотезы, подобные гипотезам  $H_0$  (1) и  $H_1$  (2) [7], проверяются согласно критерию максимального правдоподобия [8] или какого-либо другого критерия байесовской группы [9] (максимума апостериорной вероятности [9], минимакса [10], минимального среднего риска [10]) или критерия Неймана-Пирсона [11].

Для всех перечисленных критериев [12] достаточной статистикой минимального объема является отношение правдоподобия, которое сравнивается с критическими значениями, выбранными в соответствии с заданным критерием [13]. При отсутствии возможности обосновать априорные вероятности гипотез и потери, связанные с ошибочным принятием решения о справедливости той или иной гипотезы, разработчик может использовать только критерий максимального правдоподобия [14] или Неймана-Пирсона.

В случае если в рамках рассматриваемых гипотез имеет место априорно неизвестные параметры функции правдоподобия, то они оцениваются по той же выборке, по которой проверяются гипотезы. В статистической математической литературе подобные правила называются подстановочными правилами проверки гипотез [15]. В технической литературе подобные правила чаще всего называются правилами «обнаружения-измерения» [15].

В подстановочном решающем правиле или решающем правиле «обнаружения-измерения» процедуре «обнаружение» предшествует процедура «измерение». Это общий принцип решения задачи смешанной оптимизации с дискретными и непрерывными параметрами [16].

Если выполняется оптимизация по дискретным и непрерывным параметрам, то для каждого дискретного параметра (объект имеет нулевое или околонулевое видимое движение) находится наилучшее значение непрерывного параметра (положение и начальная скорость видимого движения объекта). Решающие статистики гипотез, соответствующих значениям дискретных параметров, сравниваются между собой после оптимизации условных функций правдоподобия по значению их непрерывных параметров.

### 5. Материалы и методы исследования

**5.1. Используемая модель видимого движения.** Моделью видимого движения (проекции траектории движения объекта на фокальную плоскость телескопа) любого ССО за время формирования исследуемой серии измерений достоверно считать модель прямолинейного и равномерного движения объекта вдоль каждой координаты независимо:

$$x_n(\theta_x) = x_0 + V_x(\tau_n - \tau_0); \quad (3)$$

$$y_n(\theta_y) = y_0 + V_y(\tau_n - \tau_0), \quad (4)$$

где  $x_0, y_0$  — координаты положения исследуемого объекта на момент времени  $\tau_0$ ;  $x_n(\theta_x), y_n(\theta_y)$  — координаты положения исследуемого объекта в момент времени  $\tau_n$ ;  $V_x, V_y$  — скорости видимого движения исследуемого объекта по соответствующим координатам;  $\tau_0$  — время привязки базового кадра серии измерений;  $\theta_x, \theta_y$  — векторы параметров видимого движения исследуемого объекта по каждой координате.

Векторы  $\theta_x, \theta_y$  включают в себя координаты  $x_0, y_0$  положения исследуемого объекта на момент времени  $\tau_0$  и скорости  $V_x, V_y$  его видимого движения вдоль каждой координаты:

$$\theta_x = (x_0, V_x)^T; \quad (5)$$

$$\theta_y = (y_0, V_y)^T. \quad (6)$$

**5.2. Основные особенности формирования измерений объектов с околонулевым видимым движением.** Изображение небесных объектов формируется в фокальной плоскости телескопа, результатом чего является CCD-кадр. По результатам наблюдений одного участка небесной сферы формируется серия из  $N_{fr}$  измерений с временем привязки  $n_{fr}$ -го кадра серии  $\tau_n$ . Один из кадров серии называется базовым, а время его привязки считается равным  $\tau_0$ .

В процессе внутрикадровой обработки исследуемого  $n_{fr}$ -го кадра выявлено изображение объекта. Данным объектом может быть либо астероид, либо звезда, неподвижная на серии измерений (с нулевым видимым движением).

Изображение астероида на одном  $n_{fr}$ -м кадре серии ничем не отличается от изображения звезды, находящейся на данном участке небесной сферы.

Результаты внутрикадровой обработки по одному объекту одного кадра представляются в виде измерения  $Y_{in}$  ( $i$ -е измерение  $n_{fr}$ -го кадра). В общем случае  $i$ -е измерение  $n_{fr}$ -го кадра содержит оценки координат  $Y_{Kin} = \{x_{in}; y_{in}\}$  и блеска  $A_{in}$  объекта:  $Y_{in} = \{Y_{Kin}; A_{in}\}$ . Также  $Y_{Kin}$  называют позиционным измерением, а  $A_{in}$  — фотометрическим измерением.

В работе используется прямоугольная система координат (СК) CCD-кадра с центром в левом верхнем углу CCD-кадра. Считается, что все измерения положения исследуемого объекта предварительно приведены в СК базового CCD-кадра.

Серия измерений (не более чем по одному с кадра) исследуемого объекта, гипотетически принадлежащих одному объекту, примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Omega_{set} &= (Y_{K1(i,1)}, \dots, Y_{Kk(i,n)}, \dots, Y_{KN_{mea}(i, N_{fr})}) = \\ &= ((x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k), \dots, (x_{N_{mea}}, y_{N_{mea}})), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $k(i, n) = k$  — номер измерения в серии измерений исследуемого объекта, которое является  $i$ -м измерением  $n_{fr}$ -го кадра серии, гипотетически принадлежащего исследуемому объекту;  $x_k, y_k$  — измерение положения объекта, оценка положения объекта, содержащаяся в  $k$ -м измерении серии;  $N_{mea}$  — количество измерений положения исследуемого объекта на  $N_{fr}$  кадрах.

Измерения  $Y_k$ , принадлежащие серии измерений  $\Omega_{set}$  (7) исследуемого объекта, отобраны не более чем по одному измерению с кадра. Существует возможность того, что измерения положения исследуемого объекта будут формироваться не на всех  $N_{fr}$  кадрах. Поэтому, количество измерений, которые принадлежат исследуемому объекту в данной серии измерений в общем случае будет равно  $N_{mea}$ , где  $(N_{mea} \leq N_{fr})$ .

Условия наблюдения исследуемого объекта с околонулевым видимым движением считаются практически неизменными. Значение отношения сигнал/шум (ОСШ) изображения исследуемого объекта на серии CCD-кадров практически не меняется, а СКО оценок положения объекта практически одинаковы. Поэтому оценки положения исследуемого объекта с околонулевым видимым движением на серии CCD-кадров считаются равноточными.

Отклонения оценок положения объекта независимы между собой как внутри одного измерения, так и между измерениями, которые сформированы на разных кадрах. Данные отклонения распределены по нормальному закону [9] с нулевым математическим ожиданием и неизвестной дисперсией  $\sigma_x^2$ .

Ожидаемые положения объектов (соответствуют математическим ожиданиям) определяются параметрами видимого движения исследуемого объекта и вычисляются согласно выражениям (3) и (4). Тогда плотность распределения оценок координат  $x_k$  и  $y_k$  (значений координат  $x$  и  $y$  в  $k$ -ом измерении исследуемой серии  $\Omega_{set}$  (7)) будет, для каждой координаты, соответственно, иметь вид:

$$\begin{aligned} f_{xk}(\theta_x, \sigma_x) &= N_{xk}(x_k(\theta_x), \sigma_x^2) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{(x_k - (x_0 + V_x(\tau_n - \tau_0)))^2}{2\sigma_x^2}\right]; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} f_{yk}(\theta_y, \sigma_y) &= N_{yk}(y_k(\theta_y), \sigma_y^2) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left[-\frac{(y_k - (y_0 + V_y(\tau_n - \tau_0)))^2}{2\sigma_y^2}\right]. \end{aligned} \quad (9)$$

## 6. Результаты исследования

**6.1. МНК-оценка параметров видимого движения объекта.** Видимое движение объекта вдоль каждой координаты считается независимым. Следовательно, задачу определения параметров видимого движения объекта вдоль двух координат можно свести к независимому определению параметров видимого движения вдоль каждой координаты. Согласно (3) и (4), оценки векторов параметров видимого движения содержат оценки координат  $\hat{x}_0$  и  $\hat{y}_0$  положения исследуемого объекта на базовом кадре и оценки скорости  $\hat{V}_x$  и  $\hat{V}_y$  движения исследуемого объекта по соответствующим координатам.

Часто задача оценки параметров видимого движения объекта решается методом максимального правдоподобия [17]. При нормальном распределении отклонений оценок координат объекта, оценки параметров видимого движения объекта, полученные методами максимального правдоподобия и наименьших квадратов, полностью совпадают [10].

МНК-оценка вектора (5) параметров видимого движения объекта вдоль координаты  $x$  имеет вид:

$$\hat{\theta}_x = \arg \min_{\theta_x} (Y - F_x \theta_x)^T (Y - F_x \theta_x), \quad (10)$$

где матрица плана [11], также называемая матрицей дифференциальных операторов [17]:

$$F_x = \begin{pmatrix} 1 & \Delta_{\tau 1(i,1)} \\ \dots & \dots \\ 1 & \Delta_{\tau k(i,n)} \\ \dots & \dots \\ 1 & \Delta_{\tau N_{mea}(i,N_{fr})} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\Delta_{\tau k} = (\tau_k - \tau_0).$$

Решение (МНК-оценка параметров видимого движения объекта вдоль координаты  $x$ ) системы уравнений (10) представляется выражением [11]:

$$\hat{\theta}_x = (F_x^T F_x)^{-1} F_x^T Y. \quad (12)$$

МНК-оценки параметров видимого движения объекта вдоль координаты  $x$  (координата  $\hat{x}_0$  на базовом кадре и скорость  $\hat{V}_x$  по данной координате) можно представить в скалярном виде [11]:

$$\hat{x}_0 = \frac{D \cdot A_x - C \cdot B_x}{T \cdot D - C^2}; \quad (13)$$

$$\hat{V}_x = \frac{T \cdot B_x - C \cdot A_x}{T \cdot D - C^2}, \quad (14)$$

где  $A_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} x_k$ ;  $B_x = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k} x_k$ ;  $C = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k}$ ;  $D = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k}^2$ .

Аналогично, для координаты  $y$ :

$$\hat{y}_0 = \frac{D \cdot A_y - C \cdot B_y}{T \cdot D - C^2}; \quad (15)$$

$$\hat{V}_y = \frac{T \cdot B_y - C \cdot A_y}{T \cdot D - C^2}, \quad (16)$$

где  $A_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} y_k$ ;  $B_y = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \Delta_{\tau k} y_k$ .

Для полученной МНК-оценки [11, 17] параметров модели прямолинейного равномерного движения, сглаженные оценки координат исследуемого объекта на  $k$ -м кадре серии могут быть представлены выражениями:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k(\hat{\theta}_x) = \hat{x}_0(\hat{\theta}_x) + \hat{V}_x(\hat{\theta}_x) \cdot (\tau_k - \tau_0); \quad (17)$$

$$\hat{y}_k = \hat{y}_k(\hat{\theta}_y) = \hat{y}_0(\hat{\theta}_y) + \hat{V}_y(\hat{\theta}_y) \cdot (\tau_k - \tau_0). \quad (18)$$

Таким образом, на момент каждого из  $N_{mea}$  исследуемых измерений серии имеют место:

- неизвестное значение истинного положения объекта  $(x_k(\theta_x), y_k(\theta_y))$ ;
- измерение положения объекта на кадре  $(x_k, y_k)$  в СК базового кадра;
- сглаженные (согласно выражениям (17), (18)) координаты исследуемого объекта  $(\hat{x}_k, \hat{y}_k) = (\hat{x}_k(\hat{\theta}_x), \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))$ .

**6.2. Функция правдоподобия для обнаружения околонулевого видимого движения у исследуемого объекта.**

В качестве функции правдоподобия выбирается совместная плотность распределения измерений положения исследуемого объекта на серии измерений. Согласно постановке задачи, оценки положения объекта на кадрах считаются равнозначными, а дисперсии оценок положения объекта по каждой координате считаются равными  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ .

Рассматривается две гипотезы  $H_0$  (1) и  $H_1$  (2). При первой, плотность распределения измерений положения исследуемого объекта при условии, что объект не является объектом Солнечной системы (является звездой с нулевым видимым движением на серии измерений), имеет вид:

$$f_0(\bar{x}, \bar{y}, \sigma) = \prod_{k=1}^{N_{mea}} [N_{xk}(\bar{x}, \sigma^2) \cdot N_{yk}(\bar{y}, \sigma^2)], \quad (19)$$

где  $\bar{x}, \bar{y}$  – координаты положения исследуемого объекта.

При второй гипотезе для плотности распределения измерений положения исследуемого объекта с ненулевым (околонулевым) видимым движением (объекта Солнечной системы) используется иное математическое ожидание. А именно, вместо параметров  $\bar{x}, \bar{y}$  положения исследуемого объекта используются координаты  $x_k(\theta_x), y_k(\theta_y)$  положения исследуемого объекта в момент времени  $\tau_k$ , вычисленные согласно выражений (17) и (18) соответственно:

$$f_1(\theta, \sigma) = \prod_{k=1}^{N_{mea}} [N_{xk}(x_k(\theta_x), \sigma^2) \cdot N_{yk}(y_k(\theta_y), \sigma^2)]. \quad (20)$$

Отсутствие информации о положении исследуемого объекта, скорости его видимого движения и дисперсии оценок положения объекта на серии измерений приводит к необходимости использования подстановочного решающего правила (решающего правила «обнаружение-измерения») [11, 15].

При этом статистикой для различения проверяемых гипотез является оценка отношения правдоподобия  $\hat{\ell}(\Omega_{set})$  [10, 13].

**6.3. Подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов при неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах.**

В исследуемом случае, когда дисперсии  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$  измерений положения объекта на кадрах неизвестны, предлагается использовать оценки дисперсий  $\hat{\sigma}_0^2$  и  $\hat{\sigma}_1^2$  оценок координат исследуемого объекта при условии справедливости гипотез  $H_0$  и  $H_1$  соответственно.

Тогда подстановочное решающее правило (решающее правило «обнаружение-измерение») для обнаружения

околонулевого видимого движения у исследуемого объекта будет иметь следующий вид:

$$\hat{\ell}(\Omega_{set}) = \frac{\max_{\hat{\theta}} f_1(\hat{\theta}, \hat{\sigma}_1)}{\max_{\hat{x}, \hat{y}} f_0(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\sigma}_0)} \geq \ell_{кр}, \quad (21)$$

где  $\ell_{кр}$  — заданное предельно допустимое (критическое) значение оценки отношения правдоподобия для обнаружения околонулевого видимого движения исследуемого объекта;  $\hat{x} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{x}_k / N_{mea}$ ,  $\hat{y} = \sum_{k=1}^{N_{mea}} \hat{y}_k / N_{mea}$  — средние значения оценок координат положения объекта на исследуемой серии кадров;  $\hat{\theta} = \{\hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y\} = \arg \max_{\hat{\theta}} f_1(\hat{\theta}, \hat{\sigma}_1)$  — МНК-оценки параметров видимого движения исследуемого объекта, полученные согласно выражениям (13) и (16);

$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{R_0^2}{2(N_{mea} - m)}$  — оценка дисперсии оценок положения исследуемого объекта при условии справедливости гипотезы  $H_0$ ;  $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{R_1^2}{2(N_{mea} - m)}$  — оценка дисперсии оценок

положения исследуемого объекта при условии справедливости гипотезы  $H_1$ ; остаточные суммы квадратов отклонений [11] положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез  $H_0$  и  $H_1$  о нулевом и ненулевом (околонулевом) видимом движении соответственно на данной серии измерений:

$$R_0^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} ((x_k - \hat{x})^2 + (y_k - \hat{y})^2); \quad (22)$$

$$R_1^2 = \sum_{k=1}^{N_{mea}} ((x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2 + (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2). \quad (23)$$

После подстановки функций правдоподобия  $f_0(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\sigma}_0)$  и  $f_1(\hat{\theta}, \hat{\sigma}_1)$  выражение для оценки отношения правдоподобия  $\hat{\ell}(\Omega_{set})$  примет вид:

$$\hat{\ell}(\Omega_{set}) = \frac{\prod_{k=1}^{N_{mea}} [N_{xk}(\hat{x}_k(\hat{\theta}_x), \hat{\sigma}_1^2) \cdot N_{yk}(\hat{y}_k(\hat{\theta}_y), \hat{\sigma}_1^2)]}{\prod_{k=1}^{N_{mea}} [N_{xk}(\hat{x}, \hat{\sigma}_0^2) \cdot N_{yk}(\hat{y}, \hat{\sigma}_0^2)]}. \quad (24)$$

Используя полученное выражение для оценки отношения правдоподобия (24), подстановочное решающее правило (решающее правило «обнаружение-измерения») (21) будет иметь следующий вид:

$$\frac{\prod_{k=1}^{N_{mea}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_1}} \exp\left[-\frac{(x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2}{2\hat{\sigma}_1^2}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_1}} \exp\left[-\frac{(y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2}{2\hat{\sigma}_1^2}\right] \right]}{\prod_{k=1}^{N_{mea}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_0}} \exp\left[-\frac{(x_k - \hat{x})^2}{2\hat{\sigma}_0^2}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_0}} \exp\left[-\frac{(y_k - \hat{y})^2}{2\hat{\sigma}_0^2}\right] \right]} \geq \ell_{кр}. \quad (25)$$

Натуральное логарифмирование обеих частей неравенства (25) позволяет избавиться от экспоненты

в выражениях для самих функций правдоподобия, а произведения в числителе и знаменателе заменить на суммы:

$$\frac{N_{mea}}{\hat{\sigma}_1^2} - \frac{1}{2\hat{\sigma}_1^2} \left( \sum_{k=1}^{N_{mea}} (x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2 + \sum_{k=1}^{N_{mea}} (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2 \right) - \frac{N_{mea}}{\hat{\sigma}_0^2} + \frac{1}{2\hat{\sigma}_0^2} \left( \sum_{k=1}^{N_{mea}} (x_k - \hat{x})^2 + \sum_{k=1}^{N_{mea}} (y_k - \hat{y})^2 \right) \geq \ln(\ell_{кр}). \quad (26)$$

После подстановки значений оценок дисперсий  $\hat{\sigma}_0^2$  и  $\hat{\sigma}_1^2$  измерений оценок положения исследуемого объекта подстановочное решающее правило (26) будет иметь вид:

$$\frac{A \cdot N_{mea}}{R_1^2} - \frac{A}{2R_1^2} R_1^2 - \frac{A \cdot N_{mea}}{R_0^2} - \frac{A}{2R_0^2} R_0^2 \geq \ln(\ell_{кр}), \quad (27)$$

где  $A = 2(N_{mea} - m)$ .

После сокращений и приведения подобных в левой части неравенства (27) решающее правило «обнаружение-измерение» примет вид:

$$A \cdot N_{mea} \cdot \frac{R_0^2 - R_1^2}{R_0^2 \cdot R_1^2} \geq \ln(\ell_{кр}). \quad (28)$$

После преобразований и переноса констант в правую часть неравенства (28) подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов при неизвестной дисперсии измерений положения объекта на кадрах имеет следующий вид:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{R_0^2 \cdot R_1^2} \geq \frac{\ln(\ell_{кр})}{A \cdot N_{mea}}. \quad (29)$$

**6.4. Подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов при известной дисперсии измерений положения объекта на кадрах.** В случае известной дисперсии  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$  оценок координат объекта подстановочное решающее правило будет иметь вид:

$$\hat{\ell}(\Omega_{set}) = \frac{\max_{\hat{\theta}} f_1(\hat{\theta}, \sigma)}{\max_{\hat{x}, \hat{y}} f_0(\hat{x}, \hat{y}, \sigma)} \geq \ell_{кр}. \quad (30)$$

После подстановки функций правдоподобия  $f_0(\hat{x}, \hat{y}, \sigma)$  и  $f_1(\hat{\theta}, \sigma)$  выражение (30) для оценки отношения правдоподобия  $\hat{\ell}(\Omega_{set})$  примет вид:

$$\hat{\ell}(\Omega_{set}) = \frac{\prod_{k=1}^{N_{mea}} [N_{xk}(\hat{x}_k(\hat{\theta}_x), \sigma^2) \cdot N_{yk}(\hat{y}_k(\hat{\theta}_y), \sigma^2)]}{\prod_{k=1}^{N_{mea}} [N_{xk}(\hat{x}, \sigma^2) \cdot N_{yk}(\hat{y}, \sigma^2)]}. \quad (31)$$

Используя полученное выражение для оценки отношения правдоподобия (31), подстановочное решающее правило «обнаружение-измерение» (30) будет иметь следующий вид:

$$\frac{\prod_{k=1}^{N_{mea}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[ -\frac{(x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2}{2\sigma^2} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[ -\frac{(y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2}{2\sigma^2} \right] \right]}{\prod_{k=1}^{N_{mea}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[ -\frac{(x_k - \hat{x}_k)^2}{2\sigma^2} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[ -\frac{(y_k - \hat{y}_k)^2}{2\sigma^2} \right] \right]} \geq \ell_{кр}. \quad (32)$$

Значение  $\sigma$  считается не равным нулю. При этом константа  $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}$  в числителе и знаменателе дроби в левой части неравенства (32) может быть вынесена из-под знака произведения и сокращена.

После ряда преобразований последнее выражение примет вид:

$$\frac{\sum_{k=1}^{N_{mea}} (x_k - \hat{x})^2 + \sum_{k=1}^{N_{mea}} (y_k - \hat{y})^2 - \sum_{k=1}^{N_{mea}} (x_k - \hat{x}_k(\hat{\theta}_x))^2 - \sum_{k=1}^{N_{mea}} (y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}_y))^2}{2\sigma^2} \geq \ln(\ell_{кр}). \quad (33)$$

С учетом ранее введенных обозначений (22), (23) и в предположении  $\sigma^2 \neq 0$  подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов при известной дисперсии измерений положения объекта на кадрах имеет вид:

$$R_0^2 - R_1^2 \geq 2\sigma^2 \cdot \ln(\ell_{кр}). \quad (34)$$

**6.5. Подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объектов при использовании внешней оценки дисперсии измерений положения объекта на кадрах.** В ряде случаев дисперсии оценок координат объекта по каждой координате могут быть оценены по данным, являющимся внешними относительно исследуемой выборки. Оценка СКО позиционных измерений, включенных в исследуемую серию, не является априорно заданной константой. Данная оценка так же получается из выборки, пусть внешней, включающей другие позиционные измерения исследуемой серии кадров. Следовательно, для получения соответствующего вычислительного метода необходимо в правиле (34) заменить СКО позиционных измерений на его оценку, а последнюю перенести в левую часть, как зависящую от выборки:

$$\frac{R_0^2 - R_1^2}{\hat{\sigma}_{out}^2} \geq 2\ln(\ell_{кр}). \quad (35)$$

СКО оценок координат объекта может быть определено на основе отклонений положений опорных звезд на CCD-кадре. Так как в настоящее время в качестве опорных звезд используется от 500 звезд на CCD-кадре, то такая оценка может считаться надежной и использоваться в качестве внешней оценки дисперсии измерений положения объекта в подстановочном решающем правиле максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения исследуемых объектов (35).

Обосновывается это тем, что условия формирования всех измерений на выборке либо можно считать одинаковыми, либо зависимость СКО позиционных измерений от блеска и координат объектов на кадре легко аппроксимируется по экспериментальным данным.

Исследования показывают, что зависимость СКО позиционных измерений от координат объектов на кадре практически отсутствует.

В свою очередь, зависимость СКО позиционных измерений от блеска значима и иногда в литературе называется астрометрическим уравнением блеска [18]. Блеск астероидов тусклее, чем блеск опорных звезд, как правило, не менее чем на 2–3 звездные величины. Тем самым, при использовании СКО измерений опорных звезд как внешней оценки СКО измерений в исследуемой серии необходимы дополнительные поправки, учитывающие снижение блеска в исследуемой выборке, по отношению блеска в обучающей/внешней.

Это является недостатком использования оценки СКО позиционных измерений по опорным звездам.

Вторым недостатком такого решения является необходимость подбора граничного значения решающей статистики.

## 7. SWOT-анализ результатов исследований

Практическая значимость разработанных вычислительных методов заключается в том, что они могут быть использованы в программах оперативного автоматизированного обнаружения астероидов и комет, например, в программе CoLiTec [19]. ПО CoLiTec [20] позволяет автоматически выделять объекты с различной скоростью видимого движения за счет плагинов обнаружения быстрых [21], медленных объектов и объектов с околонулевой скоростью видимого движения [22]. В соответствии с разработанным методом исследуемый объект может быть признан звездой с нулевым видимым движением или же объектом Солнечной системы с околонулевым видимым движением.

В дальнейшем предполагается провести исследование показателей качества обнаружения околонулевого видимого движения объектов.

Также к числу факторов, влияющих на качество формирования измерений, можно отнести размытие и смещение изображения объекта в результате турбулентности атмосферы, aberrации оптической системы телескопа и нарушение часового ведения телескопа.

## 8. Выводы

В результате проведенных исследований:

1. Проанализированы существующие методы обнаружения движущихся объектов [4–6]. Анализ выявил, что недостатком данных методов является их неэффективность при незначительном (околонулевым) видимом движении исследуемого объекта на серии CCD-кадров. Было предложено использование критерия максимального подобия в решающих правилах обнаружения, где в качестве критерия достаточной статистикой мини-

мального объема является отношение правдоподобия, которое сравнивается с критическими значениями, выбранными в соответствии с заданным критерием. Была проведена МНК-оценка параметров видимого движения объекта на серии ССD-кадров (начальное положение и оценки скоростей видимого движения вдоль обеих координат), получены значения интерполированных оценок координат положения исследуемого объекта.

2. Разработан подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объекта при использовании неизвестной дисперсии измерений положения объекта на серии ССD-кадров. В основе данного метода лежит использование оценки отношения правдоподобия в подстановочном решающем правиле обнаружения околонулевого видимого движения. Вместо неизвестной дисперсии использовались остаточные суммы квадратов отклонений [11] положения исследуемого объекта в предположении истинности гипотез о нулевом и ненулевом (околонулевом) видимом движении соответственно на данной серии измерений.

3. Разработан подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объекта при использовании известной дисперсии измерений положения объекта на серии ССD-кадров. Известное значение дисперсии измерений положения объекта может быть получено на основе известных значений отклонений измерения положения (закон распределения известен) при определенных условиях наблюдения объектов с околонулевым видимым движением.

4. Разработан подстановочный вычислительный метод максимально правдоподобного обнаружения околонулевого видимого движения объекта при использовании внешней оценки дисперсии измерений положения объекта на серии ССD-кадров. Данная оценка может быть получена на основе данных, которые являются внешними относительно исследуемой выборки. Оценка СКО позиционных измерений не является априорно заданной константой и может быть получена из внешней выборки, которая включает другие позиционные измерения исследуемой серии кадров.

#### Литература

- Dearborn, D. P. S. Defending Against Asteroids and Comets [Text] / D. P. S. Dearborn, P. L. Miller // Handbook of Cosmic Hazards and Planetary Defense. — Springer Science + Business Media, 2014. — P. 1–18. doi:10.1007/978-3-319-02847-7\_59-1
- Kortencamp, S. Asteroids, Comets, and Meteoroids [Text] / S. Kortencamp. — Mankato, MN: Capstone Press, 2011. — 32 p. ISBN: 9781429664943.
- Smith, G. E. Nobel Lecture: The invention and early history of the CCD [Text] / G. E. Smith // Reviews of Modern Physics. — 2010. — Vol. 82, № 3. — P. 2307–2312. doi:10.1103/revmodphys.82.2307
- Саваневич, В. Е. Метод обнаружения астероидов, основанный на накоплении сигналов вдоль траекторий с неизвестными параметрами [Текст]: сб. науч. пр. / В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков // Системи обробки інформації. — 2011. — № 2(92). — С. 137–144.
- Кузьмин, С. З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию [Текст] / С. З. Кузьмин. — К.: КвіЦ, 2000. — 428 с.
- Kirubarajan, T. Kalman filter versus IMM estimator: when do we need the latter? [Text] / T. Kirubarajan, Y. Bar-Shalom // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 2003. — Vol. 39, № 4. — P. 1452–1457. doi:10.1109/taes.2003.1261143
- Masson, M. E. J. A tutorial on a practical Bayesian alternative to null-hypothesis significance testing [Text] / M. E. J. Masson // Behavior Research Methods. — 2011. — Vol. 43, № 3. — P. 679–690. doi:10.3758/s13428-010-0049-5
- Lee, M. D. Bayesian Cognitive Modeling: A Practical Course [Text] / M. D. Lee, E.-J. Wagenmakers. — Cambridge University Press, 2014. — 284 p. doi:10.1017/cbo9781139087759
- Myung, I. J. Tutorial on maximum likelihood estimation [Text] / I. J. Myung // Journal of Mathematical Psychology. — 2003. — Vol. 47, № 1. — P. 90–100. doi:10.1016/s0022-2496(02)00028-7
- Lehman, E. L. Testing Statistical Hypotheses [Text] / E. L. Lehman, J. P. Romano. — New York: Springer, 2010. — 784 p. doi:10.1007/0-387-27605-x
- Morey, R. D. Simple relation between Bayesian order-restricted and point-null hypothesis tests [Text] / R. D. Morey, E.-J. Wagenmakers // Statistics & Probability Letters. — 2014. — Vol. 92. — P. 121–124. doi:10.1016/j.spl.2014.05.010
- Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех [Текст] / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
- Мину, М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы [Текст] / М. Мину; пер. с фр. и предисловие А. И. Штерна. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. — 488 с.
- Arora, J. S. Methods for optimization of nonlinear problems with discrete variables: A review [Text] / J. S. Arora, M. W. Huang, C. C. Hsieh // Structural Optimization. — 1994. — Vol. 8, № 2–3. — P. 69–85. doi:10.1007/bf01743302
- Ермаков, С. М. Математическая теория оптимального эксперимента [Текст] / С. М. Ермаков, А. А. Жиглявский. — М.: Наука, 1987. — 320 с.
- Мудров, В. И. Методы обработки измерений [Текст] / В. И. Мудров, В. Л. Кушко. — М.: Советское радио, 1976. — 252 с.
- Кузьмин, С. З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации [Текст] / С. З. Кузьмин. — М.: Радио и связь, 1986. — 352 с.
- Girard, T. M. The Southern Proper Motion Program. I. Magnitude Equation Correction [Text] / T. M. Girard, I. Platais, V. Kozhurina-Platais, W. F. van Altena, C. E. Lopez // The Astronomical Journal. — 1998. — Vol. 115, № 2. — P. 855–867. doi:10.1086/300210
- Саваневич, В. Е. Программа CoLiTec автоматизированного обнаружения небесных тел со слабым блеском [Текст] / В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов, Е. Н. Диков, В. П. Власенко // Космічна наука і технологія. — 2012. — Т. 18, № 1(74). — С. 39–46. doi:10.15407/knit2012.01.039
- Savanevych, V. E. A new method based on the subpixel Gaussian model for accurate estimation of asteroid coordinates [Text] / V. E. Savanevych, O. B. Briukhovetskyi, N. S. Sokovikova, M. M. Bezkravny, I. V. Vavilova, Yu. M. Ivashchenko, L. V. Elenin, S. V. Khlamov, Ia. S. Movsesian, A. M. Dashkova, A. V. Pogorelov // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2015. — Vol. 451, № 3. — P. 3287–3298. doi:10.1093/mnras/stv1124

21. Savanevych, V. E. Comparative analysis of the positional accuracy of CCD measurements of small bodies in the solar system software CoLiTec and Astrometrica [Text] / V. E. Savanevych, A. B. Briukhovetskyi, Yu. N. Ivashchenko, I. B. Vavilova, M. M. Bezkrivniy, E. N. Dikov, V. P. Vlasenko, N. S. Sokovikova, Ia. S. Movsesian, N. Yu. Dikhtyar, L. V. Elenin, A. V. Pohorelov, S. V. Khlamov // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. — 2015. — Vol. 31, № 6. — P. 302–313. doi:10.3103/s0884591315060045
22. Khlamov, S. V. Development of computational method for detection of the object's near-zero apparent motion on the series of CCD-frames [Text] / S. V. Khlamov, V. E. Savanevych, O. B. Briukhovetskyi, S. S. Oryshych // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. — 2016. — Vol. 2, № 9(80). — P. 41–48. doi:10.15587/1729-4061.2016.65999

**РОЗРОБКА ПІДСТАНОВЧИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МЕТОДІВ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДІБНОГО ВИЯВЛЕННЯ БЛИЗЬКОКУЛЬОВОГО ВИДИМОГО РУХУ ОБ'ЄКТІВ НА СЕРІЇ ССD-КАДРІВ**

Розроблені підстановочні обчислювальні методи максимально правдоподібного виявлення близьконульового видимого руху об'єктів на серії ССD-кадрів. У статті розглянуті випадки з відомою та невідомою дисперсією вимірювань положень об'єктів на кадрах, а також з використанням зовнішньої її оцінки. Для використання синтезованих вирішальних правил попередньо оцінюються параметри видимого руху об'єктів, що спостерігаються, і відповідні їм інтерпольовані координати на кадрах, що досліджуються.

**Ключові слова:** серія ССD-кадрів, МНК-оцінка параметрів руху об'єкта, вимірювання положення об'єкта, астероїди.

*Хламов Сергій Васильович, аспірант, кафедра електронних обчислювальних машин, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна, e-mail: sergii.khlamov@gmail.com.*

*Саваневич Вадим Євгенівич, доктор технічних наук, професор, кафедра інформаційних управляючих систем і технологій, Ужгородський національний університет, Україна.*

*Брюховецький Олександр Борисович, кандидат технічних наук, інженер, Харківське представництво генерального заказчика Государственного космического агентства України, Україна.*

*Оришич Сергій Сергійович, кафедра програмного забезпечення систем, Ужгородський національний університет, Україна.*

*Хламов Сергій Васильович, аспірант, кафедра електронних обчислювальних машин, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна.*

*Саваневич Вадим Євгенович, доктор технічних наук, професор, кафедра інформаційних управляючих систем та технологій, Ужгородський національний університет, Україна.*

*Брюховецький Олександр Борисович, кандидат технічних наук, інженер, Харківське представництво генерального замовника Державного космічного агентства України, Україна.*

*Оришич Сергій Сергійович, кафедра програмного забезпечення систем, Ужгородський національний університет, Україна.*

*Khlamov Sergii, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine, e-mail: vadyim@savanevych.com.*

*Savanevych Vadym, Uzhhorod National University, Ukraine.*

*Briukhovetskyi Olexsander, Kharkiv General Customer Representative of the State Space Agency of Ukraine, Ukraine.*

*Oryshych Serhiy, Uzhhorod National University, Ukraine*