

УДК 621.9.048.6

Стоцько З.А., д.т.н., проф., Ребот Д.П., к.т.н.

Національний університет «Львівська політехніка»

## ВПЛИВ ДИНАМІКИ РУХУ СИПКОГО СЕРЕДОВИЩА НА ПРОДУКТИВНІСТЬ ВІБРАЦІЙНИХ СЕПАРАТОРІВ

*У статті розглянуто схему вібраційного сепаратора з вертикальними коливаннями сита для пофракційного поділу пружного однорідного матеріалу. В ході досліджень використано методи Крилова – Боголюбова – Митропольського та запропоновано математичну модель сипкого середовища, що здійснює колильний рух у вертикальній площині. Представлені рівняння руху довільного шару середовища у вібросепараторі. При цьому сипке середовище моделювалось, як нашарування плоских пружних балок, товщина яких значно менша від довжини і які контактують зі стінками контейнера жорстко або як шарнірно закріплені. Використавши апарат спеціальних Атеб-функцій та асимптотичні методи нелінійної механіки, отримано розв'язки даних рівнянь. Одержані розв'язки основних динамічних характеристик руху шару сипкого середовища дозволили дослідити вплив сталої швидкості його руху вздовж сита вібраційного сепаратора на динамічні характеристики моделі шару середовища. Побудована модель руху шару середовища та графічні залежності дають змогу визначити оптимальні значення амплітуди та частоти сипких середовищ, що дозволяє здійснювати оптимізацію конструкції сепараторів та технологічних режимів сепарації матеріалів.*

Вібросепаратор, динаміка, сипке середовище, математична модель.

### Вступ

Процеси вібраційної сепарації широко застосовуються в різних галузях промисловості та сільського господарства як на початкових так і на фінішних етапах. Під час вібраційної сепарації сипке середовище отримує від сепаратора певні поштовхи та інтенсивно підкидається, внаслідок чого проходить його поділ на фракції. При цьому воно розділяється за своїми фізико-механічними характеристиками, що спричиняє пофракційне нашарування матеріалу. Для оцінки ефективності та інтенсифікації технологічного процесу вібросепарації важливим є дослідження руху сипкого середовища під дією зовнішнього збурення. Враховуючи, що сипке середовище має складну структуру і його характеристики визначаються фізико-механічними властивостями окремих частин, їх розмірами, взаємодією та ін., на сьогодні розвинуто декілька гіпотез руху сипкого середовища, а саме: рух окремої матеріальної точки на вібруючій площині, рух системи матеріальних точок, пошаровий рух сипкого середовища [1]. Проте, дослідження динаміки середовища на базі руху окремих елементів середовища бажаних успіхів не дають. Такий підхід дослідження динаміки середовища вимагає аналізу значної кількості звичайних диференціальних рівнянь, до того ж механізм взаємодії між окремими частинами середовища є складним, а тому важко його описати як для окремої ізольованої частинки, так і для всієї множини частинок середовища. Отже, методи дослідження динаміки середовища, які побудовані на аналізі руху окремих частин, котрі взаємодіють між собою, не знайшли належного розвитку.

Для моделювання руху сипкого середовища у вібраційному сепараторі запропоновано [4] розглядати сипке середовище як нашарування плоских пружних балок. За умов певних припущень досліджено різні випадки горизонтальних та вертикальних коливань сипких середовищ та побудовано квазілінійну та сильнонелінійну моделі горизонтальних коливань сипкого середовища [3]. Для вертикальних коливань розглянуто тільки сильнонелінійну модель руху середовища [2]. Враховуючи, що вплив сталої швидкості руху на динамічні процеси у сипкому середовищі за умови його вертикальних коливань не розглядався, то в останньому випадку є актуальним розглянути квазілінійну та нелінійну моделі, що дозволить в подальшому коригувати амплітуду та частоту сипкого середовища при незначному впливі зовнішніх сил.

### Основний зміст та результати досліджень.

Інтенсивність процесу сепарації сипкого середовища залежить, як від способу збурення коливань середовища, параметрів сит та геометричних параметрів сепаратора, так і від фізико-механічних та геометричних характеристик шару завантаження, його здатності змінювати свою

структуру внаслідок інтенсивного руху [7]. Останнє значною мірою залежить від значень амплітуди та частоти коливань сипкого середовища, швидкості його руху вздовж сита. Для дослідження взаємозв'язку цих даних побудуємо математичну модель руху сипкого середовища за умови вертикальних коливань сита віброросепаратора.

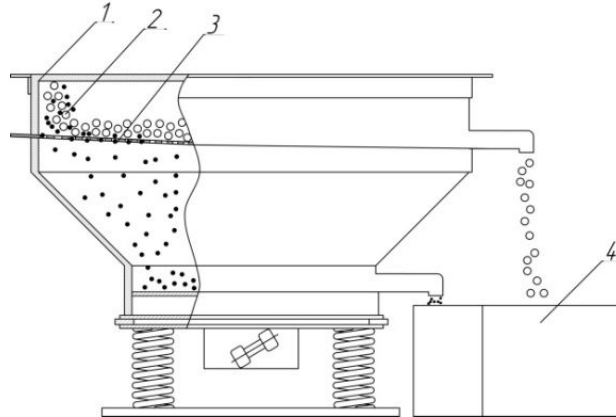


Рис. 1. Схема вібраційного сепаратора з вертикальним приводом сит  
1 – вібраційний сепаратор; 2 – сипке середовище; 3 – сито; 4 – контейнер

Як зображено на рис. 1. вібраційний сепаратор 1 здійснює вертикальні коливання. За рахунок цього шар завантаження 2 отримує поперечне по відношенню до сита сепаратора збурення. Сито 3 знаходиться під певним кутом до горизонту, а його довжина є відносно малою, тому частинки середовища рухаються вздовж сита зі сталою швидкістю. Середовище, яке сепарується, поділяється на фракції: менші його частинки просіюються крізь сито, а більші проходять через патрубок в контейнер 4.

Для побудови рівняння руху сипкого середовища по ситі з урахуванням сил тертя використаємо метод Крилова–Боголюбова–Митропольського [5–6]. Отримаємо:

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (\nu + 1) E_0 I_0 \left[ \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^\nu \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right] = \varepsilon f(u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}) \quad (1)$$

де  $u(x, t)$  – переміщення перерізу елементарного шару середовища в довільний час  $t$ ;  $\nu$  - коефіцієнт, що враховує пружні властивості шару завантаження;  $I_0$  - момент інерції поперечного перерізу шару завантаження відносно осі  $x$ ;  $f$  – функція, яка враховує пружні властивості матеріалу, силу опору, сили тертя та ін..

Сипке середовище моделюється як нашарування плоских пружно-пластичних балок, товщина яких значно менша довжини і які контактують зі стінками контейнера жорстко, або як шарнірно закріплені балки. Тоді крайові умови матимуть вигляд

$$u(x, t)|_{x=0} = u(x, t)|_{x=l} = 0 \quad (2)$$

Сипке середовище в даному випадку задовольняє нелінійний закон пружності, тобто

$$\sigma = E \varepsilon^{\nu+1}, \quad (3)$$

де  $\sigma$  – нормальне напруження в моделі Фохта;  $E$  – умовний модуль пружності матеріалу;  $\varepsilon$  - параметр, що вказує відхилення пружних властивостей матеріалу.

Коливний процес можна описати за допомогою Атеб-функцій. В подальшому вважатимемо, що динамічні сили тертя є малими і для першого наближення ними можна знехтувати, тобто  $f \rightarrow 0$ . Перш ніж визначити розв'язки математичної моделі руху сипкого середовища, рівняння (1) запишемо у вигляді:

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (\nu + 1) E_0 I_0 \left[ \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^\nu \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right] = 0 \quad (4)$$

Одночастотні поперечні коливання шару завантаження сипкого середовища у процесі вібраційної сепарації на ситі, що знаходиться під певним кутом до горизонту, описуються залежністю

$$u(x, t) = a \cdot sa\left(\frac{2}{v+2}, l, \frac{\Pi_x}{l} x\right) ca(1, v+1, \varphi), \varphi = \omega(\alpha)t + \theta \quad (7)$$

де  $a$  – амплітуда коливань шару завантаження;  $sa$  та  $ca$  – відповідно синус та косинус Атеб-функцій;  $\Pi_x$  – півперіод використаної Атеб-функції;  $l$  – довжина шару сипкого середовища;  $\varphi$  – різниця фаз коливань сипкого середовища;  $\omega(\alpha)$  та  $\theta$  – відповідно власна частота та фаза коливань сипкого середовища.

Враховуючи, що швидкість шару завантаження є сталою величиною, сипке середовище здійснює тільки вільні коливання, а фізико – механічні властивості змінюються, то значення його амплітуди та частоти опишуться диференціальними рівняннями:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{\varepsilon}{2\pi_T \alpha \omega l} \int_0^l \int_0^{\Pi_T} sa\left(\frac{2}{v+2}, l, \frac{\Pi_x}{l} x\right) \times \\ &\times \left(a \cdot sa\left(\frac{2}{v+2}, l, \frac{\Pi_x}{l} x\right) ca(1, v+1, \varphi), \dots, 0\right) sa(1, v+1, \varphi) d\varphi dx \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \alpha \left[ 2^{v+2} \alpha^v \frac{v+2}{(v+4)^{v+2}} \left(\frac{\Pi_x}{l}\right)^{2v+4} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\varepsilon(v+2)}{4\pi_T \alpha \omega l} \int_0^l \int_0^{\Pi_T} sa\left(\frac{2}{v+2}, l, \frac{\Pi_x}{l} x\right) \times \\ &\times \left(a \cdot sa\left(\frac{2}{v+2}, l, \frac{\Pi_x}{l} x\right) ca(1, v+1, \varphi), \dots, 0\right) ca(1, v+1, \varphi) d\varphi dx \quad (8) \end{aligned}$$

де  $\Pi_T$  – період власних коливань шару завантаження. Значення параметра, що враховує нелінійні пружні характеристики шару завантаження сипкого середовища визначається в залежності від фізико – механічних характеристик матеріалу.

На рис. 2 – 3 показано зміни амплітуди та частоти сипкого середовища. Зокрема знайдено значення амплітуди сипкого середовища, яка сприяє максимально ефективному його розрихленню та швидшому проходженню частинок крізь сито вібраційного сепаратора. Також подано графічну залежність впливу швидкості руху шару завантаження вздовж сита на зміну його частоти коливання.



Рис. 2. Вплив частоти коливання вібросепаратора на амплітуду сипкого середовища.

$$l_2 = 1,2 \text{ м}; v = 1,1; \varepsilon = 1; \alpha = 20;$$

Як показують графічні залежності, незалежно від початкової частоти коливання шару завантаження, збільшення швидкості руху сипкого середовища вздовж сита вібросепаратора призводить до зниження його частоти та амплітуди коливання. Відповідно оптимальним буде процес сепарації за умови малої швидкості руху сипкого середовища вздовж сита, що забезпечується відносно невеликим кутом нахилу сита до горизонту.

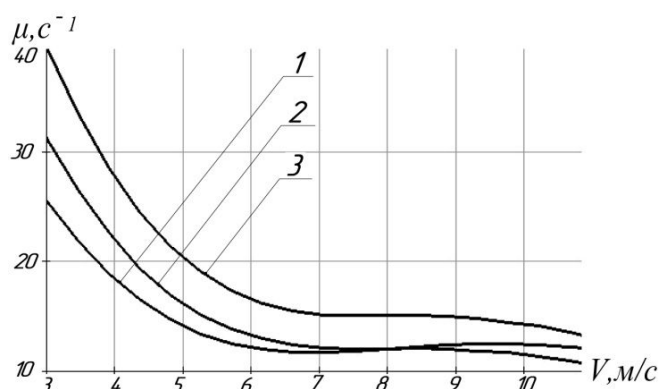


Рис. 3. Вплив різних значень швидкості руху сипкого середовища на його частоту коливання при різних значеннях довжини шару сипкого середовища  $l_1 = 1,5 \text{ м}$ ;  $l_2 = 1,2 \text{ м}$ ;  $l_3 = 1 \text{ м}$

Проведені теоретичні дослідження експериментально підтвердженні на вібраційному сепараторі, що входить до технологічного комплексу для виробництва чорного ізоляційного скла. В ході експерименту частота коливання вібраційного сепаратора повільно збільшувалась. При цьому проводились спостереження за амплітудою поперечних коливань сипкого середовища. Якщо остання повільно зростала то резонансу в середовищі не було. Коли ж частота коливань сепаратора наблизилась до частоти власних коливань сипкого середовища, амплітуда останнього різко зросла та можна було спостерігати явище резонансу в шарі завантаження. Під час резонансу в сипкому середовищі кількість просіяного матеріалу сягала свого максимального значення, а отже можна стверджувати, що ефективність роботи сепаратора підвищилась.

### Висновки

Подані аналітичні залежності є базовими у дослідженні динаміки руху сипких середовищ, за умови малого впливу зовнішніх сил. Вони дають змогу визначити зміну амплітуди та частоти власних коливань сипкого середовища за довільної швидкості його руху вздовж сита. Аналіз розв'язків математичних моделей динамічних процесів сипких середовищ із урахуванням їх фізико – механічних властивостей дає можливість підібрати оптимальні характеристики вібраційних сепараторів для максимально ефективного процесу сепарації сипких середовищ.

Отримані результати можна використовувати в подальших дослідженнях вібраційних сепараторів та машин для вібраційного оброблення з вертикальним приводом контейнера.

1. Гончаревич И.Ф. Вибрационные грохоты и конвейеры / И.Ф. Гончаревич, В.Д. Земсков, В.И.Корешков. – М., Госгортехиздат – 1960. – 380 с.
2. Ребот Д.П. Формування динамічних параметрів та підвищення ефективності вібросепараторів сипких середовищ: Автореф. дис. ... канд. тех. наук. – Львів. – 2013. – 19 с.
3. Z.Stotsko, V.Topilnytskyj, D.Rebot The influence of the loose medium parameters on the process of vibratory separation / Технічний університет Кошице. Словачія. “Manufacturing and industrial engineering”. – МІЕ. – р. 17 – 19
4. Топільницький В.Г. Динамічні процеси у вібромашинах для об'ємної обробки з дебалансним вібробудником: Автореф. дис. .... канд. техн. наук. – Львів. – 2002. – 16 с.
5. Митропольский Ю.А., Моисеенков Б.И. Асимптотические решения уравнений в частных производных. – К. – 1976 г.
6. Боголюбов Н.И., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М.- 1974г.
7. Субач А.П. Динамика процессов и машин объемной обработки. – Рига: Зинатне, 1991. – 240 с.