

УДК 681.5.015

**Білан В.П.**, аспірант; **Верхола М.І.**, к.т.н., доцент  
Українська академія друкарства

## МЕТОДИКА ПОБУДОВИ ЦИФРОВИХ МОДЕЛЕЙ СТРІЧКОЖИВИЛЬНОЇ ТА СТРІЧКОПРОВІДНОЇ СИСТЕМ АРКУШЕРІЗАЛЬНИХ МАШИН

*Дана публікація присвячена отриманню методики створення цифрових моделей стрічко-провідних систем аркушерізальних ротаційних машин, що у повній мірі відповідали б своїм неперервним аналогам. Отримані таким чином моделі є зручними для синтезу цифрових регуляторів, розробки, дослідження і побудови мікропроцесорних та комп'ютерних систем стабілізації натягу при дії різних збурень і технологічних навантажень.*

Стрічкоживильна система, дискретна модель, натяг.

**Постановка проблеми.** Реалізація алгоритмів управління неперервними технологічними процесами засобами мікропроцесорної або комп'ютерної техніки призводить до їх дискретизації. Тому постає задача синтезу цифрових пристроїв управління неперервними системами, для вирішення якої потрібне знаходження апроксимованої дискретної передавальної функції моделі об'єкта, максимально близької за поведінкою до її неперервного варіанту.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** У публікаціях [1, 2, 3, 4, 5] приведені неперервні математичні моделі елементів стрічкоживильних та стрічкопровідних систем поліграфічних машин. Досліджено процеси, що протікають в таких системах (різного ступеня складності), шляхом математичного моделювання. Проте актуальною залишається проблема побудови адекватних дискретних математичних моделей стрічкоживильних систем, дослідження динаміки яких має важливе значення для розробки цифрових регуляторів систем натягу. У роботі [2] акцентується увага на оцінці впливу неправильних геометричних розмірів рулонів на зміну натягу у стрічкоживильних системах, приведені також результати моделювання простих неперервних моделей з врахуванням збурень.

**Ціллю даної статті** є обґрунтування методики побудови цифрових систем та розробка з її застосуванням дискретних моделей стрічкоживильної системи аркушерізальної машини. Отримані таким чином дискретні моделі служитимуть основою для побудови цифрових регуляторів систем натягу.

### Виклад основного матеріалу роботи

В зв'язку з інтенсивним вдосконаленням мікропроцесорної техніки, розвитком інформаційних технологій, широким застосуванням мережевих технологій, з'явилися реальні перспективи для модернізації поліграфічних машин, що експлуатуються, та побудови якісно нових систем управління ними. Основними напрямками такої модернізації окрім забезпечення якісного протікання самого технологічного процесу є автоматичне переналагодження, дистанційне управління і введення завдання, а також самодіагностика у випадку виникнення нештатних ситуацій. Зрозуміло, що застосування вказаних засобів передбачає введення, виведення, опрацювання, зберігання і накопичення інформації у цифровому вигляді. Крім того реалізація алгоритмів управління неперервними технологічними процесами засобами мікропроцесорної або комп'ютерної техніки призводить до їх дискретизації. Тому постає задача синтезу цифрових пристроїв керування неперервними системами. Найзручніше її можна вирішити використавши засоби математичного моделювання і спеціалізовані програмні пакети для математичного та імітаційного моделювання. Можливі два варіанти синтезу: на основі неперервної моделі об'єкта регулювання синтезують неперервні пристрої регулювання, а потім перетворюють їх у дискретну форму або ж будують дискретні моделі неперервного об'єкта регулювання і на основі них синтезують цифрові пристрої керування. Відповідно, виникає потреба у знаходженні апроксимованої дискретної передавальної функції моделі об'єкта, максимально близької за поведінкою до її неперервного варіанту.

Класично перехід від неперервних передатних функцій об'єктів і систем до дискретних їх аналогів здійснюється за допомогою виразу:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\} \quad (1)$$

Такий підхід передбачає знаходження еквівалентної неперервної передавальної функції цілої системи  $W(s)$ , що у випадку наявності декількох зворотних зв'язків, котрі можуть перехрещуватись, є досить непростою задачею. Крім того після отримання дискретної передавальної функції  $W(z)$  за виразом (1) втрачаємо дані про структуру вихідної системи. Тому класичний метод  $z$  перетворень варто застосовувати до простих моделей об'єктів з лінійною структурою, або коли ця структура не є важливою.

На практиці також часто використовуються наближені методи перетворення моделей неперервних об'єктів у дискретну форму, які не вимагають трудомістких обчислень. Ще однією їх перевагою є збереження структури неперервної системи, оскільки кожна її передавальна функція перетворюється у дискретну форму окремо.

Відповідно до властивостей аналогових та дискретних моделей об'єктів і систем, цей перехід передбачає максимально точне виконання наступних двох умов: уявна вісь комплексної площини  $s$  повинна відобразитись у одиничне коло на площині  $z$ ; ліва півплощина площини  $s$  має відобразитись усередину одиничного круга площини  $z$ . Відомі такі основні методи переходу із комплексної площини  $s$  у площину  $z$  [6]: прямої різниці, оберненої різниці, білінійне перетворення (перетворення Тастина). У статті розглядаються три варіанти дискретної моделі стрічкоживильної системи аркушерізальної машини із застосуванням цих методів. Основними завданнями є дослідження характеристик цих моделей, їх порівняння та обґрунтований вибір того варіанту дискретної моделі стрічкоживильної системи, котра найточніше відтворює поведінку неперервного прототипу.

#### Побудова дискретної моделі стрічкоживильної системи аркушерізальної машини

Функціональна схема стрічко живильної системи з двома рулонами зображена на рис. 1. Базовими складовими об'єктами цієї системи, котрі у значній мірі визначають її поведінку, є ділянки паперової стрічки ДС1, ДС2 між рулонами та першою стрічковедучою парою (мірний циліндр МЦ – притискні ролики ПР) і рулони Р1, Р2. Також на схемі проілюстровано один з можливих способів реалізації системи стабілізації натягу. Вона базується на неконтактних давачах радіусу ДР1 і ДР2, феропорошкових електромагнітних гальмах ЕМГ1 і ЕМГ2 та цифровій системі управління ними ЦСУ.

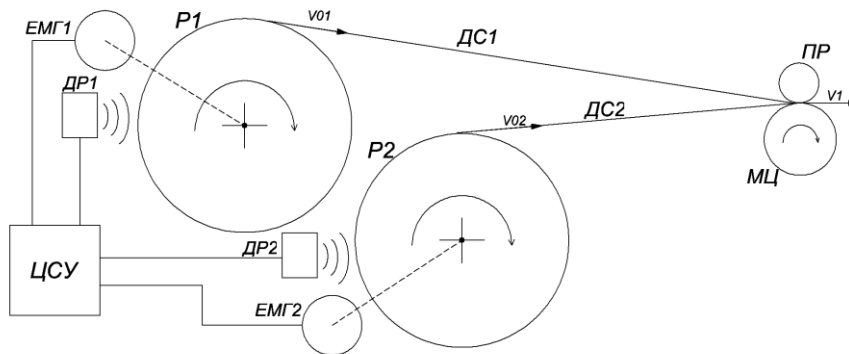


Рис. 1. Функціональна схема стрічкоживильної системи аркушерізальної машини

Представимо спочатку передавальні функції об'єктів стрічкоживильної системи у неперервному вигляді. Неперервну передавальну функцію ділянки паперової стрічки між мірним циліндром та рулоном можна описати наступним виразом [3]:

$$\varepsilon(s) = (V_1 - V_{01}) \frac{K_C}{T_C s + 1} = (V_1 - V_{01}) \frac{0.4 / V_1 (1 + K_{\Delta L})}{(0.4 \times L / V_1) s + 1}, \quad (2)$$

де  $K_C$ ,  $T_C$  – коефіцієнт передачі і стала часу ділянки стрічки;  $\varepsilon$  – відносне видовження стрічки на обмеженій ділянці;  $L$  – довжина цієї ділянки;  $V_1, V_{01}$  – лінійні швидкості стрічки в зоні контакту з мірним циліндром і в точці розмотування рулону відповідно;  $K_{\Delta L} = F_i^* / (b \cdot \delta \cdot E_s)$  – коефіцієнт корекції сталої передачі ділянки стрічки, спричинений зміною її довжини внаслідок розтягу, де  $b$  – ширина стрічки,  $\delta$  – її товщина,  $E_s$  – модуль пружності – характеризують фізичні властивості паперу, а  $F_i^*$  відповідає бажаному значенню натягу стрічки.

Передатну функцію рулону, що показує зв'язок між алгебраїчною сумою обертових моментів  $\Delta M$ , котрі прикладаються до осі його обертання, та лінійною швидкістю розмотування стрічки  $V_{01}$ , можна представити з використання оператора Лапласа у наступному вигляді [2]:

$$V_{01}(s) = \Delta M \frac{K_p}{T_p s - 1} = \Delta M \frac{2/(3\gamma b \delta R V_1)}{\pi R^2 / (3\delta V_1) s - 1}, \quad (3)$$

де  $K_p$ ,  $T_p$  – коефіцієнт передачі і стала часу рулону;  $\gamma$  – відносна густина сорту паперу,  $R$  – радіус рулону.

Найефективнішим способом дослідження неперервних і дискретних систем на стійкість є знаходження коренів характеристичного рівняння еквівалентної передавальної функції цілої системи (поліосів) і перевірка виконання умови стійкості. Для неперервної системи корені характеристичного рівняння повинні бути розміщені у лівій півплощині комплексної площини  $s$  (тобто дійсні частини комплексних коренів повинні бути від'ємними), а для дискретної корені мають знаходитись усередині одиничного кола (тобто сума квадратів дійсної та уявної частин комплексного кореня повинна бути меншою за одиницю). Визначимо еквівалентну передавальну функцію стрічкоживильної системи, де стрічка розмотується з першого рулону (рис. 1) та відповідне характеристичне рівняння аналітичним шляхом:

$$F(s) = \frac{K_c}{T_c s + 1} K_M \left/ \left( 1 + R \frac{K_p}{T_p s - 1} \frac{K_c}{T_c s + 1} K_M \right) V_1(s) \right. \quad (4)$$

В результаті перетворення попереднього виразу отримаємо:

$$F(s) = \frac{K_c K_M (T_p s - 1)}{(T_p s - 1)(T_c s + 1) + K} V_1(s), \text{ де } K = R K_p K_c K_M. \quad (5)$$

Виділимо характеристичне рівняння:

$$(T_p s - 1)(T_c s + 1) + K = 0; \quad (6)$$

Після перетворень отримаємо:

$$s^2 + \frac{T_p - T_c}{T_p T_c} s + \frac{K}{T_p T_c} = 0 \quad (7)$$

Обчислимо його корені за таких числових значень параметрів ділянки стрічки і рулону:  $L = 2$  м;  $V_1 = 2,75$  м/с;  $b = 0,84$  м;  $\delta = 0,078$  мм;  $E_s = 6,468 \cdot 10^9$  Н/м<sup>2</sup>;  $F_i^* = 200$  Н;  $\gamma = 820$  кг/м<sup>3</sup>;  $R = 0,5$  м. Звідси, враховуючи залежності (2) і (3):

$$K_c = 0.4 / V_1 (1 + F_i^* / (b \cdot \delta \cdot E_s)) = 0,1456; T_c = 0.4 \times L / V_1 = 0,2909;$$

$$K_p = 2 / (3\gamma b \delta R V_1) = 9,024; T_p = \pi R^2 / (3\delta V_1) = 1221;$$

$$K_M = b \cdot \delta \cdot E_s = 4,238 \cdot 10^5; K = R K_p K_c K_M = 278414.$$

Одержані корені характеристичного рівняння для неперервної моделі стрічкоживильної системи показані хрестами (×) на рис. 2 а (їх числові значення занесені у таблицю 1) і свідчать про її стійкість.

Таблиця 1

Розв'язки характеристичних рівнянь

Час квантування	Метод прямої різниці	Метод оберненої різниці	Метод білінійного перетворення	Неперервна модель
0,3	$0,485 \pm 8,38i$	$0,0209 \pm 0,116i$	$-0,869 \pm 0,438i$	$-1,72 \pm 27,9i$
0,15	$0,742 \pm 4,19i$	$0,0657 \pm 0,219i$	$-0,602 \pm 0,74i$	
0,03	$0,948 \pm 0,838i$	$0,581 \pm 0,464i$	$0,671 \pm 0,683i$	
0,004	$0,993 \pm 0,112i$	$0,981 \pm 0,109i$	$0,987 \pm 0,111i$	

Досліджувати дискретні моделі на відповідність аналоговій будемо за допомогою амплітудно-частотних характеристик. Їх отримаємо засобами Linear Analysis середовища Simulink. Амплітудно-частотна характеристика стрічкоживильної системи показана на рис. 2 б.

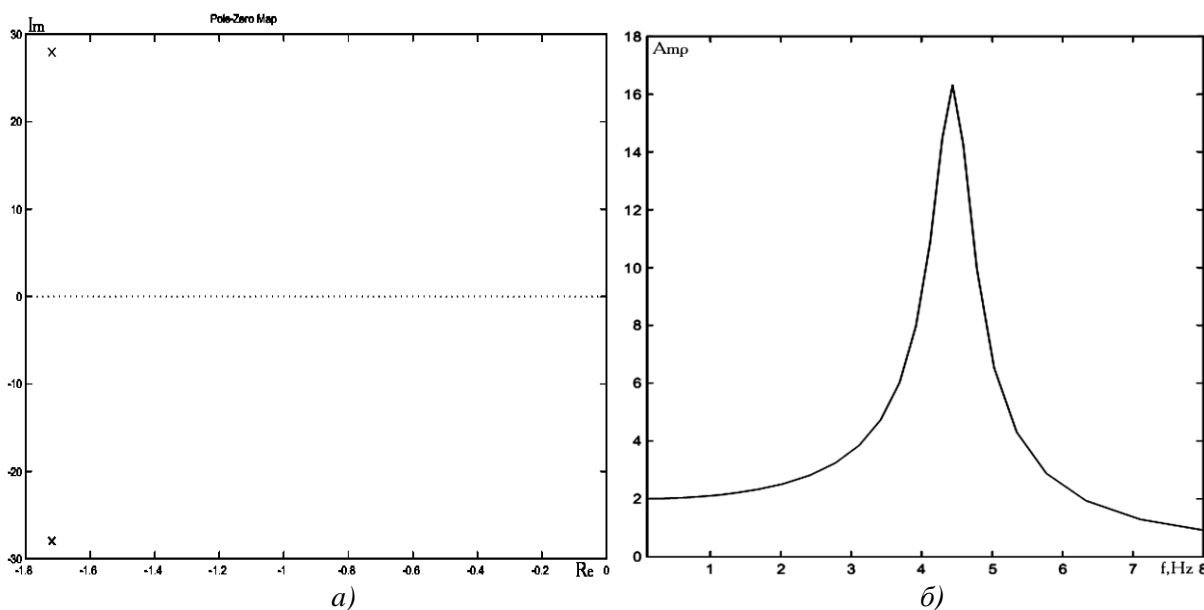


Рис. 2. Характеристики неперервної моделі стрічкоживильної системи:  
а) полюси; б) амплітудно-частотна

Знайдемо дискретну передавальну функцію ділянки стрічки, використовуючи метод прямої різниці. Для цього, згідно з [6] проведемо наступну заміну у виразі (2):  $s \rightarrow (z-1)/T_0$ , де  $T_0$  – період квантування дискретної передавальної функції. Отримаємо:

$$\varepsilon(z) = (V_1 - V_{01}) \frac{K_C}{(T_C/T_0)z + (1 - T_C/T_0)} \quad (8)$$

Аналогічним чином знаходимо дискретну передавальну функцію рулону, провівши заміну у (3):

$$V_{01}(z) = \Delta M \frac{K_P}{(T_P/T_0)z - (T_P/T_0 + 1)} \quad (9)$$

Дискретну імітаційну модель стрічкоживильної системи з одним рулоном, побудовану із застосуванням методу прямої різниці показано на рис. 3 а. Її еквівалентна передавальна функція, після перетворень матиме вигляд:

$$F(z) = \frac{K_C K_M [(T_P/T_0)z - (T_P/T_0 + 1)]}{[(T_P/T_0)z - (T_P/T_0 + 1)][(T_C/T_0)z + (1 - T_C/T_0)] + K} V_1(z) \quad (10)$$

Характеристичне рівняння у нормалізованому вигляді буде таким:

$$z^2 + \left( \frac{T_0(T_P - T_C)}{T_P T_C} - 2 \right) z - \frac{T_0^2}{T_P T_C} - \frac{T_0}{T_C} + \frac{T_0}{T_P} + \frac{K T_0^2}{T_P T_C} + 1 = 0 \quad (11)$$

Знайдемо полюси передавальної функції моделі, структурна схема якої представлена на рис. 3 а, для різних значень періоду квантування  $T_0$ . Періоди квантування обираємо відносно найменшої сталої часу елемента стрічкоживильної системи – сталої часу ділянки стрічки  $T_C$ . Прийmemo  $T_0 = \{0.3; 0.15; 0.03\}$ . Відповідні числові значення показані у таблиці 1. Корені також представлені графічно (рис. 4 а). Виявляється, що при заданих величинах  $T_0$  корені характеристичного рівняння знаходяться за межами одиничного кола, а тому система є нестійкою. При  $T_0 = 0.3$  с числові значення коренів настільки віддалені від зони стійкості, що не показані на рис. 4 а для кращого його візуального сприйняття. Натомість підібрано значення  $T_0 = 0.004$  с, при якому система перебуває на границі стійкості. Цей період квантування застосуємо і до наступних моделей для співставлення отриманих результатів. Отже для забезпечення стійкості дискретної моделі стрічкоживильної системи, отриманої на підставі методу прямої різниці, потрібно вибирати  $T_0 \leq T_C / 75$ . Сімейство амплітудно-частотних характеристик показує

но на рис. 4 б. Як видно з рисунку, великі періоди квантування не забезпечують відтворення поведінки неперервної моделі стрічкоживильної системи ані по частоті, ані по амплітуді. Натомість при малих періодах квантування спостерігається досить точне співпадіння по частоті з неперервною моделлю ( $T_0 \rightarrow 0$ ), але присутнє значне відхилення по амплітуді у сторону збільшення.

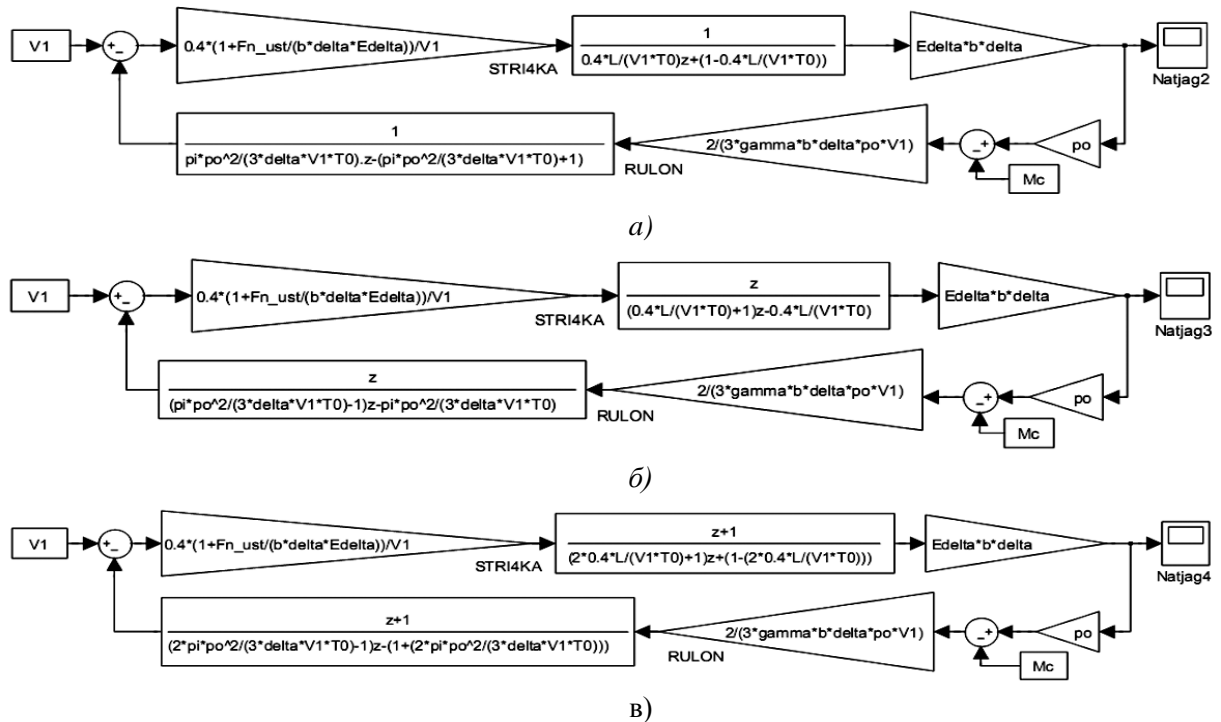


Рис. 3. Структурні схеми дискретної моделі однорулонної стрічкоживильної системи аркушерізальної машини: а) отримана методом прямої різниці; б) отримана методом оберненої різниці; в) отримана методом білінійного перетворення

Для знаходження дискретних передавальних функцій ділянки стрічки і рулону методом оберненої різниці використаємо заміну  $s \rightarrow (1 - z^{-1})/T_0$  [6]. Отримаємо, відповідно до неперервних прототипів, вирази для ділянки стрічки (12) і рулону (13):

$$\varepsilon(z) = (V_1 - V_{01}) \frac{K_C z}{(T_C / T_0 + 1)z - T_C / T_0} \quad (12)$$

$$V_{01}(z) = \Delta M \frac{K_P z}{(T_P / T_0 - 1)z - T_P / T_0} \quad (13)$$

Побудуємо на основі математичних моделей ділянки стрічки (12) і рулону (13) імітаційну модель стрічкоживильної системи у середовищі Matlab Simulink (рис. 3 б). Еквівалентна передавальна функція цієї моделі, після нескладних перетворень буде мати наступний вигляд:

$$F(z) = \frac{K_C K_M z [(T_P / T_0 - 1)z - T_P / T]}{[(T_P / T_0 - 1)z - T_P / T] [(T_C / T_0 + 1)z - T_C / T] + K z^2} V_1(z) \quad (14)$$

А її характеристичне рівняння у нормалізованому вигляді буде таким:

$$z^2 + \frac{2T_P T_C + T_0(T_P - T_C)}{T_0^2 [(T_P / T_0 - 1)(T_C / T_0 + 1) + K]} z + \frac{T_P T_C}{T_0^2 [(T_P / T_0 - 1)(T_C / T_0 + 1) + K]} = 0 \quad (15)$$

Знайдемо його корені для прийнятих раніше значень  $T_0$  і позначимо їх у комплексній системі координат (рис. 5 а). Як видно з рисунку система є стійкою при усіх значеннях  $T_0 = \{0.3; 0.15; 0.03; 0.004\}$ . Тобто дискретна модель стрічкоживильної системи, побудована з використанням методу оберненої різниці, характеризується високою стійкістю навіть при великих періодах квантування. Як і у попередній моделі великі періоди квантування не забезпечують відтворення поведінки неперервної моделі стрічкоживильної системи ані по частоті, ані по амплітуді – про це свідчить амплітудно-частотна характеристика (рис. 4 б). При малих періодах

квантування спостерігається точне співпадіння по частоті з неперечною моделлю ( $T_0 \rightarrow 0$ ), але, на відміну від попередньої моделі, спостерігається відхилення по амплітуді у сторону зменшення.

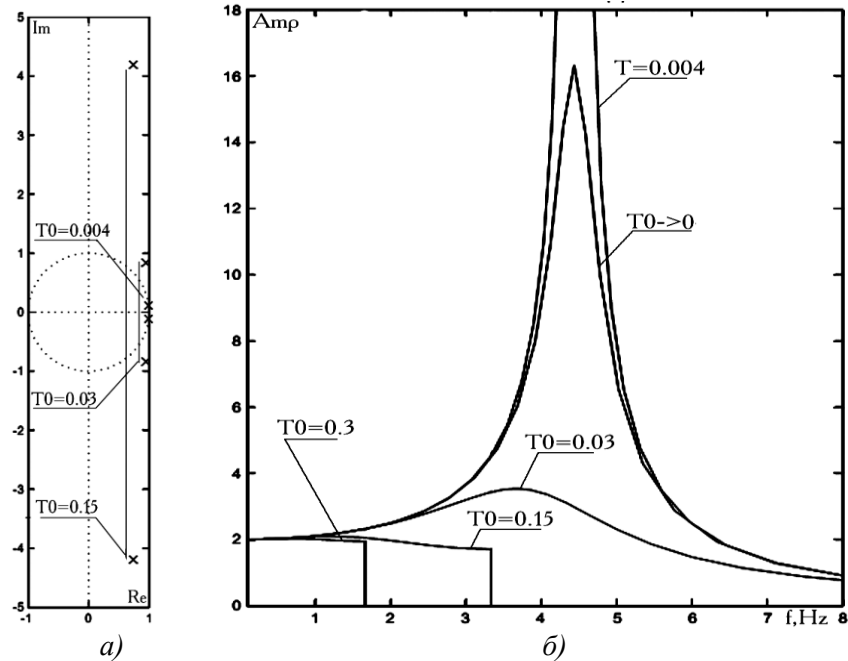


Рис. 4. Характеристики дискретної моделі стрічкоживильної системи (метод прямої різниці): а) полюси; б) амплітудно-частотна

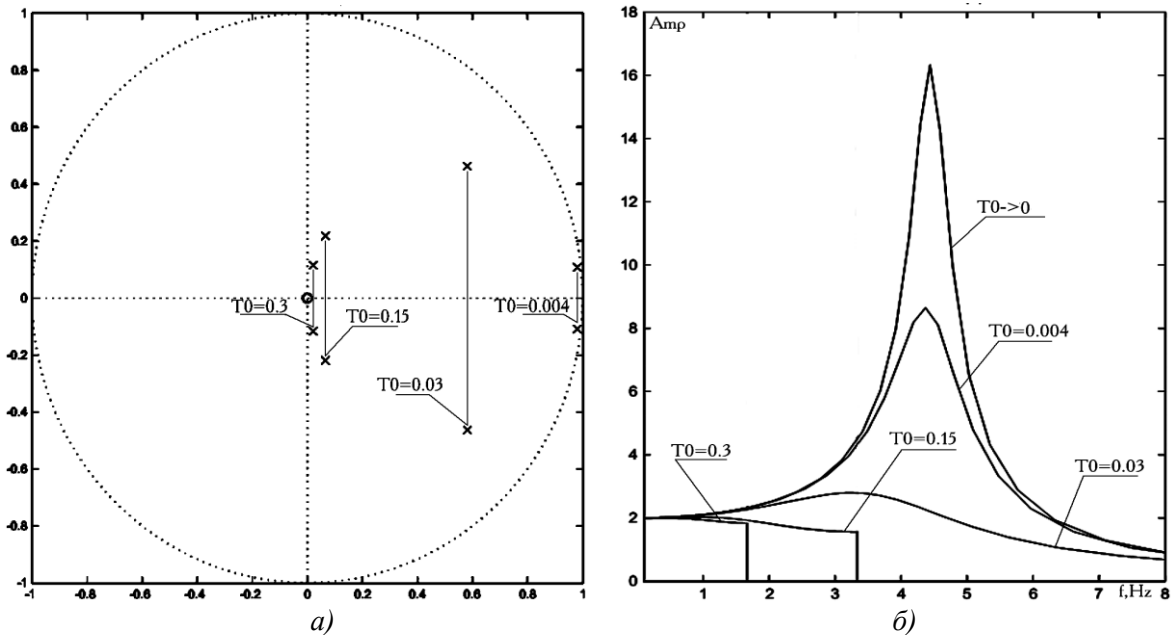


Рис. 5. Характеристики дискретної моделі стрічкоживильної системи (метод оберненої різниці): а) полюси; б) амплітудно-частотна

Використовуючи заміну  $s \rightarrow 2(1 - z^{-1}) / (T_0(1 + z^{-1}))$  [6] до неперечних передавальних функцій ділянки стрічки (2) і рулону (3), отримаємо наступні дискретні передавальні функції:

$$\varepsilon(z) = (V_1 - V_{01}) \frac{0.4/V_1(1 + K_{\Delta L})(z + 1)}{(2 \times 0.4 \times L / (V_1 T_0) + 1)z + (1 - 2 \times 0.4 \times L / (V_1 T_0))} \quad (16)$$

$$V_{01}(z) = \Delta M \frac{2/(3\gamma b \delta R V_1)(z + 1)}{(2\pi R^2 / (3\delta V_1 T_0) - 1)z - (1 + 2\pi R^2 / (3\delta V_1 T_0))} \quad (17)$$

Це є метод білінійного перетворення (перетворення Тастина). На основі дискретних передавальних функцій (16) і (17) побудуємо ще одну модель стрічкоживильної системи

(рис. 3 в) у середовищі Matlab Simulink. Еквівалентна передавальна функція у цьому випадку буде мати наступний вигляд:

$$F(z) = \frac{K_C K_M (z+1) [(2T_p/T_0 - 1)z - (1 + 2T_p/T_0)]}{[(2T_p/T_0 - 1)z - (1 + 2T_p/T_0)] [(2T_c/T_0 + 1)z + (1 - 2T_c/T_0)] + K(z+1)^2} V_1(z) \quad (18)$$

Характеристичне рівняння для попередньої передавальної функції буде таким:

$$z^2 - \frac{8T_p T_c / T_0^2 + 2 - 2K}{(2T_p/T_0 - 1)(2T_c/T_0 + 1) + K} z + \frac{4T_p T_c / T_0^2 - 2T_p/T_0 + 2T_c/T_0 - 1 + K}{(2T_p/T_0 - 1)(2T_c/T_0 + 1) + K} = 0 \quad (19)$$

Знаходимо корені характеристичного рівняння для даної моделі (табл. 1; рис. 6 а) та її амплітудно-частотну характеристику (рис. 6 б).

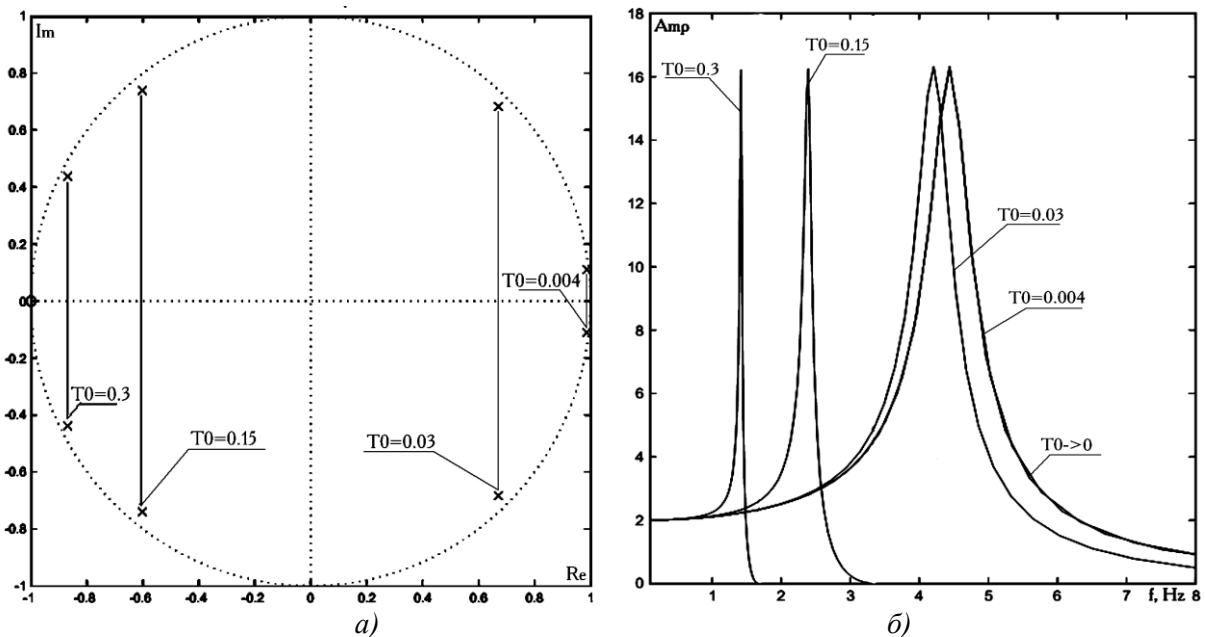


Рис. 6. Характеристики дискретної моделі стрічкоживильної системи (метод білінійного перетворення): а) полюси; б) амплітудно-частотна

Як видно з рис. 6, а модель стрічкоживильної системи, побудована з використанням методу білінійного перетворення є стійкою при прийнятих варіантах сталих часу квантування. А рис. 6, б демонструє високу точність відтворення поведінки неперервної моделі цією дискретною моделлю. Так при  $T_0 = 0,004$  с амплітудно-частотна характеристика дискретної моделі практично співпадає з неперервним її аналогом.

Отримані результати моделювання, зокрема графічні залежності, свідчать про очевидну перевагу методу білінійного перетворення для лінеаризації моделі неперервної системи. Методи прямої і оберненої різниці забезпечують прийнятний результат лише при виборі дуже малого періоду дискретизації. Отже за основу для створення більш складних дискретних моделей стрічкоживильних систем візьмемо модель на основі білінійного перетворення.

#### Дослідження впливу відхилення геометричних розмірів рулонів від ідеальних на процес зміни натягу у стрічкоживильній системі аркушерізальної машини

До основних небажаних відхилень геометричних розмірів рулонів від ідеальних відносяться ексцентриситет та овальність. Практично не існує ідеальних рулонів, кожен з них характеризується різним ступенем геометричних спотворень, що обмежується на рівні встановлених стандартів. Ексцентриситет спричиняє додаткові періодичні коливання моменту та лінійної швидкості стрічки, що можуть бути обчислені наступним чином [2]:

$$\Delta M_e = 9,8 \cdot \pi R^2 b \gamma l_e \cdot \cos(V_{01} t / R); \quad (20)$$

$$\Delta V_e = l_e V_{01} / R \cdot \cos(V_{01} t / R) \quad (21)$$

де  $l_e$  – величина ексцентриситету,  $V_p$  – лінійна швидкість розмотування рулону.

Овальність спричиняє лише додаткові періодичні коливання лінійної швидкості стрічки, частота котрих у 2 рази вища за частоту обертання рулону, а їх величина обчислюється за допомогою наступного виразу:

$$\Delta V_o = l_o V_{o1} / R \cdot \cos(2V_{o1}t / R), \quad (22)$$

де  $l_o$  – величина овальності, що дорівнює різниці між найбільшим та найменшим радіусами рулону.

Величини  $l_o$ ,  $l_e$  залежать від поточної величини радіусу рулону – із його зменшенням вони зменшуються. У моделі це повинно бути враховано.

Імовірно, що коливання натягу стрічки при одночасному впливі овальності та ексцентриситету можуть перевищувати допустимі межі. Тому, для зменшення коливань натягу навіть при гранично допустимих відхиленнях геометричних розмірів рулонів від ідеальних, вводимо у модель стрічкоживильної системи амортизатор з плаваючим валиком, передавальна функція якого матиме наступний вигляд:

$$\Delta L(s) = \frac{4b\delta E_{\delta} l_{iB}^2 / V_1(1 + K_{\Delta L})}{J_a s + K_{\dot{A}} l_B^2} \varepsilon(s), \quad (23)$$

де  $J_a$  – момент інерції амортизатора;  $K_{\dot{A}}$  – коефіцієнт демпфування;  $l_{iB}$ ,  $l_B$  – довжини від точки опори до плаваючого валика та вантажу відповідно.

Застосувавши метод білінійного перетворення на підставі виразу (23) отримаємо дискретну передавальну функцію амортизатора:

$$\Delta L(z) = \frac{4b\delta E_{\delta} l_{iB}^2 / V_1(1 + K_{\Delta L})T_0(z+1)}{(2J_a + K_{\dot{A}} l_B^2 T_0)z - 2J_a + K_{\dot{A}} l_B^2 T_0} \varepsilon(z). \quad (24)$$

На основі структурної схеми моделі представленої на рис. 3 в та виразів (20) – (24) будемо структурну схему моделі стрічкоживильної системи з амортизатором, що враховує усі параметри рулону (рис. 7).

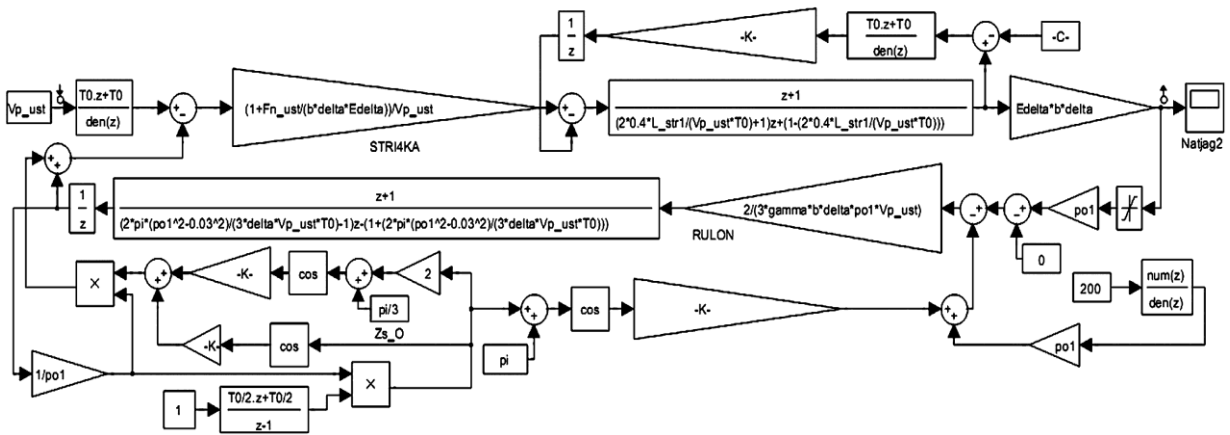


Рис. 7. Структурна схема дискретної моделі стрічкоживильної системи з амортизатором

Еквівалентна передавальна функція моделі стрічкоживильної системи, структурна схема якої зображена на рис. 7, матиме наступний вигляд:

$$F(z) = \frac{K_M K_C z W_C(z)(z + W_P(z)W_{\Delta M}(z))(1 - W_{\Delta V}(z)) \cdot V_1(z)}{(K_C z + W_A(z)W_C(z))(z + W_P(z)W_{\Delta M}(z))(1 - W_{\Delta V}(z)) + K_M K_C z W_C(z)W_P(z)}, \quad (25)$$

де  $W_P(z)$ ,  $W_C(z)$ ,  $W_A(z)$  – передавальні функції рулону, ділянки стрічки та амортизатора відповідно;  $W_{\Delta M}(z)$ ,  $W_{\Delta V}(z)$  – передавальні функції збурень, що виникають через неідеальну геометричну форму рулону.

Дослідимо на стійкість стрічкоживильну систему описану виразом (25) цю модель використовуючи метод знаходження коренів характеристичного рівняння. Знайдемо полюси за умови, що період квантування рівний  $T_0 = 0,004$  с. Числові значення коренів наведені в таблиці 2 (графічно показані на рис. 8 а). Два з отриманих полюсів знаходяться поза зоною



стійкості, а отже система є нестійкою. Вибраний період квантування, котрий забезпечував стійкість спрощеної системи, схема якої показана на рис. 3 в, не підходить для більш складної стрічкоживильної системи з амортизатором (рис. 7). Отже можна зробити висновок, що ускладнення моделі потребує одночасного вибору нового меншого періоду квантування.

Таблиця 2

Розв'язки характеристичних рівнянь для системи з амортизатором

Час квантування	0,004	0,001	0,0004
Розв'язки	$0,997; 0,998; 0; -0,893; -2,24 \pm 1,08i$	$0,999; 1; 0; -0,652; -0,00463 \pm 1,32i$	$1; 0; -0,376; 0,459 \pm 0,825i$

Знайдемо корені характеристичного рівняння, зменшивши період квантування у 4 рази. Отримані результати представлені графічно на комплексній площині (рис. 8, а) та у числовій формі в таблиці 2. Як і у попередньому випадку, два полюси перебувають за границями області стійкості, але уже ближче до неї. Тому період  $T_0$  необхідно ще зменшити. Прийнемо  $T_0 = 0,0004$  та знайдемо відповідні корені характеристичного рівняння. При такому значенні періоду квантування модель є стійкою, оскільки усі полюси знаходяться в зоні стійкості (табл. 1, рис. 8 а). Будуємо, використовуючи засоби Simulink, амплітудно-частотні характеристики для моделі стрічкоживильної системи з амортизатором. Як видно з рисунку (рис. 8 б), різниця між графіками при виборі різних періодів дискретизації  $T_0 = \{0.004; 0.001; 0.0004\}$  незначна, вони практично накладаються, а відмінність помітна лише при збільшенні масштабу їх відображення.

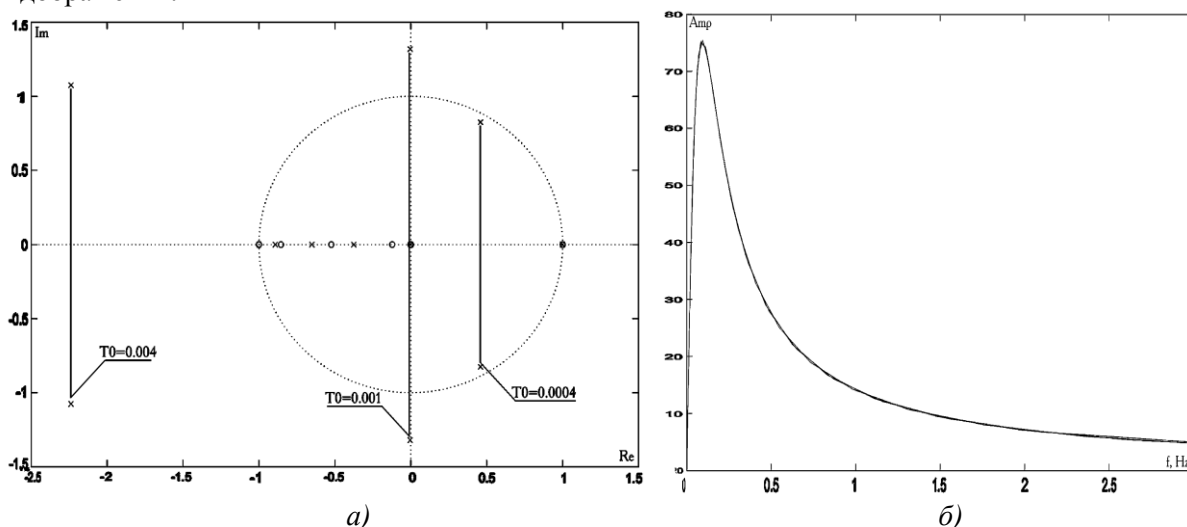


Рис. 8. Характеристики дискретної моделі стрічкоживильної системи з амортизатором та врахуванням параметрів рулону: а) полюси; б) амплітудно-частотна

Для демонстрації впливу періоду квантування на стійкість моделі стрічкоживильної системи представимо також перехідні процеси зміни натягу на ділянці стрічки між рулоном та мірним циліндром при двох значеннях  $T_0$ . На рис. 9 а показано перехідний процес зміни натягу в часовому діапазоні від 0 до 30 с, що відповідає експериментально визначеному періоду  $T_0 = 0,000482$  с, при якому модель перебуває близько границі стійкості. Для порівняння поруч (рис. 9 б) показана діаграма зміни натягу у ідентичних часових межах при періоді квантування  $T_0 = 0,0004$ , що, як зазначалось вище, забезпечує стійкість моделі стрічко живильної системи з амортизатором.

Отже період квантування безпосередньо впливає на стійкість цифрової моделі стрічкоживильної системи. Не виключено, що подальше ускладнення моделі чи зміна її параметрів потребуватиме перегляду обраного періоду дискретизації моделі. Побудована модель є базовою для дослідження динаміки аркушерізалльної машини, створює передумови для їх модернізації, а також має важливе значення для синтезу цифрових регуляторів і систем стабілізації натягу стрічки.

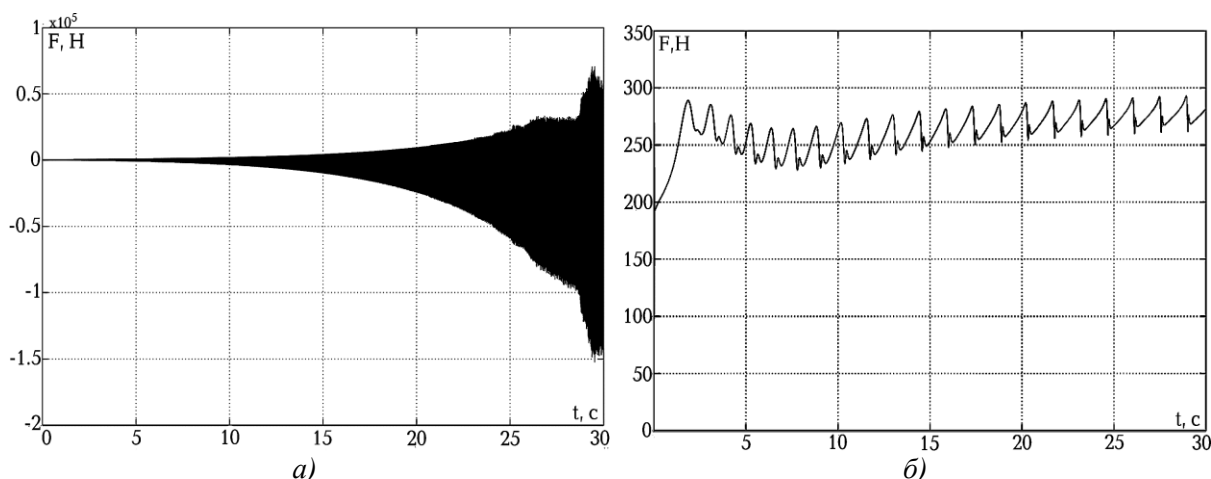


Рис. 9. Графіки перехідних процесів натягу стрічкоживильної системи, представлені у дискретному вигляді

### Висновки

1. За передавальною функцією неперервної моделі стрічкоживильної системи побудовано три варіанти цифрової моделі цієї системи, за якими отримано відповідні дискретні передавальні функції.

2. Визначено корені характеристичних рівнянь дискретних передавальних функцій та на їх основі зроблено висновки про стійкість отриманих моделей стрічкоживильної системи при різних значеннях періоду квантування. Побудовано сімейства амплітудно-частотних характеристик для оцінки відповідності цифрових моделей своєму неперервному прототипу. На основі проведеного аналізу встановлено, що цифрова модель отримана методом білінійного перетворення найбільш точно відповідає аналоговій.

3. Розроблена дискретна модель стрічкоживильної системи з амортизатором, яка враховує параметри та збурення, що виникають при обертанні рулону. Встановлено, що період квантування залежить від кількості елементів, що входять до складу системи. Так оптимальне значення періоду квантування для простої дискретної моделі стрічко живильної системи становить  $T_0 = 0,004$  с, то для забезпечення стійкості більш складної моделі з амортизатором та врахованими усіма параметрами рулону цей період потрібно зменшити у 10 раз.

4. Шляхом комп'ютерного моделювання досліджено вплив відхилень геометричних розмірів рулонів від ідеальних на процес зміни натягу у дискретній моделі стрічкоживильної системи аркушерізальної машини та визначено максимальне значення періоду квантування, при якому система є стійкою.

1. Дурняк Б.В. Стрічководні системи рулонних ротаційних машин. – К.: Атіка, 2002. – 292 с.

2. Щербина Ю.В. Динамические свойства процессов управления движением бумаги и краски в рулонных печатных машинах – М.: МГУП, 2003.

3. Білан В.П. Комп'ютерне симулювання та порівняльний аналіз моделей елементарної стрічководної системи // Комп'ютерні технології друкарства: Збірник наукових праць Української академії друкарства. – Львів, 2013. – №30.

4. Луцків І.М. Моделювання стрічководної ділянки методом інтегрування приросту швидкості стрічки на інтервалі часу // Науково-технічний збірник «Наукові записки». №7 – Л.: УАД, 2004. – С. 76-82.

5. Дурняк Б.В., Сорочинський О.М. Нелінійна модель стрічкоживильного пристрою рулонної друкарської машини Комп'ютерні технології друкарства №13, 2002.

6. Белодедов М.В. Методы проектирования цифровых фильтров: Учебное пособие.– Волгоград: Издательство Волгоградского государственного университета, 2004.– 64 с.

7. Дьяконов В.П. MATLAB 6.5 Simulink 4.5. Основы применения: Полное руководство пользователя. – М.: Солон-Пресс, 2002.