

УДК 621.313.33

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ КООРДИНАТ РУХОМИХ ФЕРОМАГНІТНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ В ІНДУКОВАНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ ДІАКОПТИЧНИМИ МЕТОДАМИ

С. Рендзіняк

*Національний університет «Львівська політехніка»,  
вул. С.Бандери, 12, Львів 79013, Україна.  
emd@polynet.lviv.ua*

У роботі досліджуються перехідні процеси в різнорідній системі, яка містить три частини: механічну (тіло з феромагнітного матеріалу в магнітному полі), магнітне поле соленоїда, і електричну (схему електроживлення соленоїда). У неоднорідному магнітному полі діють сили, які впливають на феромагнітне тіло і приводять до його переміщення. Магнітне поле, яке створює соленоїд у загальному випадку складної геометричної форми, не завжди може бути аналітично розраховано, проте його структуру можна дослідити іншими відомими методами. У свою чергу соленоїд необхідно забезпечити ефективним потужним джерелом живлення, звичайно, коливальної або імпульсної форми. Таку складну задачу вдалося розв'язати діакоптичними методами.

*Ключові слова:* перехідні процеси, різнорідні системи, діакоптичні методи.

Задача розрахунку траєкторії руху тіла у магнітному полі складної конфігурації має теоретичне і практичне значення (рис.1). Багато дослідників приділяють величезну увагу цій проблемі [1, 2, 3 та ін.]. Основною проблемою цієї задачі є наявність складних нелінійних залежностей у системі рівнянь, спрощення яких призводить до суттєвих спотворень розв'язку.

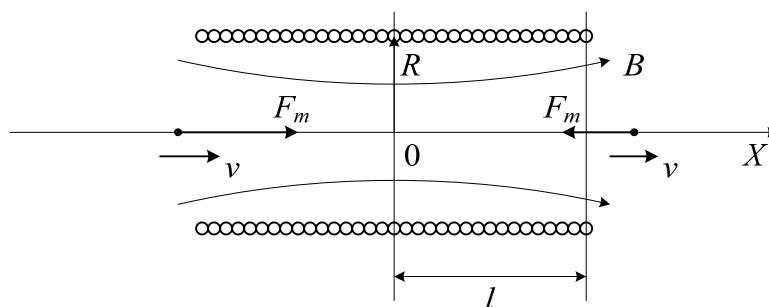


Рис.1. Траєкторія переміщення тіла в магнітному полі

Аналіз великих складних систем з зосередженими та розподіленими компонентами зазвичай здійснюється розв'язуванням того ж типу системи рівнянь, що описують істотно спрощені альтернативні моделі частин схеми. Однак для вирішення цієї проблеми у цілому саме діакоптичний підхід дозволяє урахувати особливості електричної, магнітної та механічної частини досліджуваної системи. Тому цілком розумно використовувати програмне забезпечення для моделювання електричних схем, яке дозволяє реалізувати діакоптичні алгоритми.

Комплексна система (рис.2) розділена на три частини-підсистеми: 1) електричну частину – послідовний RLC-контур. Струм контуру створює магнітне поле соленоїда, у якому рухається тіло, 2) магнітну частину – соленоїд певної структури, магнітний потік якого має зворотній зв'язок з струмом RLC-контуру, 3) механічну частину – рухоме тіло, розміщене у магнітному полі соленоїда, яке може змінювати структуру магнітного поля за певних умов.

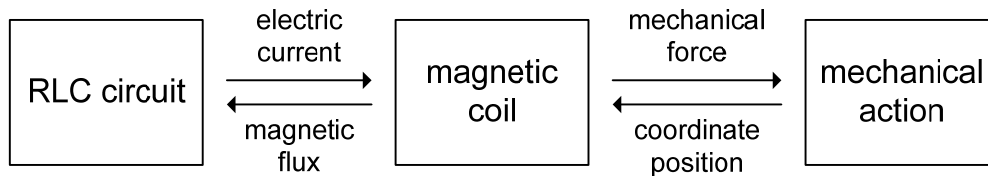


Рис.2. Комплексна система поділяється на три підсистеми

Кожна підсистема описується своїми рівняннями. Отже перша підсистема:

$$C \frac{du_c}{dt} = i_L; \quad L \frac{di_L}{dt} = -u_c - Ri_L, \quad (1)$$

де  $L = \frac{d\psi}{di_L}$  – індуктивність, яка змінюється під час розрахунку перехідного процесу.

Якщо вважати, що магнітний потік прямо пропорційний струму соленоїда, то індуктивність соленоїда постійна і не залежить від струму. Інакше необхідно коригувати індуктивність у процесі моделювання.

У цілому друга підсистема є компонентою з розподіленими параметрами, які описуються диференціальними рівняннями у частинних похідних. Тим не менш, достатньо на перший раз розглянути спрощену модель соленоїда, оскільки у нашому випадку, більше увагу приділено вирішенню системи у цілому і тестуванню діакоптичного підходу. Отже, другу підсистему опишемо рівнянням

$$F_m = m \frac{dB_x}{dX}, \quad (2)$$

де  $F_m$  – магнітна сила,  $m$  – дипольний магнітний момент,  $B_x$  – магнітна індукція,  $X$  – відстань від центру соленоїда до рухомого тіла. Наприклад для діа- і парамагнітних матеріалів значення дипольного моменту пропорційне індукції  $B$ , тоді сила буде пропорційна добутку  $B$  на  $dB_x/dX$ , тобто квадрату струму соленоїда. У феромагнітних матеріалів ди-

польний момент досягає свого екстремального значення. На основі інформації з [4] для 1г заліза  $m = 0,2353$  Дж/(Т·г), для 1г алюмінію  $m = 0,01 \cdot 10^{-3} \frac{B_x}{1,8}$ ,  $[m] = \frac{J}{T \times g}$ ,  $[B_x] = T$ .

З курсу фізики (електрика і магнетизм) [4] відомо, що осьове магнітне поле соленоїда можна визначити за формулою:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\mu_0 w i}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = \\ &= \frac{\mu_0 w i}{2} \left( \frac{l - X}{\sqrt{(l - X)^2 + R^2}} + \frac{l + X}{\sqrt{(l + X)^2 + R^2}} \right) = \\ &= \frac{\mu_0 w i}{2} \left( \frac{1 - x}{\sqrt{(1 - x)^2 + r^2}} + \frac{1 + x}{\sqrt{(1 + x)^2 + r^2}} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $i$  – струм соленоїда,  $w$  – кількість витків на одиницю довжини,  $2l$  – довжина соленоїда,  $X$  і  $R$  – відстань від центру соленоїда до тіла і радіус соленоїда, відповідно,  $x = X/l$  і  $r = R/l$  – відносна відстань точки від центру соленоїда і його відносний радіус. Похідна магнітної індукції  $B$ , відповідно, і сила (2) є суттєво нелінійними.

Третю підсистему (рис.1) опишемо як

$$m \frac{dv}{dt} = F_m - F_j(v), \quad (4)$$

де  $v = \frac{dX}{dt}$  – швидкість тіла,  $F_j(v) = k_j v$  – сила тертя.

Електрична схема заміщення побудована на основі заміни механічних величин і параметрів на електричні:  $x \equiv u_{C_3}$ ,  $v \equiv l \frac{i_{C_3}}{C_3} = \frac{k_5 l}{C_3} i_{L_3}$ ,  $i_{L_3} \equiv \frac{C_3}{k_5 l} v$ ,  $L_3 \frac{di_{L_3}}{dt} = FE_{32} - R_3 i_{L_3}$ ,

$$L_3 \frac{C_3}{k_5 l} \frac{dv}{dt} = FE_{32} - R_3 \frac{C_3}{k_5 l} v, \quad F_m \equiv FE_{32}.$$

У результаті електричну еквівалентну схему наведено на рис. 3. Слід зазначити, що джерела FE12, FJ21, FJ23, FE32 необхідні для встановлення зв'язку між вхідними і вихідними змінними підсхеми. Керовані джерела Ji1, Ju3, Eu4, Ji5 використовують для тієї ж мети, але всередині підсхеми. Вони на процес моделювання схеми не впливають. Така структура дозволяє ввести електричну модель соленоїда з розподіленими параметрами.

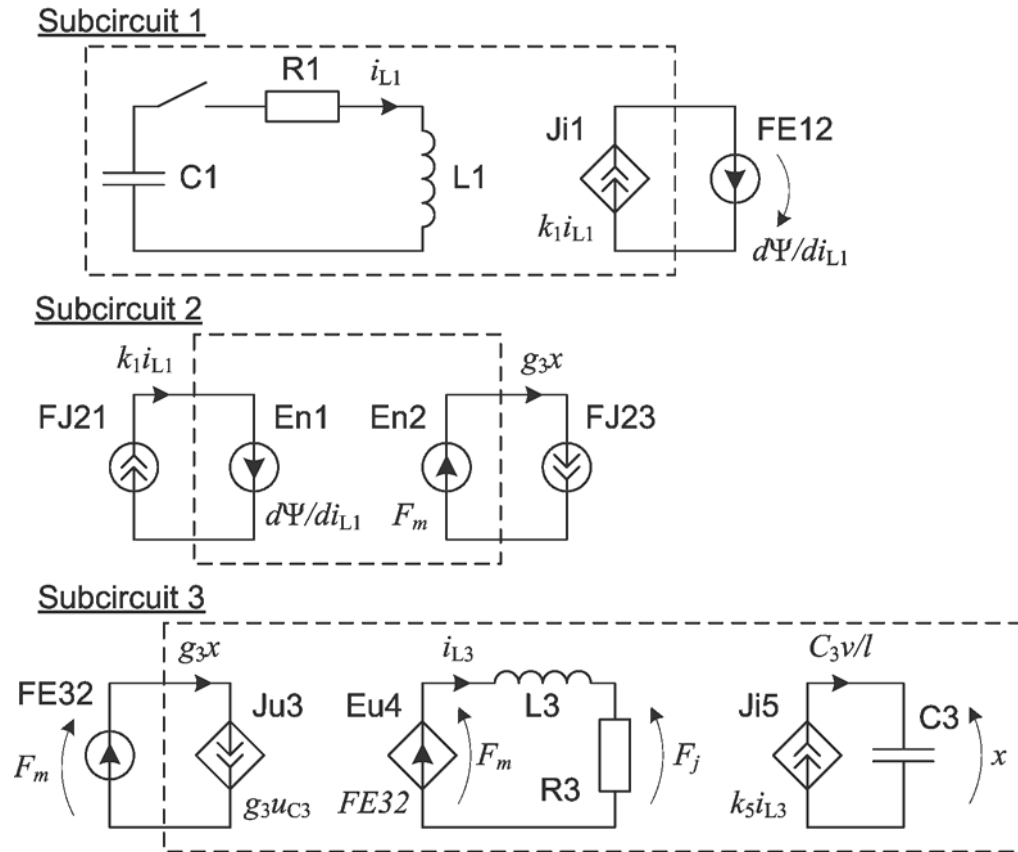


Рис.3. Електрична схема заміщення комплексної системи

Розрахунок траєкторій точки масою 1 г проведено на прикладі соленоїда, який наведено у [4]. Деякі параметри соленоїда там вказано, а деякі параметри можна визначити додатково. Отже, остаточний список необхідних параметрів виглядає так:

- магнітна індукція у центрі соленоїда  $B_0 = 30000 \text{ G} = 3,0 \text{ T}$ ;
- магнітна індукція на краю соленоїда на його осі  $B_1 = 18000 \text{ G} = 1,8 \text{ T}$ ;
- похідна магнітної індукції на краю соленоїда на його осі  $dB_1 / dX = 1700 \text{ G/sm} = 17 \text{ T/m}$ ;
- активна потужність  $P = 400 \text{ kW}$ , що відповідає, наприклад, таким величинам: кількість витків  $w=50000$ , опір обмотки  $111 \Omega$ , струм соленоїда  $60 \text{ A}$ ;
- геометричні параметри соленоїда: радіус  $R=5\text{-}20 \text{ sm}$ , довжина  $2l = 40 \text{ sm}$  ( $r = 0.25 \div 1$ ).

Результати розрахунку певного режиму досліджуваної системи наведено у згаданих координатах на рис. 4, де  $u(C3) [\text{V}] \equiv x$ ,  $u(\text{FE32}) [\text{V}] \equiv Fm [\text{N}]$ ,  $i(L3) \equiv v [\text{m/s}]$ . Результати моделювання показують залежність максимальної швидкості від початкової напруги конденсатора до включення і від початкових координат тіла. Максимальна швидкість

$v_{\max} = 8,23$  m/s досягається при  $x_0 = -1.8$ . Результати розрахунку режиму з параметрами  $C_1 = 24$   $\mu$ F,  $U_{C1} = 4564$  V,  $x_0 = -1.8$  наведено у згаданих координат на рис. 4.

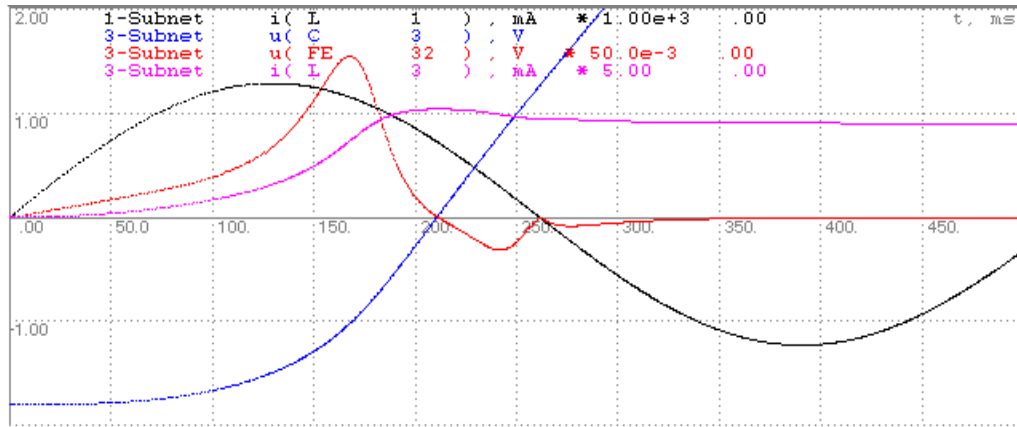


Рис.4. Результати розрахунку режиму з параметрами  $C_1 = 24$   $\mu$ F,  $U_{C1} = 4564$  V,  $x_0 = -1.8$

Числові експерименти розрахунку перехідного процесу проведено програмним забезпеченням, призначеним для моделювання електричних і електронних кіл діактичними методами, і показали широкі потенційні можливості запропонованого методу моделювання і його ефективність.

1. *D. Mayer, B. Ulrych.* Shielding of Magnetic Field in MAGLEV Vehicle Train with Superconducting Coils // Proc. of the XIII International Symposium on Theoretical Electrical Engineering ISTET'05. Lviv, Ukraine, July 4-7, 2005, pp. 55-58.
2. *I. Dolezel, P. Karban, M. Mach, L. Musil, B. Ulrych.* Dynamic Characteristic of Aluminium Sphere Levitating in Electromagnetic Field Respecting its Induction Heating // Proc. of the VI International Workshop "Computation Problems of Electrical Engineering" CPEE'04. Zakopane, Poland, September 1-6, 2004, pp. 1-4.
3. *D. Mayer, B. Ulrych.* Electrodynamic Forces in Traction Magnetically Levitated System // Proc. of the IV International Workshop "Computation Problems of Electrical Engineering" CPEE'02. Zakopane, Poland, September 2-5, 2002, pp. 67-70.
4. *Э. Парселл.* Электричество и магнетизм. Перевод с англ. (E.M. Purcell. Electricity and magnetism. Berkeley Physics Course, Vol. 2) М.: «Наука», 1975. 440 с.

---

**MODELLING OF SPATIAL COORDINATES OF MOVING FERROMAGNETIC  
SOLID IN THE INDUCED MAGNETIC FIELD  
BY DIAKOPTICAL METHODS****S. Rendzinyak**

*Lviv Polytechnic National University  
Bandera Str., 12, Lviv 79013, Ukraine  
emd@polynet.lviv.ua*

In the paper investigates transients in heterogeneous system, which consists of three parts: mechanical (ferromagnetic solid in a magnetic field), the magnetic field of the solenoid and electrical (solenoid power supply circuit) are researched. There are forces in inhomogeneous magnetic field which have an influence on ferromagnetic solid and lead to its moving. The magnetic field, which creates a solenoid in the general case of complex geometric shapes, can not always be calculated analytically, but its structure can explore other well-known methods. Finally, solenoid is necessary to supply by electrical power source usually oscillatory or pulse form. Such a difficult problem got solved diakoptical methods.

*Key words:* transients, heterogeneous system, diakoptical methods.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ  
ДВИЖУЩИХСЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ В ИНДУЦИРОВАННОМ  
МАГНИТНОМ ПОЛЕ ДИАКОПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ****С. Рендзіняк**

*Национальный университет «Львовская политехника»,  
ул. С.Бандеры, 12, Львов 79013, Украина.  
emd@polynet.lviv.ua*

В работе исследуются переходные процессы в разнородной системе, содержащей три части: механическую (тело из ферромагнитного материала в магнитном поле), магнитное поле соленоида, и электрическую (схему электропитания соленоида). В неоднородном магнитном поле действуют силы, которые действуют на ферромагнитное тело и приводят его в движение. Магнитное поле, которое создает соленоид, в общем случае сложной формы, не всегда может быть аналитически рассчитано, однако его структуру можно исследовать другими известными методами. В свою очередь соленоид необходимо обеспечить эффективным мощным источником питания, обычно, колебательной или импульсной формы. Такую сложную задачу удалось решить диакоптическими методами.

*Ключевые слова:* переходные процессы, разнородные системы, диакоптические методы.

Стаття надійшла до редколегії 06.05.2012

Прийнята до друку 19.06.2012