

УДК 631.3

Надикто В., чл.-кор. НААНУ (Таврійський державний агротехнологічний університет)

Оцінка стійкості руху машинно-тракторних агрегатів

Наведено визначення поняття «стійкість руху машинно-тракторного агрегата». Розглянуто умови переходу динамічної системи до стану, стійкого у «малому». Підкреслено переваги і практичну зручність використання амплітудних і фазових частотних характеристик у теоретичному аналізі стійкості руху машинно-тракторного агрегата. «Практичну стійкість» МТА запропоновано оцінювати частотно-дисперсійним показником.

Ключові слова: машинно-тракторний агрегат, динамічна система, збурення, стійкість.

Суть проблеми. Однією із найважливіших проблем динаміки машинно-тракторних агрегатів (МТА) є стійкість їх руху у горизонтальній площині. І на якому б рівні розвитку вони не перебували, гострота цієї проблеми з плином часу не зменшується. Удосконалення (не говорячи вже про розроблення нової) конструктивної схеми МТА досить часто потребує перегляду значень його параметрів і режимів роботи саме з точки зору забезпечення задовільної стійкості руху. Інакше усі переваги того чи іншого конструктивного рішення можуть бути зведені нанівець.

Незважаючи на солідну ретроспективу теоретичного оцінювання стійкості руху МТА, більш-менш упорядкованого підходу до вирішення цієї проблеми, на наш погляд, ще немає. Однією із основних причин є відсутність чіткого поняття стійкості руху такої динамічної системи, якою є машинно-тракторний агрегат. У цій статті викладено компромісну точку зору щодо алгоритму вирішення цього питання.

Згідно з одним із класичних визначень динамічна система (ДС) є стійкою, якщо вона за рахунок своїх внутрішніх сил повертається у стан рівноваги після закінчення дії на неї зовнішніх вхідних чинників [1]. Іншими словами: *стійкість динамічної системи – це її здатність за рахунок своїх внутрішніх сил обов'язково повертатися у стан рівноваги після закінчення дії зовнішнього збурення.*

Графічна інтерпретація цього визначення представлена на рис. 1а. Після відхилення динамічної системи від положення рівноваги вона, під дією сили ваги G , через певний час обов'язково повертається до нього.

Фізичними прототипами таких систем є фізичні маятники у вигляді причіпних, напівначіпних і начіпних



Рис. 1 – Положення динамічної системи:

а) – стійке; б) – нестійке; в) – граничне; г) – стійке у «малому» і нестійке у «великому»

сільськогосподарських машин/знарядь, мобільність яких є залежною від того енергетичного засобу, з яким вони агрегуються. І оскільки ці ДС є стійкими, то розглядати критерії стійкості їхнього руху (Рауса-Гурвіца, Найквіста, Михайлова [2] тощо) немає потреби. Результат заздалегідь відомий і ніякої додаткової корисної інформації не дає.

Зовсім інший стан речей у автономних мобільних ДС, до яких відносяться МТА, самохідні комбайни, самохідні шасі тощо. У реальних умовах експлуатації через наявність водія ці динамічні системи є замкнутими. Водночас, незважаючи на значну кількість математичних моделей водія, вчені намагаються розглядати незамкнуті ДС, характеризуючи цей крок як перший етап дослідження стійкості руху МТА.

Ніскільки не припинюючи науково-практичної значущості такого підходу, слід чітко уявляти, що незамкнуті автономні мобільні динамічні системи, як правило, є нестійкими. Після припинення дії збурення до стану рівноваги вони уже не повертаються (рис. 1б). Аби переконатися у цьому, досить у польових умовах навіть на малий кут повернути і покинути кермо енергетичного засобу того чи іншого машинно-тракторного агрегата. Лише за певних умов, про які поговоримо нижче, ці динамічні системи можуть бути стійкими у «малому» (рис. 1г).

Основна частина. Для прикладу розглянемо таку динамічну систему, як МТА у складі трактора і причіпного знаряддя (рис. 2а). Оскільки мова йтиме тільки про стійкість руху, то для кращого сприйняття матеріалу керівний вплив (у вигляді кута повороту керованих коліс енергетичного засобу, наприклад) не розглядатимемо.

Вхідний збурювальний вплив цього МТА репрезентують тяговий опір $P_{кр}$ і кут повороту причіпного знаряддя у горизонтальній площині β .

Крім сили $P_{кр}$, на трактор діють: бокові сили T_a і T_b , які обумовлюють появу кутів відведення шин передніх (δ_a) і задніх (δ_b) коліс трактора; рушійна сила задніх коліс F_b і сила опору коченню передніх рушіїв енергетичного засобу P_r .

Прийmemo припущення, що під впливом вказаних сил МТА здійснює рівномірний поступальний рух зі

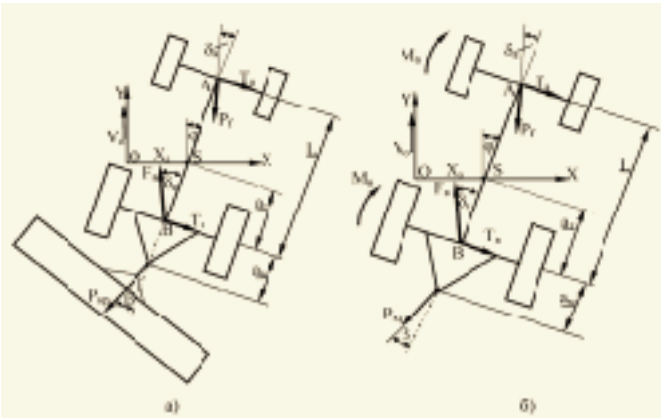


Рис. 2 – Еквівалентні схеми незамкнених ДС за відсутності (а) та наявності (б) стабілізаційних чинників

швидкості V_0 в напрямку осі OY системи координат HOY , вісь OX якої зв'язана з центром мас трактора (т. S, рис. 2а).

З урахуванням цього припущення відносно переміщення МТА щодо системи HOY характеризується лише двома незалежними (узагальненими) координатами: поперечним зміщенням центру мас трактора X_s і його курсовим кутом φ (рис. 2а). Лінійна математична модель такого агрегата виражається системою двох диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} A_{11} \cdot \ddot{X}_s + A_{12} \cdot \ddot{\varphi} + A_{13} \cdot \dot{\varphi} + A_{14} \cdot \varphi &= f_1 \cdot \beta; \\ A_{21} \cdot \dot{\varphi} + A_{22} \cdot \varphi + A_{23} \cdot \dot{X}_s + A_{24} \cdot X_s &= f_2 \cdot \beta. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де $A_{11} = M_a$;

$A_{12} = (k_a + k_b + P_f - F_b)/V_0$;

$A_{13} = [(k_a + P_f) \cdot (L - a_t) - (k_b - F_b) \cdot a_t]/V_0$;

$A_{14} = -A_{12} \cdot V_0$;

$f_1 = -P_{кр}$;

$A_{21} = J_{S_T}$;

$A_{22} = [(k_a + P_f) \cdot (L - a_t)^2 + (k_b - F_b) \cdot a_t^2]/V_0$;

$A_{23} = -A_{13} \cdot V_0$;

$A_{24} = A_{13}$;

$f_2 = P_{кр} \cdot (a_m + a_t)$.

У цих рівняннях M_a , J_{S_T} – маса трактора (кг) і його момент інерції (Н·м·с²) відносно вертикальної осі, яка проходить через т. S (рис. 2а); k_a , k_b – коефіцієнти опору відведення шин коліс переднього і заднього мостів трактора, Н/рад; L , a_t , a_m – конструктивні параметри, м (рис. 2а).

Для подальшого аналізу систему рівнянь (2) представимо в операторній формі запису. Для цього використаємо оператор диференціювання $p = d/dt$. У результаті маємо:

$$\left. \begin{aligned} K_{11} \cdot X_s(p) + K_{12} \cdot \varphi(p) &= f_1 \cdot \beta; \\ K_{21} \cdot X_s(p) + K_{22} \cdot \varphi(p) &= f_2 \cdot \beta. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де $K_{11} = A_{11} \cdot p^2 + A_{12} \cdot p$;

$K_{12} = A_{13} \cdot p + A_{14}$;

$K_{21} = A_{24} \cdot p$;

$K_{22} = A_{21} \cdot p^2 + A_{22} \cdot p + A_{23}$.

Відомо [6], що стійкість лінійної динамічної системи – це така її внутрішня властивість, яка не залежить від дії вхідного збурення. Тобто, після припинення дії збурювального впливу стійка ДС, на відміну від нестійкої, повертається (причому самостійно) до того чи іншого

рівноважного стану.

Оцінимо, як пропонує класика [1, 3, 6], стійкість руху розглядуваної нами динамічної системи з допомогою коренів характеристичного рівняння (p). Останнє характеризує вільні коливання ДС, а тому не залежить від виду вхідного впливу (збурення), представленого правою частиною рівнянь системи (2). Для неї таке рівняння може бути отримане в результаті розкриття і прирівнювання до нуля визначника (D), складеного із коефіцієнтів K_{11} , K_{12} , K_{21} і K_{22} :

$$D = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix} = p^2 \cdot [A_{11} \cdot A_{21} \cdot p^2 + (A_{11} \cdot A_{22} + A_{12} \cdot A_{21}) \cdot p + A_{11} \cdot A_{23} - A_{13} \cdot A_{24}] = 0. \quad (3)$$

Із аналізу характеристичного рівняння (3) бачимо, що воно має два нульових корені. Згідно з положеннями основ теорії автоматичного регулювання [6] – це *однозначна і незаперечна ознака нестійкого руху* ДС. Тому розглядати при цьому будь-які критерії або запаси стійкості, як це роблять деякі науковці, – просто нон-сенс.

Деякий інший результат можна отримати, якщо в математичній моделі руху ДС врахувати ті чинники, які намагаються стабілізувати її стан після завершення дії збурення. Такими можуть бути різного роду стабілізаційні моменти. У автомобілів та деяких універсальних тракторів класичного компонування, наприклад, вони проявляються через установаження передніх керованих коліс з розвалом та нахилом шворнів.

У нашому аналізі для прикладу розглянемо стабілізаційні моменти M_a і M_b , обумовлені скручуванням у вертикальній площині шин трактора в результаті переміщення передніх і задніх його рушіїв з кутами відведення δ_a та δ_b (рис. 2б). Обидва моменти можуть бути визначені із виразів [7]:

$M_a = C_a \cdot \delta_a$;

$M_b = C_b \cdot \delta_b$,

де C_a і C_b – коефіцієнти кутової жорсткості передніх і задніх шин трактора, Н·м/рад.

Математична модель руху такого МТА відрізняється від моделі (1) лише виразами для визначення таких трьох коефіцієнтів:

$A_{22} = [(k_a + P_f) \cdot (L - a_t)^2 + (k_b - F_b) \cdot a_t^2 + C_a \cdot (L - a_t) - C_b \cdot a_t]/V_0$;

$A_{23} = [(k_a + P_f) \cdot (L - a_t) + (k_b - F_b) \cdot a_t + C_a - C_b]/V_0$;

$A_{24} = [(k_a + P_f) \cdot (L - a_t) - (k_b - F_b) \cdot a_t + C_a + C_b]/V_0$.

Іншим є і характеристичне рівняння вільних коливань динамічної системи:

$$p \cdot [A_{11} \cdot A_{21} \cdot p^3 + (A_{11} \cdot A_{22} + A_{12} \cdot A_{21}) \cdot p^2 + (A_{11} \cdot A_{23} - A_{13} \cdot A_{24}) \cdot p + A_{12} \cdot A_{23} - A_{14} \cdot A_{24}] = 0. \quad (4)$$

До речі, якщо у нього підставити вирази для коефіцієнтів A_{ij} із системи диференціальних рівнянь (1), то різниця $A_{12} \cdot A_{23} - A_{14} \cdot A_{24}$ буде дорівнювати нулю. У результаті рівняння (4) перетвориться у (3), яке має два нульових корені.

Через наявність коефіцієнтів C_a і C_b різниця $A_{12} \cdot A_{23} - A_{14} \cdot A_{24}$ виразу (4) відмінна від нуля. У результаті воно має лише один нульовий корінь. За умови від'ємності

дійсних величин інших коренів ця ДС знаходиться на границі стійкості [2, 6]. За дотримання певних умов вона може бути стійкою, а у разі їх порушення – ні. У цьому випадку говорять, що динамічна система стійка «у малому» і нестійка «у великому» (рис. 1г). Для такої ДС не тільки можна, а й доречно визначати зону стійкості її руху з подальшим обґрунтованим вибором конструктивно-технологічних параметрів.

Нестійкість МТА у горизонтальній площині як незамкнених ДС не означає недоцільність здійснення аналізу характеру їх функціонування за дії тих чи інших вхідних збурювальних впливів. Для обґрунтованого вибору схем, конструктивних параметрів і режимів роботи сільськогосподарських агрегатів це вкрай необхідно. Інша річ, що здійснювати таке слід у рамках іншого визначення поняття стійкості їхнього руху.

Нами пропонується визначення, згідно з яким стійкість руху машинно-тракторного агрегата – це рівень його здатності протистояти дії зовнішнього збурення. Це визначення принципово відрізняється від розглянутого вище. У першу чергу тим, що воно передбачає не якісну, а кількісну оцінку впливу на МТА зовнішніх вхідних чинників. Але отримання такої оцінки уже неможливе без урахування правої частини системи диференціальних рівнянь, які описують збурений рух ДС у горизонтальній площині.

Для вирішення цієї задачі потрібен чіткий алгоритм дій. Дехто із дослідників намагається розв'язувати систему диференціальних рівнянь збуреного руху МТА шляхом побудови траєкторій переміщення його певних точок (центру мас трактора, тієї чи іншої точки робочого знаряддя/машини тощо). Вплив зовнішніх збурень на ДС при цьому вони найчастіше описують гармонічним законом виду $A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$, де A , ω , φ – амплітуда, частота і фаза збурювального впливу, а t – час. Втім практика показує, що таке представлення процесу мало відповідає істині. Більше того, алгоритму дій у напрямку подальшого аналізу отриманих траєкторій (крім візуального їх оцінювання) автори не наводять. Тому такий результат математичного моделювання, в принципі, не дозволяє здійснити обґрунтований вибір схеми, параметрів та режиму роботи машинно-тракторного агрегата.

Найбільш ефективним, на наш погляд, є метод оцінювання стійкості руху МТА, побудований на використанні амплітудних (АЧХ) і фазових (ФЧХ) частотних характеристик відпрацювання динамічною системою того чи іншого вхідного впливу. АЧХ репрезентує коефіцієнт підсилення ДС амплітуди збурення, а ФЧХ – величину запізнення реакції динамічної системи на вхідний вплив.

Із теорії автоматичного регулювання відомо [2], що ідеальна АЧХ відтворення динамічною системою слідування збурювального впливу в робочому діапазоні частот його коливань повинна дорівнювати нулю, а ФЧХ – прямувати до нескінченності:

$$\left. \begin{array}{l} \text{АЧХ} = 0 \\ \text{ФЧХ} \rightarrow \infty \end{array} \right\} \quad (5)$$

У реальних умовах ідеальні частотні характеристики частіше за все недосяжні. Тобто, дійсні АЧХ і ФЧХ досліджуваної динамічної системи можуть не відповідати вимогам (5). Проте, в процесі математичного

моделювання її схему та конструктивно-технологічні параметри можна підібрати такими, які забезпечать найкращу наближеність дійсних вказаних частотних характеристик до ідеальних.

Іншими словами, система (5) – це той вектор, у напрямку якого слід рухатися під час проведення математичного моделювання. І головне те, що знання закону зміни вхідного збурення при цьому не потрібне. Єдиною і достатньою інформацією є робочий діапазон частот його коливань.

Отримання АЧХ і ФЧХ будь-якої динамічної системи – процес, у принципі, тривіальний. Для цього необхідно реалізувати такий алгоритм:

- скласти диференціальні рівняння руху динамічної системи;
- перейти від диференціальної до операторної форми запису рівнянь, тобто здійснити перетворення Лапласа;
- скласти відповідні передані функції;
- розрахувати дійсні АЧХ і ФЧХ.

А далі починається стадія математичного моделювання, яка полягає у систематизованому підборі (тобто синтезі) такої схеми та параметрів динамічної системи, які забезпечують її максимальне наближення дійсних АЧХ і ФЧХ до бажаних (ідеальних). З прикладами практичної реалізації такого методичного підходу можна досить детально ознайомитися в роботах [3 – 5].

Слід мати на увазі, що теоретичних результатів математичного оцінювання стійкості руху МТА недостатньо для прийняття остаточного рішення щодо його схеми, конструктивних параметрів та режимів роботи. Адаже підвищення тим чи іншим конструктивно-технологічним заходом теоретичної здатності машинно-тракторного агрегата протистояти дії зовнішнього збурення ще не означає, що характер його руху буде забезпечувати якісне виконання того чи іншого технологічного процесу.

Навіть теоретично стійкі причіпні машини/знаряддя в умовах практичної експлуатації можуть мати такі траєкторні показники, які не відповідають агротехнічним вимогам. І оцінити це можна лише із застосуванням відповідного критерію.

Науковцями розроблено багато критеріїв оцінки «практичної стійкості» машинно-тракторних агрегатів. Проте більшість із них є досить складними і не достатньо інформативними. З огляду на це нами розроблено новий частотно-дисперсійний показник, в основу якого покладено агротехнічні вимоги до непрямолінійності сходів просапних культур [8].

Методика практичного застосування цього показника така. Вважаючи, що коливання оцінюваної траєкторії є стаціонарним і ергодичним процесом (а за нормальної культури землеробства це, як правило, відповідає дійсності), на полі вибирають одну реалізацію, довжиною не менше 100 м. «Паралельно» їй на довільній (але зручній для вимірювання) відстані прокладають пряму базову лінію. Потім з кроком приблизно 0,5...1,0 м заміряють відхилення точок оцінюваної траєкторії від прямої лінії.

Використовуючи отриманий масив даних, розраховують дисперсію (D_y) і нормовану спектральну щільність $[S(\omega)]$ оцінюваного процесу. Для статистичної характеристики $S(\omega)$ за методикою, викладеною у [9],

визначають частоту зрізу ($\omega_{зр}$). Непрямолінійність оцінюваної траєкторії вважають прийнятною, коли виконуються такі дві умови:

$$\left. \begin{array}{l} D_y \leq 12,50 \text{ см}^2 \\ \omega_{зр} \leq 0,25 \text{ м}^{-1} \end{array} \right\} \quad (6)$$

Умови (6) є досить строгими. Їх дотримання засвідчує, що за теоретично нестійкого стану той чи інший машинно-тракторний агрегат характеризується задовільною «практичною стійкістю» руху у горизонтальній площині, а тому вибір його схеми та конструктивно-технологічних параметрів є достовірним.

Висновки. З точки зору загальновідомих понять рух у горизонтальній площині таких незамкнених динамічних систем, як машинно-тракторні агрегати, може бути стійким, але лише «у малому» і за обов'язкової умови урахування тих чинників, які стабілізують їх плоско-паралельне переміщення.

У теоретичному дослідженні умов функціонування динамічних систем без урахування стабілізаційних чинників слід виходити з того поняття, що стійкість руху машинно-тракторного агрегату – це рівень його здатності протистояти дії зовнішнього збурення. Одним із найбільш ефективних методів синтезу схеми і конструктивно-технологічних параметрів МТА при цьому є застосування амплітудних і фазових частотних характеристик відпрацювання динамічною системою вхідного збурення.

Заключним етапом аналізу функціонування машинно-тракторного агрегату є визначення його «практичної стійкості». Одним із найбільш простих і інформативних її показників є частотно-дисперсійний, в основу якого покладено строгі агротехнічні вимоги до непрямолінійності сходів просапних культур.

Список літератури

1. Бородин И.Ф. Основы автоматизации производственных процессов / И.Ф. Бородин, Н.И. Кирилин. – М.: Колос, 1977. – 328 с.
2. Солодовников В.В. Основы теории и элементов систем автоматического регулирования / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
3. Кравчук В.І. Агрегативання плугів / В.І. Кравчук,

В.М. Булгаков, В.Т. Надикто. – К.: Аграрна наука, 2008. – 152 с.

4. Нові мобільні енергетичні засоби України. Теоретичні основи використання в землеробстві / В.Т. Надикто, М.Л. Крижачківський, В.М. Кюрчев [та ін.]. – Мелітополь: ТОВ «Вида-вничий будинок ММД», 2005. 337 с.

5. Збирання зернових культур роздільним способом / В.Т. Надикто, В.М. Кюрчев [та ін.]. Запоріжжя: Інтер-М, 2012. 132 с.

6. Ротач В.Я. Теория автоматического управления / В.Я. Ротач. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008. – 396 с.

7. Кутьков Г.М. Тракторы и автомобили. Теория и технологические свойства / Г.М. Кутьков. – М.: Колос С, 2004. – 504 с.

8. Надикто В.Т. Частотно-дисперсионный показатель непрямолинейности рядов пропашных культур / В.Т. Надикто, О.П. Назарова, Т.С. Чорна // Тракторы и сельскохозяйственные машины, 2009, №8.

9. Лурье А.Б. Статистическая динамика сельскохозяйственных агрегатов / А.Б. Лурье. – Л.: Колос, 1970. – 376 с.

Аннотация. Дано определение понятия «устойчивость движения машинно-тракторного агрегата». Рассмотрены условия перехода динамической системы к состоянию, устойчивому в «малом». Подчеркнуто преимущества и практическое удобство использования амплитудных и фазовых частотных характеристик при теоретическом анализе устойчивости движения машинно-тракторного агрегата. «Практическую устойчивость» МТА предложено оценивать новым частотно-дисперсионным показателем.

Summary. Determination of concept «Stability motion of machine-tractor aggregate» is given. The terms transition of the dynamic system are considered to the state, to steady in «small». Practical advantages use of amplitude and phase frequency descriptions are underline at the theoretical analysis stability motion of machine-tractor aggregate. It is suggested to estimate «practical stability» of MTA a new frequency-dispersion index.

Стаття надійшла до редакції 6 травня 2015 р.