

Аналітичні дослідження процесу відокремлення качанів кукурудзи від стебел

У статті сформульовані основні механіко-математичні передумови розробки качановідокремлювального апарата. Розглянута математична модель розповсюдження поздовжніх хвиль деформації в середині качана під час його відокремлення. В основу досліджень покладено розв'язування ряду задач, пов'язаних з визначенням механіко-технологічних параметрів складових кукурудзи, дослідженням процесу відокремлення за різними видами навантаження. Качан кукурудзи представлено як трифазне середовище, яке складається з рослинної основи, води та повітря.

Ключові слова: кукурудза, математична модель, відокремлення качанів, качановідокремлювальний апарат, параметри міцності.

Постановка проблеми. Для вивчення поведінки качана кукурудзи під час його відокремлення на стриперних пластинах від удару та подальшої реакції після ударної дії необхідно дослідити його основні механіко-технологічні властивості. Враховуючи, що під час відокремлення швидкість протягування стебла пікерними вальцями достатньо велика ($v_{\text{пр}} = 4,8-5,4$ м/с) [5], а геометричні параметри качана не подібні до кулі, то розглядати його необхідно, як тіло з усередненими параметрами. При цьому розглядати розповсюдження хвиль у такому тілі можна за аналогією розповсюдження поздовжніх хвиль деформації в стрижнях за їх імпульсного навантаження. При цьому стрижнем у механіці називається тверде тіло, поперечні розміри якого значно менші від поздовжніх. Як стрижень, так і трос можуть піддаватися деформації стиснення та розтягування [6]. Стрижень і трос є хвилеводами. У нашому випадку стрижнем-хвилеводом є качан кукурудзи під час удару, а тросом-хвилеводом – плодоніжка.

Аналіз останніх досліджень. Наукові праці А.Я. Сагомояна, К.С. Труніна, Р.І. Нігматуліна, В.М. Ніколаєвського та інших дослідників [6] носять фундаментальний характер і представляють методичні підходи створення моделей суцільних середовищ і для нашого випадку є достатньо складними і незручними. Тому, використовуючи напрацювання названих досліджень, застосуємо для вирішення поставленої задачі дещо змінений підхід.

Метою роботи є вивчення динаміки руху качана під час його взаємодії з робочими органами на основі аналітичних досліджень механіко-технологічних параметрів.

Результати досліджень. Середовище плодоніжки качана кукурудзи представляє собою пористе середовище (губку), яке включає такі складові як тверда рослинна основа, вода та повітря. Рослинну основу вва-

жаємо твердим пружним пористим тілом. Для упорядкованості приймаємо такий порядок індексації параметрів компонентів середовища плодоніжки, де $i=1$ – тверда рослинна основа, $i=2$ – вода; $i=3$ – повітря. Такий підхід дозволяє розглянути трикомпонентну плодоніжку як усереднену модель матеріалу та встановити швидкість розповсюдження хвиль в її середині. Це, зі свого боку, дозволить вийти на показники міцності подібних матеріалів, щоб описати і застосувати параметри для розрахунку руйнівних навантажень плодоніжки.

Розглянемо модельне однорідне середовище густини ρ , з модулем пружності E . У випадку одновимірної поздовжньої деформації тіла такого середовища запишемо відому залежність закону Гука [5,6]:

$$\delta = E\varepsilon, \quad (1)$$

де $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ – відносна деформація;

E – модуль пружності (модуль Юнга).

Знайдемо зв'язки між параметрами умовного однорідного середовища і параметрами його складових елементів. Вважаємо, що $\gamma_i (i=1,2,3)$ – об'ємна концентрація елемента, тоді:

$$\sum_{i=1}^3 \gamma_i = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 1, \quad (2)$$

а сумарна деформація:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^3 \Delta l_i, \quad (3)$$

або у відносному вигляді:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \sum_{i=1}^3 \frac{\Delta l_i}{l_i} \frac{l_i}{l}. \quad (4)$$

Вважаємо, що $\frac{\Delta l_i}{l_i} = \varepsilon_i$, а $\frac{l_i}{l} \approx \gamma_i$, тоді (4)

приймає вигляд $\varepsilon = \sum_{i=1}^3 \gamma_i \varepsilon_i$.

Далі додатково приймаємо, що внутрішній тиск (напруження) однаковий для всіх компонентів середовища:

$$\sigma = E\varepsilon = E_i \varepsilon_i, \quad (5)$$

$$\text{звідки } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \sum_{i=1}^3 \gamma_i \varepsilon_i = \sigma \sum_{i=1}^3 \frac{\gamma_i}{E_i}. \quad (6)$$

З виразу (6) знаходимо:

$$E = \left(\sum_{i=1}^3 \frac{\gamma_i}{E_i} \right)^{-1}. \quad (7)$$

Густину еквівалентного суцільного середовища знайдемо із співвідношення:

$$\rho = \sum_{i=1}^3 \gamma_i \rho_i. \quad (8)$$

Швидкість розповсюдження хвиль стиснення в пружному середовищі визначається відомим виразом:

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (9)$$

Залежність для швидкості розповсюдження позовдвжніх хвиль можна представити як:

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (10)$$

Знайдемо відношення:

$$\frac{\rho_3}{\rho_1} = 1,2 / 1600 = 0,75 \cdot 10^{-3};$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1000 / 1600 = 0,625.$$

Далі вважаємо $\gamma_3 \approx 0,05 \div 0,1 = const$.

Тоді отримаємо $c_0 \approx 30 \div 45 \text{ м/с}$. Ці значення близькі до швидкості для каучуку $36 \div 60 \text{ м/с}$.

Для визначення параметрів міцності (рис. 1.) використовуємо результати випробувань плодоніжки качана кукурудзи на прокол тонкою голкою 2 діаметром 1 мм, які фіксують цей параметр в межах $13,1 \div 25,3 \text{ Н/мм}^2$. Розглянемо модель процесу проколу детальніше. Плодоніжку 1 представимо як пластину.

Для визначення σ_T плодоніжки використовуємо дослідження моделювання навантаження пружно-пластичних тіл (дисків, труб) внутрішнім тиском [7]. Результати рішення задачі пружного навантаження для нашого випадку мають вигляд:

$$u = \frac{r}{E} [\sigma_{\theta\theta} - \mu \cdot \sigma_{rr}], \quad (11)$$

де σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ – радіальне та окружне напруження;
 u – переміщення;

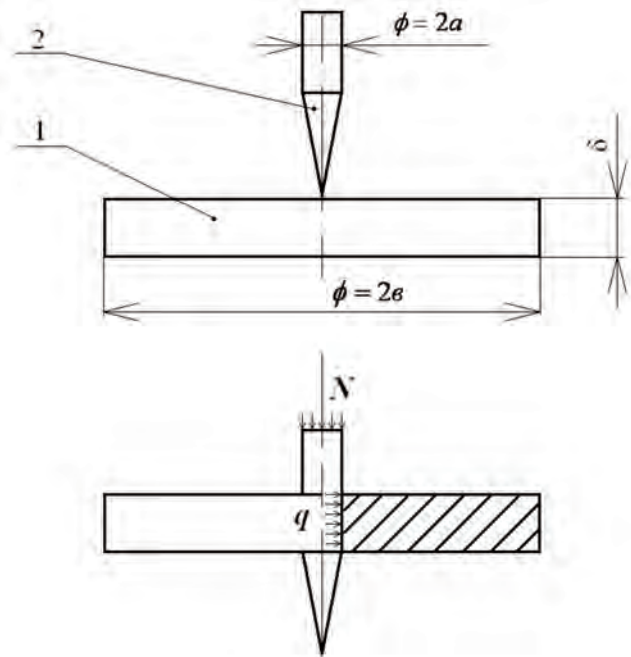


Рис. 1 – Розрахункова схема визначення параметрів міцності плодоніжки на прокол

E – модуль пружності;

μ – коефіцієнт Пуассона;

r – поточний радіус [$a \leq r \leq b$];

A, B – постійні.

Визначивши, що $a=0,5 \text{ мм}$, $b=2 \text{ мм}$, $\mu \approx 0,5$ виходячи з геометричних розмірів голки та плодоніжки, а також значення коефіцієнта Пуассона отримаємо: $E \approx 2q$. Вважаємо, що прокол відбувається, коли матеріал досягає межі текучості на границі з голкою. З іншого боку прокол – це осьове зусилля N на одиницю площі.

Передусім зупинимось на розробці математичної моделі розповсюдження хвиль деформації в середині качана. Розповсюдження позовдвжніх хвиль деформації у хвилеводах описується відомим хвильовим рівнянням вигляду:

$$\rho S(z) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(ES(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (12)$$

де z – позовдвжня координата ($0 \leq z \leq l$);

l – довжина хвилеводу;

t – час ($0 \leq t < \infty$);

u – функція позовдвжніх деформацій;

E – модуль пружності 1-го роду (модуль Юнга) матеріалу хвилеводу;

ρ – щільність матеріалу хвилеводу (плодоніжки);

S_x – площа поперечного перетину хвилеводу.

Функція $u = u(z, t)$ є рішенням хвильового рівняння. Вважаємо, що матеріал хвилеводу є однорідним, а його фізичні параметри (E, ρ) постійні величини.

У більш загальному випадку зміну перетину $S(z)$ по довжині приймають у вигляді (рис. 2.).

$$S(z) = S_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^m, \quad m = 0; 1; 2, \quad (13)$$

де $S(z) = S_0$.

За $m = 0$ маємо циліндричний стрижень-хвилевод,

за $m = 1$ – стрижень-хвилевод у вигляді параболоїда, а за $m = 2$ – конічний стрижень-хвилевод. Одночасно вважаємо, що поперечний перетин у всіх випадках є коло.

Отже, зусилля у стрижні-хвилеводі буде $T = 1927-1954$ Н, а напруження в ньому буде становити

$$\sigma = 2,88-3,7 \text{ МПа.}$$

Зрозуміло, що отримані показники значно завищені і потребують уточнення, тому для рішення цієї задачі на першому етапі доцільно розглянути качан кукурудзи як тіло з усередненими параметрами, а саме як еквівалентний однорідний стрижень-хвилевід. Це дозволить отримати більш уточнені дані, які в подальшому будуть початком відліку для проектування принципово нового качановідокремлювального пристрою, в конструкції якого поєднуються декілька видів деформації.

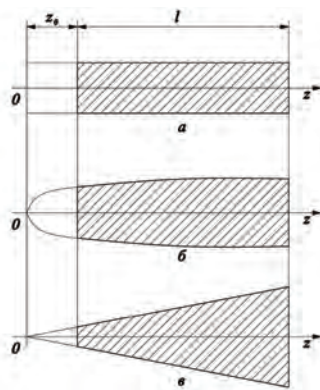


Рис. 2 – Поздовжні перетини стрижнів-хвилеводів: а – циліндричний; б – параболоїд обертання; в – конічний

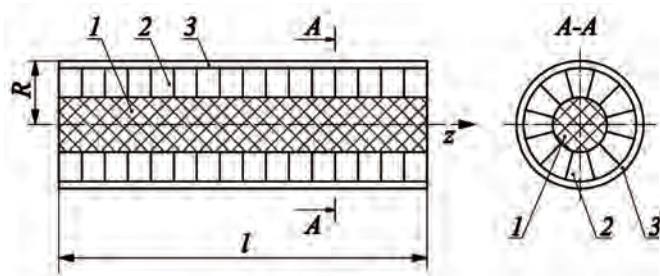


Рис. 3 – Схема качана кукурудзи: 1 – стрижень; 2 – зерно; 3 – обгортка

У ряді практичних випадків стрижень-хвилевід може складатися з ряду стрижнів-хвилеводів з різних матеріалів і різної конфігурації. Так, у качані кукурудзи можна виділити три зони (рис. 3.): обгортка, зерно, стрижень. Для представлення качана в еквівалентному вигляді спочатку треба його замінити еквівалентним циліндричним стрижнем [8]. Припустимо, що S_i ($i = 1, 2, 3$) – площі поперечних перетинів для i -ї зони; E_i – модулі пружності матеріалу зон; ρ_i – щільність матеріалу зон; a_i – швидкості розповсюдження поздовжніх хвиль в i -й зоні. Динаміка кожної i -тої зони описується рівнянням [9]:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - a_i^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0; \quad (14)$$

$$a_i = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}}, \quad (15)$$

де u_i – поздовжня деформація i -ї зони.

З математичною постановкою задачі початкові та граничні умови для еквівалентного стрижня зберігаються [8]. Як бачимо, швидкості розповсюдження поздовжніх хвиль у кожній зоні суттєво відрізняються

і залежать насамперед від діаметрів відповідної i -ї зони. При цьому кожна зона має власні межі варіювання, що в кінцевому розрахунку впливатиме на межі режимів роботи качановідокремлювального апарата.

Висновки. Під час механіко-математичного дослідження процес відокремлення качанів кукурудзи від стебел представлений як трифазне середовище (рослинна основа, вода і повітря), для якого визначена швидкість розповсюдження хвиль стиснення, що дало можливість розглядати його як коливальну систему. Розроблені чотири основні математичні моделі відокремлення качанів. На підставі характеристик міцності плодоніжки качана кукурудзи на прокол визначено межу міцності і модуль Юнга

$$\sigma_T = 0,28N \approx 0,28 \cdot 19,2 = 5,3 \text{ Н/мм}^2;$$

$E \approx 1,2\sigma_T = 1,2 \cdot 5,3 = 6,4 \text{ Н/мм}^2$, що дозволяє розрахувати величину зусиль, необхідних для руйнування зв'язку плодоніжка-качан. Вперше качан представлений як однорідний еквівалентний циліндричний стрижень, в якому враховано його складові (обгортка, зерно, стрижень), що дало можливість розглядати його як коливальну систему та визначити зусилля та напруження в точці контакту з плодоніжкою під час розповсюдження хвиль деформації ($T = 1927-1954$ Н, $\sigma = 2,88-3,7$ МПа).

Список літератури

1. Воронюк Б.А. Физико-механические свойства растений, почв и удобрений. – М.: Колос, 1970. – 432 с.
2. Грубань В.А. Визначення фізико-механічних властивостей стебла кукурудзи / В.А. Грубань, О.І. Ракул, В.Є. Пилип // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. – Кіровоград : КНТУ, 2010. – Вип. 40, Ч. II. – С. 80–85.
3. Бондаренко О.В. Результати експериментальних досліджень відокремлення качанів качановідокремлювального апарату / О.В. Бондаренко, О.І. Ракул // Аграрна освіта. – Випуск 14. – Київ, 2008. – С. 150–155.
4. Анисимова Л.И. Технологические свойства кукурузы, определяющие процесс початкоотделения / Л.И. Анисимова // ВИСХОМ. – Москва, – 1963. – Вып. 41. – С. 3–15.
5. Карпуша П.П. Обоснование параметров и режимов работы початкоотделяющего аппарата очесывающего типа / П.П. Карпуша, М.И. Конопельцев // Вопросы механизации сельского хозяйства. – Мелитополь, 1972. – Т. 17. – С. 42–55.
6. Храпач Е.И. Приборы для изучения физико-механических свойств сельскохозяйственных материалов // Измерительная техника в сельском хозяйстве – М.: ОНТИПРИБОР, 1967. – С. 209 – 217.
7. Тимошенко С.П. Курс теории упругости / С.П. Тимошенко. – Киев: Наукова думка, 1972. – 508 с.
8. Трунін К.С. Модель еквівалентного однорідного стрижня для динамічно навантаженого сталевго каната з органічним сердечником / К.С. Трунін // Машиноиздательство, 2007, № 6. – С. 42-44.
9. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов /

Г.С. Писаренко, В.А. Агаев, А.Л. Квитка, В.Г. Попков, Э.С. Уманский. – 5-е изд, перераб. и доп. – К.: Вища шк, 1986. – 775 с.

Аннотация. В статье сформулированы основные механико-математические предпосылки разработки початкоотделяющего аппарата. Рассмотрена математическая модель распространения продольных волн деформации в середине кочана при его отделении. В основу исследований положены решения ряда задач, связанных с определением механико-технологических параметров составляющих кукурузы, исследованием процесса отделения по различным видам нагрузки. Початок кукурузы представлен как трехфазная среда, состоящая из растительной основы, воды и воздуха.

Summary. In the article the main mechanical and mathematical prerequisites for the development of the cobs traumatized apparatus are formulated. A mathematical model of the propagation of longitudinal deformation waves in the middle of the head during its separation is considered. The basis of the study put solving a number of problems related to the definition of mechanics and technical parameters of components of maize research process for separating different types of load. Cobs presented as a three-phase medium composed of plant-based, water and air.

Стаття надійшла до редакції 12 березня 2017 р.