

Уточнення поняття моменту сили у механіці

Отримано уточнене визначення моменту сили. Його застосування усуває суперечність у Міжнародній системі одиниць SI. Встановлено, що одиницею моменту сили є $\text{Н} \cdot \text{м}/\text{рад}$, а одиницею коефіцієнта, який пов'язує значення сили і моменту від неї, $\text{м}/\text{рад}$. Показано, що поняття «плече сили» не має відношення до визначення моменту сили.

З уточненого визначення моменту сили безпосередньо випливає необхідність застосування у теорії кочення еластичних шин радіуса кочення, одиницею якого є $\text{м}/\text{рад}$, а не динамічного радіуса, одиницею якого є метр. Урахування результатів виконаних аналітичних досліджень вимагає перегляду розділу «Момент сили» у фізиці і механіці, а також внесення уточнень до низки пунктів стандарту ДСТУ 3651-97.

Ключові слова: система SI, енергія, робота, момент сили, формула розмірності.

*Только противоречие стимулирует развитие науки.
Его надо подчеркивать, а не замазывать.
П.Л. Капица*

Вступ. Для ідентифікації тієї чи іншої фізичної величини у метрології застосовується її назва (довжина, маса і т. п.) і формула розмірності. Останню можна розглядати як скорочений еквівалент визначення фізичної величини. Кожній фізичній величині відповідає одна і тільки одна формула розмірності, незалежно від того, в яких одиницях вимірюється фізична величина. Отже, формула розмірності фізичної величини є її формалізованим ідентифікаційним параметром, своєрідним аналогом молекули ДНК у біології.

У Міжнародній системі одиниць SI є кілька одиниць, які мають однакові формули розмірності. Одними з них є момент сили та енергія (або робота, далі слово «робота» інколи будемо опускати). Їхні формули розмірності мають один і той же вигляд [1, с. 16, 18; 2, с. 80]:

$$L^2MT^{-2}, \quad (1)$$

де L , M , T - умовні позначення розмірностей відповідно довжини, маси і часу.

Однак фізичний зміст величин «момент сили» та «енергія» принципово різний, внаслідок чого збіг їхніх формул розмірності теж має бути неможливим у принципі. Це є ознакою суперечності, обумовленою наявністю у Міжнародній системі одиниць SI якоїсь невідомої науці принципової помилки. Суперечність руйнує струнку систему фізичних величин і співвідношень між ними. Неправомірний збіг формул розмірності неоднорідних фізичних величин формально є законом підставою для їх прирівнювання, додавання або віднімання, що – неприпустимо. А з іншого боку, неправомірна відмінність формул розмірності однорідних фізичних величин забороняє ці операції, що, як буде показано у роботі, ставить поза законом навіть фундаментальні наукові положення.

Неприпустимим є і можливий конфлікт між результатами розрахунків, виконаних різними методами. Наприклад, у роботі [3], спираючись на існуючі правила обчислення моментів сил і механічної роботи, було виконано силовий та енергетичний розрахунки ела-

стичного колеса. Отримано абсурдний результат – механічна робота, виконувана колесом у його поступальному русі, виявляється більшою, ніж підведена до колеса енергія обертального руху. Тобто колесо нібито є джерелом дармової енергії – вічним двигуном.

Оскільки поняття енергії і моменту сили є одними з основних у механіці, то суперечність між ними не можна залишати без уваги. Теоретично причиною суперечності може бути недосконалість уявлень про зміст понять енергії або моменту сили.

Аналіз публікацій. Вважаючи поняття енергії коректним, проаналізуємо історію поняття моменту сили. Уявлення про нього мав ще Архімед за два століття до нашої ери [4, с. 21]. Він звернув увагу на фізичну величину, яка дорівнює добутку сили на її плече. Але наукового обґрунтування правильності цього поняття не існує [4; 5]. Було тільки геніальне припущення Архімеда, яке протягом 22-х століть ні у кого не викликало сумнівів, сприймалось як аксіома і до нашого часу дійшло практично у первісному вигляді. Видатний вчений-механік М.Є Жуковський наводив таке визначення: «Моментом відносно точки називається добуток сили на перпендикуляр, опущений з даної точки на напрям даної сили» [5, с. 180].

З появою в науці поняття енергії виявилось, що її одиниця така ж, як і у моменту сили, у сучасних термінах – ньютон-метр. Проте нікого, на жаль, не зацікавило, **що поняття моменту сили перетнулося з одним з понять закону збереження енергії, а не вписалося у систему понять цього закону.**

Замість наукового аналізу проблемної ситуації, яка виникла, її просто закамуфлювали, надавши одиниці енергії спеціальну назву джоуль.

Але конфлікт між поняттями моменту сили та енергії залишився. Тому є підстави вважати, що суперечності, згадані на початку статті, можуть бути наслідком некоректності Архімедового визначення моменту сили.

Метою роботи є вирішення суперечності між поняттями енергії (роботи) і моменту сили, що проявляється в збігу їхніх формул розмірності.

Виклад основного матеріалу. Найбільш фундаментальними поняттями сучасної системи фізичних величин є енергія та імпульс, закони збереження яких

є одними з найбільш загальних та універсальних законів природи. Всі інші фізичні закони є наслідками із законів збереження. Завдяки цьому сьогодні, на відміну від часів Архімеда, немає потреби на порожньому місці інтуїтивно формулювати визначення моменту сили. Його можна елементарно отримати «на кінчику пера» дедуктивним шляхом, спираючись тільки на закони збереження та найзагальніші фізичні й геометричні міркування. Зробимо це.

Оскільки момент сили – це фізична величина M_O , яка характеризує обертальний ефект від впливу сили \vec{F} на деяке тіло, то елементарна механічна робота dW , виконана силою \vec{F} під час повороту тіла на деякий кут $d\alpha$, може бути представлена як робота моменту M_O :

$$M_O d\alpha = dW \quad (2)$$

Звідси випливає, що, спираючись на поняття роботи, під моментом сили слід розуміти похідну від механічної роботи dW за кутом повороту тіла $d\alpha$:

$$M_O = \frac{dW}{d\alpha} \quad (3)$$

Отже, фізичний зміст моменту сили – це величина, яка характеризує обертальний ефект дії сили і кількісно дорівнює механічній роботі, яку могла б виконати сила під час повороту тіла в площині обертання на один радіан. Одиницею моменту сили, визначеного за співвідношенням (3), є $\text{Н} \cdot \text{м}/\text{рад}$.

Але одиницею моменту сили у Міжнародній системі одиниць SI є $\text{Н} \cdot \text{м}$, що не узгоджується з отриманою нами із закону збереження енергії одиницею. Це є неспростовною ознакою помилковості Архімедового визначення моменту сили, відображеного у системі SI .

Щоб отримати коректне визначення моменту сили, яке спирається на поняття сили \vec{F} , умовимось, що поворот тіла на деякий елементарний кут $d\alpha$ супроводжується відповідним цьому куту і спрямованим у напрямі дії сили \vec{F} елементарним поступальним переміщенням ds точки A , до якої прикладена сила. Тоді механічна робота, виконана силою \vec{F} на шляху ds , дорівнюватиме:

$$F ds = dW \quad (4)$$

Співвідношення (2) і (4) характеризують один і той же обсяг роботи, виражений у термінах обертального або поступального переміщення. Прирівнявши ліві частини рівнянь (2) і (4), отримуємо співвідношення, яке можна назвати золотим правилом механіки стосовно взаємозв'язку механічної роботи у обертальному і поступальному рухах:

$$M_O d\alpha = F ds \quad (5)$$

Воно означає, що будь-які зміни значень силових чинників (моменту або сили) обернено пропорційні змінні відповідних переміщень (кутових або лінійних), на яких виконується робота.

Співвідношення (2), (3) і (5) – це незаперечні фундаментальні істини, що безпосередньо випливають із закону збереження енергії. Проте у науково-технічній літературі вони не згадуються. Через неоднаковість одиниць лівої і правої частини виразів (2), (3) і (5), обумовлену недолугістю діючої сьогодні системи одиниць SI , на них несправедливо накладено тавро нелегітимності.

Із співвідношення (5) випливає такий вираз для визначення моменту сили:

$$M_O = F \frac{ds}{d\alpha} = Fk \quad (6)$$

де $k = \frac{ds}{d\alpha}$ – коефіцієнт, який пов'язує силу \vec{F} з моментом M_O від неї; він являє собою відношення поступального переміщення ds точки A , яке відбувається у напрямі дії сили, до відповідного йому кута повороту $d\alpha$ тіла; одиницею цього коефіцієнта є $\text{м}/\text{рад}$.

Співвідношення (6) є наслідком із закону збереження енергії. Спираючись на нього, уточнимо визначення моменту сили, наведене М.Є. Жуковським: *моментом відносно точки називається добуток модуля сили на коефіцієнт, що дорівнює відношенню елементарного поступального переміщення dx точки прикладання сили, яке спрямоване у напрямі дії сили, до відповідного йому елементарного кута повороту тіла $d\alpha$.*

За векторного визначення поняття моменту сили необхідно обумовлювати, що модуль вектора, проведеного з точки O до сили \vec{F} , кількісно дорівнює згаданому вище коефіцієнту k .

Формула розмірності моменту сили (6), складена відповідно до відомих співвідношень теорії розмірностей, має вигляд:

$$\text{L}^2 \text{MT}^{-2} \text{I}^{-1}, \quad (7)$$

де I – розмірність кута, її також можна записувати у вигляді L^0 .

Формула (7) принципово відрізняється від формули розмірності енергії (1): в ній присутня ще і розмірність кута – одиниця (в мінус першому степені). Отже, формули розмірності (1) і (7) не збігаються. Суперечність між формулами розмірностей енергії і моменту сили у Міжнародній системі одиниць SI усунута.

Необхідно звернути увагу і на таку обставину. У теорії розмірностей не прийнято відображати у формулі розмірності позначення безрозмірних величин, наприклад «1» або « L^0 ». Ми вважаємо це некоректним. Адже складові частини формули розмірностей – це не просто арифметичні співмножники, які дозволяють без наслідків опустити множник «1» або « L^0 ». Це перелік позначень основних і додаткових одиниць, які беруть участь у формуванні тієї чи іншої похідної одиниці. Вони також вказують на те єдине співвідношення, в якому основні та додаткові одиниці перебувають між собою в похідній одиниці. Тому опускати множник « L^0 » у формулі (7) не можна – бо з формули зникає інформація про присутність у ній одиниці кута (радіана) і створюється хибне враження про ідентичність розмірностей енергії і моменту сили.

Співвідношення (6) являє собою всезагальне правило обчислення моменту сили, що логічно випливає із закону збереження енергії. Розглянемо його застосування стосовно до двох найпростіших окремих випадків.

Перший випадок. До точки A абсолютно твердого тіла, розташованої на віддалі a від точки обертання O , прикладена сила \vec{F} – рис. 1.

Оскільки тіло абсолютно тверде, то еюра лінійних переміщень точок лінії OA , які спостерігаються під час повороту тіла на елементарний кут $d\alpha$, буде лінійною (пунктир від центра повороту O до кінця вектора dA). Завдяки цьому будуть справедливими співвідношення:

$$dA = a \cdot \operatorname{tg}(d\alpha) = \frac{h}{\cos\beta} \operatorname{tg}(d\alpha) \quad (8)$$

$$ds = dA \cdot \cos\beta = h \cdot \operatorname{tg}(d\alpha), \quad (9)$$

де a – довжина відрізка OA ;

h – відстань від точки обертання O до лінії дії сили F ,

м.

З урахуванням того, що за малих значень кута $d\alpha$ число $\operatorname{tg}(d\alpha)$ практично дорівнює куту $d\alpha$, значення коефіцієнта k дорівнюватиме, м/рад:

$$k = \frac{ds}{d\alpha} = h \frac{\operatorname{tg}(d\alpha)}{d\alpha} \approx h. \quad (10)$$

Зі співвідношення (10) випливають такі висновки:

- значення коефіцієнта k у випадку абсолютно твердого тіла кількісно дорівнює розміру плеча сили h , саме ця обставина протягом більш ніж двох тисячоліть створювала хибне уявлення про коректність Архімедового визначення моменту сили;

- одиницею коефіцієнта k , який пов'язує значення сили і моменту від неї, є м/рад, тому застосування у цій ролі плеча сили h , одиницею якого є метр, неправомірне.

Другий випадок. На сучасних самохідних машинах високої прохідності широко застосовуються колеса з високоеластичними шинами низького і наднизького тиску – рис. 2.

Таке колесо складається з маточини 1, бігової доріжки 2, периметр якої приймемо рівним S , і еластичних боковин 3. На маточину колеса діє деяке нормальне навантаження, не показане на рисунку. Під його впливом маточина дещо зміщується вниз, внаслідок чого відстань h від центра O маточини до опорної поверхні стає меншою, ніж радіус колеса.

За силових розрахунків нетвердих тіл в теоретичній механіці прийнято застосовувати принцип затвердіння, відповідно до якого тіло розглядається як тверде. Умова затвердіння еластичного колеса передбачає, що еюра лінійних переміщень ds точок шини, розташованих уздовж її перетину OA , лінійна – як на рис. 1, справедливому для абсолютно твердого тіла. Завдяки цьому в сучасній теорії кочення повну колову силу колеса F визначають як частку від ділення підведеного до колеса моменту M на величину h , звану в теорії

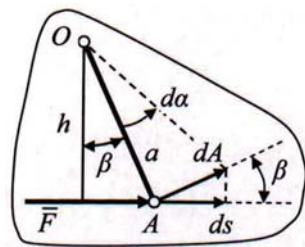


Рис. 1 – До визначення поступального переміщення ds точки A , яке відбувається у напрямі дії сили \bar{F}

кочення динамічним радіусом r_d [6; 7;].

Але, насправді, у нас немає ніяких підстав вважати, що еюра лінійних переміщень ds еластичних боковин шин (перетин OA) дійсно є лінійною. Тому, як уже вказувалося на початку статті, отримуємо абсурдний результат: еластичне колесо нібито є джерелом дармової енергії – вічним двигуном. Отже, принаймні в цьому окремому випадку, принцип затвердіння не працює.

Якщо застосовується нове визначення моменту сили, то згаданий принцип не потрібен, необхідно лише правильно визначити значення коефіцієнта k . Оскільки у нас немає впевненості, що еюра лінійних переміщень ds точок шини, розташованих уздовж її перетину OA , є лінійною, то співвідношення (8) для вирішення цього завдання непридатне.

Визначимо коефіцієнт k для цього випадку по-іншому. Повороту колеса в площині його обертання на кут 2π рад (один оберт) відповідає теоретичне поступальне переміщення колеса, рівне периметру S бігової доріжки 2. Отже, значення коефіцієнта k дорівнює:

$$k = \frac{S}{2\pi} = r_k, \quad (11)$$

де r_k – величина, яка в теорії кочення колеса називається радіусом кочення без ковзання (пункти 27 і 38 стандарту [8]), його одиницею є м/рад.

Як бачимо, висота h розташування центру O маточини колеса від опорної поверхні не входить у співвідношення (11). Це означає, що вона не має відношення до формування моменту M_O . Воно, як випливає з (11), відбувається за участю радіуса кочення r_k , який виступає в ролі коефіцієнта k . Причому, явище зменшення дійсного шляху, що спостерігається через буксування реального колеса, нічого не змінює, бо співвідношення між силою і моментом сили визначається не дійсним, а повним (теоретичним) шляхом поступального переміщення колеса, а він під час буксування або прослизання колеса залишається незмінним.

На помилку в сучасній теорії кочення можна вказати і ще простіше, буквально на рахунок «раз-два»:

а) у формулі (6), якщо її застосовувати для силового розрахунку еластичного колеса, замість коефіцієнта k може застосовуватися той і тільки той радіус колеса, одиниця якого така ж, як і у коефіцієнта k – м/рад;

б) таку одиницю має тільки радіус кочення, отже, в теорії кочення повинен застосовуватися тільки цей радіус.

Причому, деякі небайдужі до наукової істини фахівці вже давно вказували на неправомірність застосування динамічного радіуса в теорії кочення еластичних коліс [9; 10]. У пункті 38 державного стандарту [6] навіть прописано вимогу визначити повну колову силу колеса F як частку від ділення підведеного до колеса моменту M на радіус кочення колеса без ковзання.

Однак автори цих робіт не змогли переконати науково-технічну спільноту у своїй правоті. У теорії кочення продовжують керуватися динамічним радіусом, необхідність застосування якого «очевидно» випливає з некоректного Архімедового визначення моменту сили і неправомірного застосування принципу затвердіння.

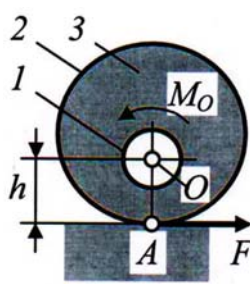


Рис. 2 – Схематичне зображення колеса з еластичною шиною

Висновки. Архімедове визначення моменту сили не вписується у систему понять закону збереження енергії. Воно конфліктує з цими поняттями. Отже, з позицій згаданого закону, Архімедове визначення моменту сили є некоректним.

Із закону збереження енергії впливають такі положення:

- фізичний зміст моменту сили – це величина, яка характеризує обертальний ефект дії сили і кількісно дорівнює механічній роботі, яку могла б виконати сила під час повороту тіла в площині обертання на один радіан. Миттєве значення моменту сили дорівнює першій похідній від механічної роботи за кутом повороту тіла;

- одиницею моменту сили є $\text{Н} \cdot \text{м}/\text{рад}$, а не $\text{Н} \cdot \text{м}$. Це уточнення усуває суперечність у нинішній Міжнародній системі одиниць *SI*, яка проявлялась у збігові формул розмірності енергії (роботи) і моменту сили, і повертає права громадянства фундаментальним співвідношенням (2), (3) і (5) закону збереження енергії;

- момент сили можна визначати як добуток модуля сили на коефіцієнт, який дорівнює відношенню елементарного поступального переміщення точки прикладання сили, яке відбувається у напрямі дії сили, до відповідного йому елементарного кута повороту тіла.

Значення згаданого коефіцієнта у випадку абсолютно твердого тіла кількісно дорівнює плечу сили, що протягом більш ніж двох тисячоліть створювало ілюзію коректності Архімедового визначення моменту сили.

Одиницею цього коефіцієнта є $\text{м}/\text{рад}$. Тому поняття плече сили, одиницею якого є метр, не має відношення до визначення моменту сили.

З уточненого визначення моменту сили безпосередньо впливає необхідність застосування у теорії кочення еластичних шин радіуса кочення, одиницею якого є $\text{м}/\text{рад}$, а не динамічного радіуса, одиницею якого є метр.

Урахування результатів, отриманих у цій роботі, дозволяє уточнити формули розмірності деяких інших фізичних величин системи *SI*:

- формула розмірності моменту імпульсу має вигляд L^2MT^{-1} ;
- формула розмірності швидкості зміни моменту імпульсу – L^2MT^{-2} ;
- формулу розмірності кутової швидкості доцільно записувати як L^0T^{-1} .

Урахування згаданих вище результатів вимагає перегляду розділу «Момент сили» у фізиці і механіці, а також внесення уточнень до низки пунктів стандарту [1]: п 4.1.2, п. 6 табл. А1, п.п. 4 і 7 табл. А2, п.п. 11 та 12 табл. А3.

Список літератури

1. ДСТУ 3651-97. Похідні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. Основні поняття, назви та позначення. –К: Держстандарт України, 1998. – 62 с.
2. Хантлі Г. Анализ размерностей. – М.: Мир, 1970. – 126 с.
3. Пожидаєв С.П. Про очевидне, але хибне рівняння у теорії кочення еластичного колеса // Техніка і техно-

логія АПК. – 2016. – №8. С. 15-19.

4. История механики с древнейших времен до конца XVIII века/ Под общ. ред. А.Т. Григорьяна, И.Б. Погребыского. – М.: Наука, 1971. – 298 с.

5. Жуковский Н.Е. Теоретическая механика. – М-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, – 1952. – 812 с.

6. Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.

7. Кутков Г.М. Тракторы и автомобили: теория и технологические свойства. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 506 с.

8. ГОСТ 17697-72 Автомобили. Качение колеса. Термины и определения. – М.: Госстандарт, 1972. – 24 с.

9. Шабаров А.А. Отдельные вопросы процесса равномерного качения ведущего пневматического колеса // Исследование ходовых систем колесных тракторов. – Труды НАТИ. – Вып. 212. – М, 1971. – С. 3-30.

10. Гришкевич А.И. Автомобили. Теория. – Минск: Высшая школа, 1986. – 207 с.

Аннотация. Получено уточненное определение понятия момента силы. Его применение устраняет противоречие, существующее в Международной системе единиц *SI*. Установлено, что единицей момента силы является $\text{Н} \cdot \text{м}/\text{рад}$, а единицей коэффициента, связывающего значения силы и момента силы, является $\text{м}/\text{рад}$. Показано, что понятие «плечо силы» не имеет отношения к определению момента силы.

С уточненного определения момента силы непосредственно вытекает необходимость применения в теории качения эластичных шин радиуса качения, единицей которого является $\text{м}/\text{рад}$, а не динамического радиуса, единицей которого является метр. Учет результатов выполненных аналитических исследований требует пересмотра раздела «Момент силы» в физике и механике, а также внесение уточнений в ряд пунктов стандарта ДСТУ 3651-97.

Summary. A refined definition of the concept at the moment of force is obtained. Its application eliminates the contradiction existing in the International System of Units (*SI*).

It is established that the unit of the force moment is $\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$, and the unit of the coefficient, which connects of force and torque, is m/rad . It is shown that the concept of "shoulder strength" has no relation to the determination of the moment of force.

From the precise definition of the moment of force directly follows from the necessity of applying in the theory of rolling of elastic tires the radius of rolling, the unit of which is m/rad , and not the dynamic radius, the unit of which is the meter. Taking into account the results of the performed analytical studies requires a revision of the section "Force of Moment" in physics and mechanics, as well as making clarifications to a number of items in the standard DSTU 3651-97.

Стаття надійшла до редакції 27 лютого 2018 р.