

УДК 881.3+003.03

### ОПТИМІЗАЦІЯ МОДЕЛІ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСУ ІНТЕНСИВНОСТІ ЧИТАННЯ

© В. М. Сеньківський, д.т.н., професор, Т. В. Олянишен,  
О. В. Мельников, к.т.н., УАД, Львів, Україна

**На основе анализа иерархической модели параметров, которые влияют на процесс интенсивности чтения, синтезирован вектор приоритетов матрицы парных сравнений, главное собственное значение которого служит критерием оптимизации исходной модели.**

**On the basis of analysis of hierarchical model of parameters which influence on the process of intensity of reading, the vector of priorities of matrix of pair comparisons is synthesized, the main own value of which serves as a criterion optimization of initial model.**

#### Постановка проблеми

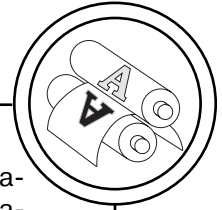
Дослідження, пов'язані з вербальними оцінками слабо формалізованих процесів, до яких можна віднести проблему зацікавленості читацького загалу друкованою продукцією та встановлення чинників, що впливають на інтенсивність процесу читання, не набули широкого розповсюдження у науковій періодиці. Узагальнена оцінка ситуації у читацькому середовищі поки-що тільки формально фіксує результати, нехай і підтвержені широкими статистичними викладками. Цікавими, на наш погляд, та важливими з точки зору ефективності прогнозування ситуації могли б бути дослідження, що володіють методами визначення дії на інтенсивність читання множини вибраних параметрів. У результаті їх аналізу, експертного оцінювання суті та способів впливу доцільним є розроблення мо-

делі ієрархії параметрів, яка, крім упорядкування за важливістю впливу на процес, уможливила б встановлення числових мір їх значущості з подальшою оптимізацією цих значень.

#### Результати проведених досліджень

На основі вивчення, аналізу та експертного оцінювання факторів, параметрів і процесів, пов'язаних із засвоєнням інформації, яку можна почерпнути у друкованих виданнях було проведено дослідження [1], результатом якого стали багаторівневі ієрархічні моделі пріоритетного впливу встановлених параметрів на інтенсивність читання. Вони досить об'єктивно відображають важливість рівня освіченості, професії, рівня освіченості, місця проживання та інших стимулюючих факторів, які, на наш погляд, є визначальними у «прагненні» потенційного чи-

## ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ



тача до активного та свідомого сприйняття друкованого слова.

Компонентами вектора параметрів, прийнятими для експертного оцінювання, стали лінгвістичні змінні, які визначали:  $z_1$  — рівень освіченості (РВО);  $z_2$  — професію або рід занять (ПРФ);  $z_3$  — місце проживання (АДР);  $z_4$  — соціокультурне середовище (СКС);  $z_5$  — стать (СТА);  $z_6$  — вік (ВІК);  $z_7$  — вплив сім'ї (СІМ);  $z_8$  — матеріальне становище (МТР);

$z_9$  — наявність придатної літератури (ЛІТ);  $z_{10}$  — читацькі традиції (ЧТР);  $z_{11}$  — наявність вільного часу (ЧАС). З використанням методу ієрархій [2, 3] одержано два варіанти моделей ієрархії наведених вище параметрів (критеріїв), які впливають на інтенсивність процесу читання [1]. Одну з них, а саме модифіковану модель (рис. 1), використовуємо для подальшого дослідження.

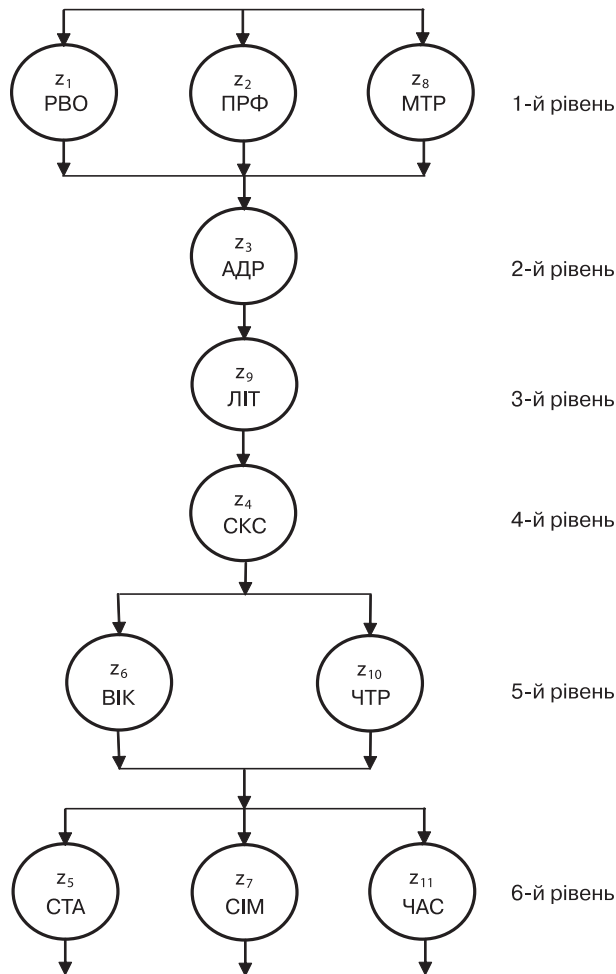
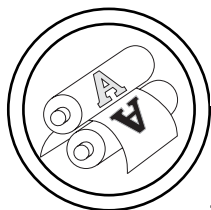


Рис. 1. Модель ієрархії параметрів інтенсивності читання



## ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

Модель побудована на основі графа, у якому зв'язки між параметрами встановлено суб'єктивно на основі експертного оцінювання. Її адекватність оцінюється на рівні загальних логічних суджень, побудованих на словесних, слабо формалізованих експертних висновках, тому вона не може вважатися остаточним рішенням. У зв'язку з цим важливою задачею є числове вираження міри впливу параметру нижчого рівня на зв'язаний з ним елемент вищого рівня, або встановлення ступеня переваги параметру. Така узгодженість називаються числовою або кардинальною, вираженою за рівнем пріоритетності [3]. За цим способом можна дослідити не тільки наявність чи відсутність узгодженості при парних порівняннях значущості параметрів, але й одержати числову оцінку міри адекватності зв'язків між параметрами у вихідному графі та оптимізувати вагові характеристики параметрів.

Для розв'язання цієї задачі параметри  $z_1, \dots, z_n$ , упорядковані за рівнями ієрархії, ідентифікуємо числовими ваговими значеннями  $g_1, \dots, g_n$  їх ймовірного впливу на інтенсивність процесу читання. Нехай  $a_{ij}$  — число, яке визначає перевагу параметру  $z_i$  по відношенню до параметру  $z_j$ . Оскільки параметри мають певне функціональне навантаження, можна стверджувати, що міра значущості параметру є функцією його ваги, тобто  $M(z_i) = F(z_i(g_i))$ .

Помістимо сукупність вагових значень параметрів у матрицю  $A$ , тобто  $A = (a_{ij})$ . Ця матриця обернено-симетрична, що то-

жно відношенню  $a_{ij} = 1/a_{ji}$ . Якщо остання рівність справедлива для всіх порівнянь, то матрицю  $A$  називають узгодженою. У задачах, де ваги можна виміряти точно, для узгодженої матриці очевидним є наступне співвідношення:

$$a_{ij} = \frac{g_i}{g_j}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Відомо, що матричне рівняння  $Ax = y$  є аналогом системи рівнянь

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = y_i; \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

яка з урахуванням відношення (1) може бути приведена до виразу

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} g_j = n g_i; \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

що відповідає скороченому векторному запису

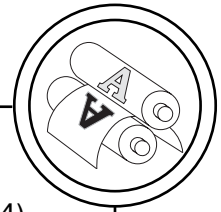
$$Ag = ng. \quad (2)$$

У виразі (2)  $g$  — власний вектор матриці  $A$  з власним значенням  $n$ .

Для досліджуваної задачі впливи між параметрами визначаються суб'єктивно на основі експертних оцінок, тому величину  $a_{ij}$  не завжди можна обчислити точно, використовуючи рівняння (1). Виходом із ситуації може стати використання наступних тверджень теорії матриць [3].

Якщо числа  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  задовольняють рівняння  $Ax = \lambda x$ , тобто є власними значеннями матриці  $A$ , причому  $a_{ii} = 1$  для всіх  $i$ , то

## ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ



$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = n. \quad (3)$$

$$IU = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}. \quad (4)$$

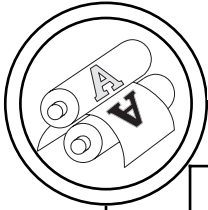
Рівність (3) з додатковим врахуванням (2) означає, що тільки одне значення власного вектора матриці  $A$  рівне  $n$ , всі решта — нулі; тобто у випадку узгодженості експертних суджень максимальне власне значення матриці  $A$  дорівнюватиме  $n$ . Частка від ділення суми компонент власного вектора на кількість компонент (середнє арифметичне) визначить наближення до числа  $\lambda_{\max}$ , яке називається максимальним або головним власним значенням. Ця величина стає основною характеристикою, яка використовується для встановлення міри узгодженості експертних суджень стосовно попарних порівнянь параметрів у задачах з лінгвістично невизначеними параметрами, для розв'язання яких використовують теорію нечітких множин [4].

Стверджується також, що при незначній зміні елементів  $a_{ij}$  обернено-симетричної матриці  $A$  власне значення її вектора також зміниться несуттєво, тобто власне значення  $\lambda_{\max}$  буде близьким до  $n$ , а інші власні значення — незначно відрізнятимуться від нуля. Звідси слідує, що величина відхилення  $\lambda_{\max}$  від  $n$  може служити мірою узгодженості, або адекватності експертних суджень стосовно ваг параметрів у залежності від рівня їх розміщення в ієрархічній моделі. Відхилення від узгодженості називається індексом узгодженості і виражається величиною

Незважаючи на висловлені вище застереження стосовно відсутності точних мір значущості заданих параметрів, запропонуємо наступний спосіб вирішення проблеми [5, 6]. З врахуванням моделі ієрархії параметрів встановимо відносні числові значення їх ваг, починаючи з найнижчого рівня, якому надамо вагу 10 умовних одиниць. Припустимо також, що кожний наступний рівень на 20 одиниць більший від попереднього. При наявності на одному рівні декількох параметрів їх ваги встановлюються, виходячи з кількості приєднаних впливів, що тотожно функціональній повноті параметра. Якщо вершини таких параметрів позначені як абсолютно залежні, тоді їх ваги обернено пропорційні до кількості фіксованих впливів. Наявність в одній вершині одночасно приєднаних та залежних впливів вимагає додаткової експертної оцінки при встановленні ваги параметру.

У результаті одержимо наступний числовий ряд ваг параметрів:  $g_5$  (СТА) = 10;  $g_7$  (СІМ) = 20;  $g_{11}$  (ЧАС) = 25;  $g_6$  (ВІК) = 30;  $g_{10}$  (ЧТР) = 40;  $g_4$  (СКС) = 50;  $g_9$  (ЛІТ) = 70;  $g_3$  (АДР) = 90;  $g_8$  (МТР) = 110;  $g_2$  (ПРФ) = 115;  $g_1$  (РВО) = 125.

Для визначення шкали пріоритетів будемо квадратну обернено-симетричну матрицю парних порівнянь [3], порядок якої визначається числом аналізованих параметрів. Елементи матриці знаходимо із виразу (1), використовуючи вагові значення, отримані вище.



## ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

	g <sub>1</sub> (125)	g <sub>2</sub> (115)	g <sub>3</sub> (90)	g <sub>4</sub> (50)	g <sub>5</sub> (10)	g <sub>6</sub> (30)	g <sub>7</sub> (20)	g <sub>8</sub> (110)	g <sub>9</sub> (70)	g <sub>10</sub> (40)	g <sub>11</sub> (25)
g <sub>1</sub> (125)	1	25/23	25/18	5/2	25/2	25/6	25/4	25/22	25/14	25/8	5
g <sub>2</sub> (115)	23/25	1	23/18	23/10	23/2	23/6	23/4	23/22	23/14	23/8	23/5
g <sub>3</sub> (90)	18/25	18/23	1	9/5	9	3	9/2	18/22	9/7	9/4	18/5
g <sub>4</sub> (50)	2/5	10/23	5/9	1	5	5/3	5/2	5/11	5/7	5/4	2
g <sub>5</sub> (10)	2/25	2/23	1/9	1/5	1	1/3	1/2	1/11	1/7	1/4	2/5
g <sub>6</sub> (30)	6/25	6/23	1/3	3/5	3	1	3/2	3/11	3/7	3/4	6/5
g <sub>7</sub> (20)	4/25	4/23	2/9	2/5	2	2/3	1	2/11	2/7	1/2	4/5
g <sub>8</sub> (110)	22/25	22/23	22/18	11/5	11	11/3	11/2	1	11/7	11/4	22/5
g <sub>9</sub> (70)	14/25	14/23	7/9	7/5	7	7/3	7/2	7/11	1	7/4	14/5
g <sub>10</sub> (40)	8/25	8/23	4/9	4/5	4	4/3	2	4/11	4/7	1	8/5
g <sub>11</sub> (25)	1/5	5/23	5/18	1/2	5/2	5/6	5/4	5/22	5/14	5/8	1

Для встановлення міри узгодженості числових значень парних порівнянь параметрів, заданих наведеною вище матрицею, служить вектор пріоритетів матриці, для знаходження якого обчисливо спочатку головний власний вектор, після чого нормалізуємо його. Отже, знаходимо добуток елементів кожного рядка і вираховуємо корінь 11-го степеня. Одержимо вектор

$$E = (2,614; 2,404; 1,874; 1,045; 0,209; 0,627; 0,418; 2,300; 1,463; 0,836; 0,522).$$

Нормалізуємо вектор  $E$ , для чого поділимо його компоненти на суму значень усіх компонент, що приведе до такого вектора:

$$E_n = (0,182; 0,167; 0,130; 0,073; 0,014; 0,043; 0,029; 0,160; 0,102; 0,058; 0,036).$$

Нормалізований вектор  $E_n$  визначає уточнені числові пріоритети параметрів висікання картонних розгортки і встановлює попередній формальний результат розв'язання поставленої задачі. Для порівняння наведемо гістограму вагових значень вихідного та нормалізованого (компоненти якого помножимо на деякий коефіцієнт  $k$ ) векторів. Для даної задачі прийнято  $k = 1000$ . Вибрана величина коефіцієнта якраз і забезпечує порівняльність компонент вказаних векторів, оскільки складові нормалізованого вектора стають співмірними з відповідними значеннями компонент вихідного вектора.

Як видно з гістограми, пропорції між числовими величинами ваг параметрів, в основному,

## ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

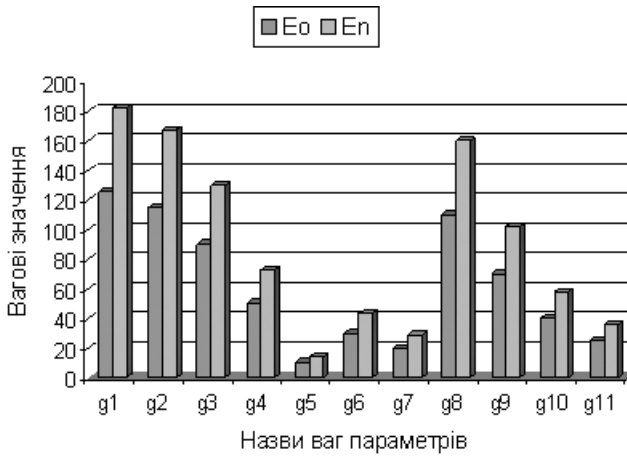
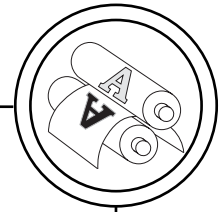


Рис. 2. Гістограма вагових значень компонент вихідного та нормалізованого векторів

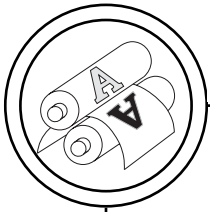
зберігаються. Для оцінювання змін у відносних значеннях ваг нормалізованого вектора поділимо ваги параметрів вихідного вектора на відповідні ваги компонент нормалізованого вектора (помножені на  $k = 1000$ ). Одержимо вектор  $K_n$ , компоненти якого назвемо коефіцієнтами нормалізації. Результати обчислень подано у табл. 1. В ідеальному випадку коефіцієнти нормалізації повинні бути рівними між собою, у кращому разі — незначно відрізнятись. Такий результат може свідчити не тільки про належний рівень ек-

пертного оцінювання ситуації, але й про теоретичну і практичну узгодженість класу досліджуваної задачі і методів, використаних для її розв'язання. Маємо, крім того, додаткове свідчення вірогідності та достовірності отриманих результатів.

Як видно з табл. 1, відхилення значень складових вектора  $K_n$  практично відсутнє, що підтверджує адекватність моделі пріоритетів параметрів, зображеній на рис. 2. Важливим для прийняття рішення є той факт, що компоненти вихідного та нормалізованого векторів зна-

Таблиця 1

	g <sub>1</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>4</sub>	g <sub>5</sub>	g <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>9</sub>	g <sub>10</sub>	g <sub>11</sub>
$E_0$	125	115	90	50	10	30	20	110	70	40	25
$E_n$	0,182	0,167	0,130	0,073	0,014	0,043	0,029	0,160	0,102	0,058	0,036
$E_n \times k$	182	167	130	73	14	43	29	160	102	58	36
$K_n$	0,69	0,69	0,69	0,68	0,71	0,70	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69



## ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

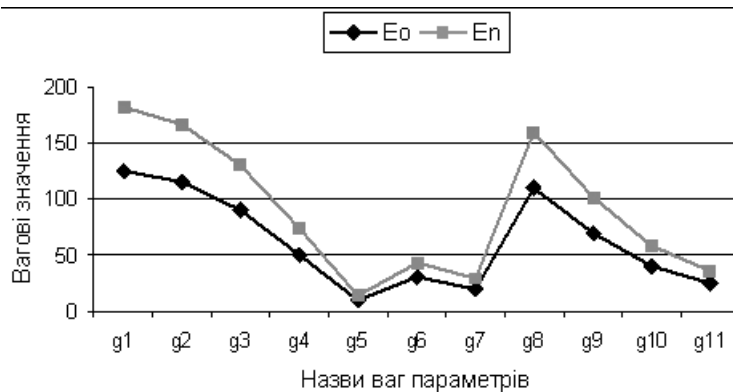


Рис. 3. Порівняльний графік вагових значень компонент вихідного та нормалізованого векторів

ходяться у допустимій області значень. Порівняльний графік вагових значень компонент вихідного та нормалізованого (помноженого на коефіцієнт масштабування) векторів зображено на рис. 3.

Обчислимо оцінку узгодженості вагових значень параметрів [3]. Помножимо матрицю парних порівнянь справа на вектор  $E$ . Одержимо вектор

$$E_{n1} = (2,007; 1,847; 1,440; 0,803; 0,160; 0,481; 0,321; 1,766; 1,124; 0,642; 0,401).$$

Знайдемо компоненти власного вектора  $\lambda$ . Ділимо складові вектора  $E_{n1}$  на відповідні складові вектора  $E_n$ . Дістанемо

$$E_{n2} = (10,99; 10,99; 10,99; 10,99; 10,99; 10,99; 10,99; 10,99; 10,99; 10,99; 10,99).$$

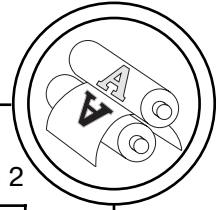
Наближене значення для  $\lambda_{\max}$  — це середнє арифметичне компонент вектора  $E_{n2}$ . Без додаткових обчислень маємо  $\lambda_{\max} = 10,99$ .

Оцінка одержаного рішення визначається індексом узгодженості, який вираховується за формулою (4). У нашому випадку  $IU = 0$ .

Значення індексу узгодженості звичайно порівнюють з еталонними значеннями показника узгодженості [3], так званим випадковим індексом (WI), який залежить від кількості об'єктів, що порівнюються. Випадковим індексом називають індекс узгодженості, одержаний для відгенерованої випадковим способом за шкалою від один до дев'яти обернено-симетричної матриці з відповідними оберненими величинами. При цьому результати вважаються задовільними, якщо пороховане значення індексу не перевищує 10 % еталонного значення для відповідної кількості аналізованих об'єктів.

Таблиця величин випадкового індексу для матриць різного порядку (що рівнозначно різній кількості об'єктів) наведена нижче.

## ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ



Таблиця 2

Кількість об'єктів	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Еталонне значення індексу	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,54	1,56	1,57	1,59

Додатково результати оцінюють відношенням узгодженості, величину якого отримують із виразу:  $WU = IU/MI$ . Оскільки  $IU = 0$ , то, відповідно,  $WU = 0$ . Результати парних порівнянь можна вважати задовільними, якщо  $WU \leq 0,1$ . Отже, маємо достатній рівень збіжності процесу та належну узгодженість експертних суджень стосовно вагових значень параметрів, відображених у матриці парних порівнянь.

У результаті виконаного дослідження отримано нормалізовані вагові значення параметрів (див. табл. 1), які впливають на

інтенсивність процесу читання. Ваги параметрів оптимізовані за критерієм максимального значення власного вектора матриці парних порівнянь та адекватно відображають реальну ситуацію, відтворену у вихідній графічній моделі. При незадовільних значеннях індексу узгодженості та відношення узгодженості треба переглянути вихідний граф зв'язків між параметрами, уточнити значення встановлених ваг їх значущості та відповідних їм величин парних порівнянь, тобто розв'язати у деякому наближенні обернену задачу.

1. Сеньківський В. М., Олянишен Т. В., Мельников О. В. Моделювання процесу інтенсивності читання // Поліграфія і видавнича справа: Наук.-техн. зб. — Львів, 2007. — Вип. № 2(46). — С. 210—220. 2. Лямець В. І., Тевяшев А. Д. Системний аналіз. Вступний курс. — 2-е вид., перероб. та допов. — Харків, 2004. (Рос. мовою). 3. Т. Саати. Принятие решений (Метод анализа иерархий). — М.: Радио и связь, 1993. 4. Сявавко М. С. Інформаційна система «Нечіткий експерт». — Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 5. Сеньківський В. М., Козак Р. О. Автоматизоване проектування книжкових видань: Монографія. — Львів: Українська академія друкарства, 2008. 6. Сеньківський В. М. Модель ієрархії параметрів якості книжкових видань // Наукові записки УАД. — Львів, 2007. — Вип. 11. — С. 73—80.

Надійшла до редакції 28.04.09