

Приводятся постановка общей задачи оптимального корректирования криволинейного профиля протяженного объекта, а также постановки частных задач, вытекающих из общей. Рассматриваются специфика и отличие этих задач от задач корректирования параметров обычного (кусочно-линейного) профиля. Описываются схемы алгоритмов решения общей и частных задач корректирования параметров криволинейного профиля.

© В.И. Билецкий, 2005

УДК 519.8

В.И. БИЛЕЦКИЙ

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ПРОФИЛЯ И АЛГОРИТМАХ ИХ РЕШЕНИЯ

Криволинейный профиль отличается от обычного (кусочно-линейного) тем, что в точке перелома профиля (вершине угла поворота) соответствующим радиусом вписывается вертикальная круговая кривая. Таким образом, криволинейный профиль – это последовательность соединенных прямолинейных и криволинейных участков (например, автомобильные дороги, нефтепроводы и т.п.).

Общая схема решения задачи оптимального проектирования криволинейного продольного профиля сводится к следующему. На первом этапе решается задача нахождения оптимального варианта обычного профиля, на втором этапе – задача вписывания вертикальных круговых кривых с радиусами, удовлетворяющими ограничениям, вытекающим из строительных норм и правил (СНиП), и минимизирующими функционал строительных расходов.

При наличии начального варианта на разных стадиях процесса “проектирование-строительство” часто возникают различные задачи оптимального корректирования параметров криволинейного профиля.

Начальным может быть вариант, полученный на первом этапе проектирования криволинейного профиля, вариант заданный опытным проектировщиком, а также объект с криволинейным профилем, требующий реконструкции.

Основной информацией для решения оптимизационных задач корректирования параметров криволинейного профиля являются координаты вершин углов поворотов и радиусы круговых кривых, вписанных в углы поворотов.

Известные алгоритмы последовательного анализа вариантов [1] решения задач оптимального корректирования основных параметров обычного продольного профиля железных дорог [2] без особых усилий могут быть применимы для решения оптимизационных задач корректирования параметров криволинейного профиля.

Общая постановка задачи корректирования криволинейного профиля отличается от общей постановки задачи корректирования параметров обычного (кусочно-линейного) профиля введением дополнительных переменных $R = \{r_k\}$, $k = 1, \dots, N - 1$ – радиусов вертикальных круговых кривых и сводится к следующему.

Пусть на участке с координатами начала (x_0, y_0) и конца (x_N, y_N) задан криволинейный профиль координатами вершин углов поворотов (x_k, y_k) и радиусами вертикальных круговых кривых $\{r_k\}$, $k = 1, \dots, N - 1$.

Требуется найти такие

$$X^* = \{x_k^*\}, Y^* = \{y_k^*\}, R^* = \{r_k^*\} k = 1, \dots, N - 1, \quad (1)$$

которые бы удовлетворяли некоторой заданной системе ограничений

$$q_p(X^*, Y^*, R^*, B) \leq 0, p = 1, \dots, P \quad (2)$$

и минимизировали функционал строительных расходов

$$F(X^*, Y^*, R^*) = \min_{X, Y, R} F(X, Y, R), \quad (3)$$

где B – вектор нормативных коэффициентов, вытекающий из СНиП; P – количество ограничений.

Наличие неизвестных параметров $\{r_k\}$, $k = 1, \dots, N - 1$, на которые по условиям СНиП накладываются двухсторонние ограничения, в отличие от задачи корректирования параметров обычного профиля [2], значительно усложняет нахождение общего решения задачи (1) - (3). При решении задачи (1) - (3) оптимальный вариант обычного продольного профиля используется в качестве промежуточного решения.

Частные задачи, вытекающие из задачи (1) - (3) и имеющие важное самостоятельное практическое применение:

1) задача выбора оптимального положения проектной линии с заданными (оптимальными) радиусами вертикальных круговых кривых;

2) при неизменном положении проектной линии задача выбора оптимальных радиусов вертикальных круговых кривых.

Математические постановки этих задач вытекают из (1) - (3) и сводятся к следующему.

Постановка задачи 1. Пусть (X^0, Y^0) – заданные координаты вершин углов поворотов, $R^0 = \{r_k^0\}$, $k = 1, \dots, N - 1$ – радиусы вертикальных круговых кривых, вписанных в соответствующие углы поворотов. Требуется при соблюдении условия (2) и $R^* = R^0$ найти такие X^* и Y^* , для которых

$$F(X^*, Y^*, R^*) = \min_{X, Y} F(X, Y, R^*). \quad (4)$$

Постановка задачи 2. При заданных $X^* = X^0$ и $Y^* = Y^0$ требуется найти R^* , удовлетворяющие условию (2) и такие, для которых

$$F(X^*, Y^*, R^*) = \min_R F(X^*, Y^*, R). \quad (5)$$

По сравнению с задачей (1), (2), (4) задача (1), (2), (5) как в алгоритмическом плане, так и в вычислительном является более сложной, так как при ее решении необходимо соблюсти некоторые условия, касающиеся расположения соседних криволинейных участков профиля.

Исходной информацией для решения задачи (1), (2), (4) или (1), (2), (5) являются радиусы вертикальных кривых и последовательность координат вершин углов поворота или координаты начала и конца прямолинейных участков профиля. Ясно, что координаты конца прямолинейного участка профиля являются координатами начала вертикальной кривой, а координаты начала следующего прямолинейного участка – координатами конца вертикальной кривой. В отдельных случаях между двумя соседними криволинейными участками профиля прямолинейный участок может отсутствовать. Тогда (в таком случае) условно принимается, что между двумя соседними криволинейными участками имеется прямолинейный участок, длина которого равна нулю.

Опишем схемы алгоритмов решения задач (последовательность выполнения определенных шагов).

А.Схема решения задачи (2), (4).

1. Если криволинейный профиль задан последовательностью координат вершин углов поворотов, то переходим к шагу 2. Если – нет, то переводим криволинейный профиль в кусочно-линейный следующим образом. Для круговой вертикальной кривой с радиусом r_k , $k = 1, \dots, N - 1$ и координатами начала и конца кривой (x_k^H, y_k^H) , (x_k^K, y_k^K) вычисляем координаты вершины угла поворота по формулам

$$\begin{aligned} x_k &= \frac{i_1 x_k^H - y_k^H - (i_2 x_k^K - y_k^K)}{i_1 - i_2}, \\ y_k &= y_k^H + i_1 (x_k - x_k^H), \end{aligned} \quad (6)$$

где i_1 – уклон прямолинейного отрезка, примыкающего к вертикальной кривой в точке с абсциссой x_k^H ; i_2 – уклон отрезка, примыкающего к вертикальной кривой в точке с абсциссой x_k^K .

2. Решаем задачу оптимального корректирования обычного профиля по параметрам “Y” или “X,Y” [2].

3. Вычисляем уклоны элементов кусочно-линейного профиля.

4. Для всех точек перелома профиля (x_k, y_k) , $k=1, \dots, N-1$ по заданным радиусам r_k вычисляем координаты начала (x_k^H, y_k^H) и конца (x_k^K, y_k^K) круговой кривой, вписанной в угол поворота профиля по формулам

$$\begin{aligned}x_k^H &= x_k - T_k \cos i_1, \\y_k^H &= y_k - T_k \sin i_1, \\x_k^K &= x_k + T_k \cos i_2, \\y_k^K &= y_k + T_k \sin i_2,\end{aligned}\tag{7}$$

где $T_k = r_k \operatorname{tg} \frac{i_1 - i_2}{2}$ – длина отрезка $[(x_k^H, y_k^H), (x_k, y_k)]$ (или, что то же самое – $[(x_k, y_k), (x_k^K, y_k^K)]$). Формулы (7) легко получаются из соотношений в прямоугольном треугольнике.

5. Вычисляем объемы земляных работ и стоимость сооружения земляного полотна.

Б. Схема решения задачи (2), (5).

1. Выполняем шаг 1 из п.А.

2. Исходя из условий СНиП, задаем область варьирования $[R_{\min}^k, R_{\max}^k]$ параметра r_k , $k=1, \dots, N-1$.

3. Определяем шаг варьирования параметра r_k по формуле

$$\Delta R_k = (R_{\max}^k - R_{\min}^k) / M, \text{ где } M - \text{число разбиений отрезка } [R_{\min}^k, R_{\max}^k].$$

4. Для первой вершины угла поворота профиля ($k=1$) и всех

$$R_j^k = R_{\min}^k + (j-1)\Delta R_k, \quad j=1, \dots, M+1\tag{8}$$

вычисляем координаты начала и конца вертикальных круговых кривых по формулам

$$\begin{aligned}x_{j(k)}^H &= x_k - T_j^k \cos i_1, \\y_{j(k)}^H &= y_k - T_j^k \sin i_1, \\x_{j(k)}^K &= x_k + T_j^k \cos i_2,\end{aligned}$$

$$y_{j(k)}^K = y_k + T_j^k \sin i_2, \quad (9)$$

где $T_j^k = R_j^k \operatorname{tg} \frac{i_1 - i_2}{2}$. Пусть D_j^k – вертикальная круговая кривая с координатами начала и конца $(x_{j(k)}^H, y_{j(k)}^H)$, $(x_{j(k)}^K, y_{j(k)}^K)$, $j=1, \dots, M+1$.

5. Для каждой кривой D_j^k , $j=1, \dots, M+1$ по формуле

$$F_{j(k)}^K = F_{j(k)}^H + F(D_j^k) \quad (10)$$

вычисляем значения оптимизирующего функционала (объемы земляных работ, их стоимости) и запоминаем их вместе с координатами (9), где $F_{j(k)}^H$ – значение функционала на прямолинейном участке профиля с абсциссами x_0 и $x_{j(k)}^H$; $F(D_j^k)$ – значение функционала на кривой D_j^k .

6. Для всех последующих вершин углов поворотов $k=2, \dots, N-1$ последовательно для каждого $j=1, \dots, M+1$ вычисляем R_j^k (см. (8)), координаты кривой D_j^k (см. (9)), а также значение функционала $F_{j(k)}^K$ (см. (10)). Среди всех вариантов в точке с абсциссой $x_{j(k)}^K$ выбираем один (лучший), используя рекуррентное соотношение

$$F_{j(k)}^K = \min_i F_{i(k-1)}^K + F_{j(k)}^H + F(D_j^k), \quad i=1, \dots, M+1, \quad (11)$$

где $F_{i(k-1)}^K$ – суммарное значение функционала варианта профиля до точки с абсциссой $x_{i(k-1)}^K$ – конца кривой D_i^{k-1} ; $F_{j(k)}^H$ – значение функционала на прямолинейном участке профиля с абсциссами $x_{i(k-1)}^K$ и $x_{j(k)}^H$; $F(D_j^k)$ – значение функционала на круговой кривой D_j^k , и, если выполняется условие $x_{i(k-1)}^K \leq x_{j(k)}^H$, запоминаем для дальнейшего анализа и отбора вариантов абсциссу $x_{j(k)}^K$, значение функционала $F_{j(k)}^K$, пару номеров (i, j) .

7. На последнем шаге $k=N$ оптимальный вариант выбираем из соотношения

$$F_N^* = \min_i F_{i(N-1)}^K + F_{i(N)}, \quad i=1, \dots, M+1, \quad (12)$$

где $F_{i(N-1)}^K$ – суммарное значение функционала варианта профиля до точки с абсциссой $x_{i(N-1)}^K$; $F_{i(N)}$ – значение функционала на прямолинейном участке профиля с абсциссами $x_{i(N-1)}^K$, x_N .

В. Схема решения общей задачи (1) - (3).

1.Выполняем шаги 1 и 2 из п.А.

2.Выполняем шаги 2 - 7 из п.Б.

В настоящее время осуществляется программная реализация алгоритмов решения вышеописанных задач.

В.І. Білецький

ПРО ДЕЯКІ ЗАДАЧІ ПРОЕКТУВАННЯ КРИВОЛІНІЙНОГО ПРОФІЛЮ ТА АЛГОРИТМИ ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

Наводиться постановка загальної задачі оптимального коректування криволінійного профілю протяжного об'єкта, а також постановки часткових задач, що впливають із загальної. Звертається увага на специфіку та відмінність таких задач від задач коректування параметрів звичайного (кусково-лінійного) профілю. Описуються схеми алгоритмів розв'язування загальної та часткових задач коректування параметрів криволінійного профілю.

V.I. Biletsky

SOME CURVILINEAR PROFILE DESIGN Problems AND ALGORITHMS USED TO SOLVE THEM

Statement of a general problem of optimal correction of a curvilinear profile of a lengthy object and statements of partial problems following from the general one are presented. Special attention is paid to specificity and distinction between such and problems of correction of usual (piece-wise) profile. Schemes of algorithms used to solve the general and partial problems of correction of curvilinear profile parameters are described.

1. *Вычислительные* методы выбора оптимальных проектных решений / В.С. Михалевич, Н.З.Шор, Л.А.Галустова и др. – Киев: Наук. думка, 1977. – 178 с.
2. *О комплексе* задач оптимизации проектных решений по профилю сложных участков дорог (на примере БАМ) / В.С. Михалевич, В.И. Билецкий, Р.В. Зайцев и др. – Киев, 1980. – 46 с. – (Препр./ ИК АН УССР, Ин-т кибернетики; 80 – 29).

Получено 28.02.2005