

*Представлена методика разработки расширенной модели межотраслевого баланса (МОБ) с включением в его состав балансов основных производственных фондов и трудовых ресурсов. Такой подход является методической базой для расчета и прогнозирования соответствующих коэффициентов фондоемкости и трудоемкости продукции ряда отраслей. Критерий оптимальности решения модели – требование максимального удовлетворения спроса населения.*

© Л.Г. Лавров, Э.П. Карпец, 2006

УДК 300.4

Л.Г. ЛАВРОВ, Э.П. КАРПЕЦ

## РАСШИРЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА ДЛЯ УЧЕТА ДВИЖЕНИЯ ОСНОВНЫХ ФОНДОВ И ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ

**Введение.** Важность и необходимость использования методики (МОБ) в определении рациональных направлений экономического развития национальной экономики раскрыта в [1, 2]. В них подробно рассматривается общая постановка модели МОБ как системы равенств между выпуском продукции каждой отрасли и ее расходом на производственные нужды экономики и конечный продукт в виде затрат на личное потребление населения, содержание государственного управленческого аппарата, оборону и прочие непроеизводственные нужды:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i = x_i, \quad (i, j = \overline{1, n}), \quad (1)$$

где  $n$  – количество отраслей;  $i, j$  – текущие индексы отраслей ( $i, j = \overline{1, n}$ );  $x_j$  – валовый выпуск продукции в отрасли  $j$  ( $j = \overline{1, n}$ );

$y_i$  – выпуск конечной продукции в отрасли  $i$  ( $i = \overline{1, n}$ );  $x_{ij}$  – объем продукции, поставляемый отраслью  $i$  для производственного (промежуточного) потребления в отрасли  $j$

( $i, j = \overline{1, n}$ );  $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$  – коэффициенты пря-

мых материальных затрат продукции отрасли  $i$  на выпуск единицы продукции отрасли  $j$ .

Главная задача практического использования модели (1) состоит в определении значений валовых выпусков  $x_i$  при внешнем прогнозировании коэффициентов

$a_{ij}$  и экзогенных параметров  $u_i$ .

В работе [2] рассмотрена эконометрическая версия МОБ, развернутое математическое определение ее отдельных компонент и расширение модели через введение системы сбалансированных ограничений. Критерий оптимальности решения модели – требование максимального удовлетворения спроса населения.

В данной статье подробно описывается методика разработки расширенной модели межотраслевого баланса с включением в его состав балансов основных производственных фондов и трудовых ресурсов. Такой подход – методическая база для расчета и прогнозирования соответствующих коэффициентов фондоемкости и трудоемкости продукции ряда отраслей.

По аналогии с коэффициентами прямых затрат предметов труда для этих величин могут быть установлены коэффициенты прямых затрат труда (коэффициенты прямой трудоемкости)  $l_j$ , которые характеризуют потребность в трудо-

вых ресурсах для производства единицы продукции  $l_j = \frac{L_j}{x_j}$ , а также

коэффициенты прямых затрат основного капитала  $f_j$ , которые характеризуют потребность в основных фондах для производства единицы продукции

$f_j = \frac{\Phi_j}{x_j}$ . Посредством этих коэффициентов потребность в трудовых ресурсах

$\tilde{L}$  и основных фондах  $\tilde{\Phi}$  для сферы производства определяется формулами:

$$\tilde{L} = \sum_{j=1}^n l_j x_j, \quad \tilde{\Phi} = \sum_{j=1}^n f_j x_j.$$

Рассмотрим процес расширения модели МОБ подробнее.

**Включение в модель зависимостей, которые характеризуют движение основных производственных фондов.** При учете указанных зависимостей в

расширенной схеме изменяется, прежде всего, содержание показателя конечного продукта межотраслевого баланса. Вектор конечного продукта в этом случае

отображается как  $\bar{Y} = Y - \Delta\Phi$ , где  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  – вектор выпусков конечной продукции;  $\Delta\Phi$  – вектор-столбец введения в действие основных производственных фондов (ОПФ). Причем, он имеет ненулевые значения только в позициях отвечающих областям, производящим средства производства.

Таким образом, конечный продукт расширенной схемы МОБ характеризует ту часть валового продукта, которая выходит за пределы текущего производственного цикла и которая не связана с расширением производства в исследуемом периоде.

Система уравнений распределения продукции расширенной схемы МОБ имеет такой вид (в матричной форме):

$$X = AX + \Delta\Phi + \bar{Y} \quad \text{или} \quad (E - A)X - \Delta\Phi = \bar{Y}.$$

При этом в расширенной схеме она дополняется системой балансов ОПФ, которые устанавливают равенство ресурсов и потребностей по каждому виду основных производственных фондов в среднегодовом вычислении:

$$\Phi_s + \Delta\bar{\Phi}_s = \sum_{j=1}^n f_{sj}x_j + \bar{R}_s \quad (s=\overline{1, n}),$$

где  $\Phi_s$  – наличие ОПФ  $s$ -го вида к началу года;  $\Delta\bar{\Phi}_s$  – среднегодовое введение в действие основных фондов  $s$ -го вида;  $f_{sj}$  – коэффициенты потребления в  $s$ -ом виде ОПФ для производства единицы продукции отрасли  $j$  (коэффициенты фондоемкости);  $\bar{R}_s$  – среднегодовое выбытие ОПФ  $s$ -го вида.

Переход от величин среднегодового введения в действие ОПФ к величинам абсолютного введения и обратно осуществляется с помощью специальных коэффициентов  $\lambda_s$ , которые характеризуют степень равномерности введения фондов на протяжении года:  $\Delta\bar{\Phi}_s = \lambda_s \Delta\Phi_s$ .

При этом значение коэффициента  $\lambda_s$  может изменяться в пределах от 1 (когда весь объем новых фондов вводится сразу с 1 января соответствующего года) до 0 (когда новые фонды вообще не вводятся в текущем году). Поскольку на практике новые фонды, как правило, более интенсивно вводятся во второй половине года, то фактические коэффициенты  $\lambda_s$  обычно колеблются около значения 0,35.

С введением матричных обозначений для векторов  $\Phi = (\Phi_s)$ ;  $\bar{R} = (\bar{R}_s)$  и

для матриц  $F = (f_{sj})$ ;  $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$

система уравнений балансов ОПФ записывается в таком виде:

$$\Phi + \Lambda\Delta\Phi = FX + \bar{R}, \quad \text{или} \quad \Lambda\Delta\Phi = FX - (\Phi - \bar{R}).$$

Здесь заданные показатели – векторы наличия основных фондов на начало перспективного периода и их среднегодового выбытия, матрицы коэффициентов фондоемкости и равномерности введения в действие основных фондов, а

искомые неизвестные – векторы объемов производства продукции и введения в действие основных производственных фондов.

Системы уравнений распределения продукции и балансов ОПФ вместе образуют систему уравнений расширенной схемы МОБ:

$$(E - A)X - \Delta\Phi' = \bar{Y}; \quad (2)$$

$$\Lambda\Delta\Phi = FX - S, \quad (3)$$

где  $S = \Phi - \bar{R}$ .

При этом вектор  $\Delta\Phi^1$  отличается от вектора  $\Delta\Phi$  тем, что у него прибавляются нулевые элементы, по отраслям, которые не производят средств производства.

На основе расширенной схемы межотраслевых связей возможно проведение расчетов взаимно сбалансированных планов, причем, несколькими способами. Первый состоит в последовательном согласовании решений системы уравнений распределения продукции и уравнений балансов основных производственных фондов. При этом на первой итерации введение в действие ОПФ считается равным нулю и производственная программа рассчитывается по формуле  $X^{(0)} = (E - A)^{-1}\bar{Y}$ , где верхний индекс в скобках обозначает номер соответствующей итерации. Полученное значение  $X^{(0)}$  подставляется в уравнение балансов основных фондов и определяется значение вектора  $\Delta\Phi$  в первом приближении:

$$\Lambda\Delta\Phi^{(0)} = FX^{(0)} - S; \quad \Delta\Phi^{(0)} = \Lambda^{-1}(FX^{(0)} - S).$$

На второй итерации определяются новые значения объемов производства, но уже с учетом введения в действие основных фондов в размере  $\Delta\Phi^{(0)}$ :

$$X^{(1)} = (E - A)^{-1}(\Delta\Phi^{(0)} + \bar{Y}),$$

а потом – новые значения вектора  $\Delta\Phi$ :

$$\Delta\Phi^{(1)} = \Lambda^{-1}(FX^{(1)} - S).$$

Следующие итерации аналогичные и продолжаются до тех пор, пока расхождения между значениями неизвестных после какой-нибудь итерации, т.е., между  $\bar{X}^{(m)}$  и  $X^{(m+1)}$ , а также между  $\Delta\Phi^{(m)}$  и  $\Delta\Phi^{(m+1)}$ , становятся настолько незначительными, что ими можно пренебречь.

Второй способ состоит в одновременном решении системы уравнений распределения продукции и системы уравнений балансов основных фондов. Для этого все отрасли в межотраслевом балансе разбиваются на две группы: отрасли, которые вырабатывают «чистые» предметы труда и «чистые» предметы потребления и не создают элементов основных фондов (параметрам этих областей отвечает индекс 1); отрасли, которые производят наряду с предметами производ-

ства и предметами потребления также и средства производства, а также отрасли, которые вырабатывают только средства производства (параметрам этих отраслей соответствует индекс 2). В этом случае система уравнений (2) – (3) имеет вид:

$$\begin{aligned}(E_{(1)} - A_{11})X_1 - A_{12}X_2 &= \bar{Y}_1; \\ -A_{21}X_1 + (E_{(2)} - A_{22})X_2 &= \Delta\Phi = \bar{Y}_2; \\ \Lambda\Delta\Phi &= F_1X_1 + F_2X_2 - S,\end{aligned}$$

$$\text{или} \quad \begin{pmatrix} E_{(1)} - A_{11}; & -A_{12}; & 0 \\ -A_{21}; & E_{(2)} - A_{22}; & -E_{(2)} \\ -F_1; & -F_2; & -\Lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \Delta\Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Y}_1 \\ \bar{Y}_2 \\ -S \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $A_{11}$  – подматрица коэффициентов прямых затрат отраслей группы 1 на производство продукции этой же группы;  $A_{12}$  – подматрица коэффициентов прямых затрат отраслей группы 1 на производство продукции отраслей группы 2;  $A_{21}$  – подматрица коэффициентов прямых затрат отраслей группы 2 на производство продукции отраслей группы 1;  $A_{22}$  – подматрица коэффициентов прямых затрат областей группы 2 на производство продукции отраслей этой же группы;  $E_{(1)}, E_{(2)}$  – единичные матрицы, размерность которых равняется, соответственно, числу отраслей в группах 1 и 2;  $X_1, X_2$  – векторы валовых выпусков, соответственно, в отраслях 1-й и 2-й групп;  $F_1, F_2$  – подматрицы коэффициентов фондоемкости продукции соответственно в отраслях 1-й и 2-й групп;  $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2$  – векторы конечного продукта, соответственно, отраслей 1-й и 2-й групп.

Решение системы (3) имеет вид

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \Delta\Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{(1)} - A_{11}; & -A_{12}; & 0 \\ -A_{21}; & E_{(2)} - A_{22}; & -E_{(2)} \\ -F_1; & -F_2; & -\Lambda \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \bar{Y}_1 \\ \bar{Y}_2 \\ -S \end{pmatrix}. \quad (5)$$

При этом, для расчетов расширенной схемы межотраслевых связей с детальной классификацией удобнее применять первый способ, а для расчетов укрупненных моделей – второй.

Расширенная схема межотраслевых связей может быть построена также в видоизмененной форме, когда в качестве неизвестного выступает не вектор вве-

дения в действие основных производственных фондов, а вектор капитальных вложений в производственную сферу.

**Включение в модель зависимостей, которые характеризуют движение трудовых ресурсов.** Система, аналогичная (2) и (3), может рассматриваться также в том случае, когда речь идет о движении квалифицированных рабочих кадров. Здесь также в наличии есть прямые и обратные связи системы подготовки кадров с системой текущего материального производства. С одной стороны, наличие квалифицированных кадров является фактором, который определяет размеры производства, а с другой стороны, процесс подготовки кадров требует затрат, в том числе затрат продукции отраслей материального производства. В такой системе вектор конечного продукта  $\overset{0}{Y}$  будет отличаться от вектора конечного продукта обычной схемы межотраслевого баланса на вектор затрат, связанных с подготовкой кадров:  $\overset{0}{Y} = Y - D\Delta L$ , где  $D$  – матрица коэффициентов затрат продуктов областей материального производства, связанных с подготовкой на протяжении исследуемого периода специалистов разных профессиональных групп (размерность матрицы –  $(n \times r)$ );  $\Delta L$  – вектор численности специалистов разных профессиональных групп ( $r \times 1$ ), которых нужно подготовить;  $r$  – число профессиональных групп.

Балансы производства и распределения продукции в этом случае могут быть представлены такой системой уравнений:  $(E - A)X - D\Delta L = \overset{0}{Y}$ .

Балансы трудовых ресурсов в разрезе профессиональных групп записываются в виде  $L + \tilde{\Lambda}\Delta L = \overset{0}{T}X + \tilde{S}$ , где  $L$  – вектор наличия специалистов соответствующих профессиональных групп к началу года ( $r \times 1$ );  $\tilde{\Lambda}$  – диагональная матрица коэффициентов перевода фактического поступления специалистов из системы подготовки кадров в среднегодовое поступление ( $r \times r$ );  $\overset{0}{T}$  – матрица коэффициентов трудоемкости в разрезе профессиональных групп ( $r \times n$ );  $\tilde{S}$  – вектор сальдо среднегодового межпрофессионального перераспределения трудовых ресурсов в процессе изменения работниками рода деятельности как внутри предприятий, так и при переходе на новое место работы, которая учитывает также среднегодовое уменьшение работников ( $r \times 1$ ). Определения элементов вектора  $\tilde{S}$  – задача социально-экономического характера, связанная в конечном счете с разработкой моделей движения населения и трудовых ресурсов.

Анализ свойств данной модели и разработка методов ее численной реализации составляют предмет дальнейшего исследования.

*Л.Г. Лавров, Э.П. Карпец*

РОЗШИРЕННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ ДЛЯ  
ВРАХУВАННЯ РУХУ ОСНОВНИХ ФОНДІВ ТА ТРУДОВИХ РЕСУРСІВ

Запропонована методика розробки розширеної моделі міжгалузевого балансу з включенням до його складу балансів основних виробничих фондів та трудових ресурсів. Такий підхід є методичною базою для розрахунку та прогнозування відповідних коефіцієнтів фондомісткості та трудомісткості.

*L.G. Lavrov, H.P. Karpets*

THE EXTENSION OF AN OPTIMIZATION ECONOMETRIC MODEL OF INTER-BRANCH  
BALANCE FOR ACCOUNTING OF THE MOVEMENT OF CAPITAL ASSETS AND  
MANPOWER RESOURCES.

A technique for development of the extended model of inter-branch balance with inclusion balances of capital assets and manpower resources in it's composition. This approach is a technique basis for calculation and forecasting of the coefficients of capital assets-output and labour-output ratios.

1. *Лавров Л.Г., Карпец Э.П.* Оптимизационная модель прогнозирования фискальных и монетарных показателей // Теория оптимальных решений . – К.: Ин-т кибернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2004. – № 3. – С. 81 – 88.
2. *Лавров Л.Г., Карпец Э.П.* Оптимизационная эконометрическая модель межотраслевого баланса // Теория оптимальных решений. – К.: Ин-т кибернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2005. – № 4. – С. 65 – 72.

Получено 05.06.2006