

ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РИШЕНЬ

Проведен обзор задач транспортной маршрутизации Vehicle Routing Problem (VRP). Рассмотрены наиболее исследованные варианты постановки задач VRP. Приведены методы их решения.

© А.Е. Скукис, 2015

УДК 519.21

А.Е. СКУКИС

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ В ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКЕ

Введение. Транспортная логистика – это перемещение требуемого количества товара в нужную точку, оптимальным маршрутом за требуемое время и с наименьшими затратами. Затраты на создание любого товара складываются из себестоимости его изготовления и издержек на выполнение всех работ от момента закупки материалов до момента покупки товара конечным потребителем. Движение готового товара от первичного источника сырья, необходимого для его изготовления до конечного потребления также требует затрат, которые могут достигать до 50 % от общей суммы затрат на логистику. Таким образом, транспортировка товара (груза) выступает одной из ключевых функций логистики, связанная с перемещением продукции транспортными средствами по определенной методике в цепи поставок.

Задачи маршрутизации являются одним из наиболее важных классов задач транспортной логистики. Цель данных задач – это минимизация стоимости, расстояния или времени транспортировки грузов.

Задачам в области формирования оптимальных транспортных маршрутов посвящены многочисленные исследования в разных странах мира. Особую актуальность приобретают работы, позволяющие точно вычислять объемы грузоперевозок, рассчитывать количество единиц транспорта, необходимых для обеспечения грузопотоков, определять рациональные маршруты движения, а также сократить суммарные затраты на транспортировку. История задач маршрутизации насчитывает более полувека. Первая работа, посвященная данному типу задач, появилась

в 1959 году [1]. В ней сформулирована группа задач, впоследствии названная Vehicle Routing Problem (VRP).

VRP – хорошо известная задача целочисленного программирования, является практически важной и *NP*-сложной задачей комбинаторной оптимизации [2]. На текущий момент существует большое множество вариантов задач маршрутизации, которые можно классифицировать по некоторым признакам. Среди основных, следует выделить такие:

- пункты производства (склад, база, депо);
- пункты потребления;
- базы (депо) транспортных средств (ТС);
- виды ТС;
- типы ТС;
- количество перевозимого груза;
- качество перевозимого груза;
- временные ограничения (получение/доставка груза в указанные временные окна);
- другие признаки.

Классический вариант задачи маршрутизации можно представить комбинаторной задачей в виде графа $G(V, E)$:

- $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ – множество вершин (v_0 – депо, $v_{1..n}$ – потребители);
- E – множество ребер $\{(v_i, v_j) \mid i \neq j\}$;
- C – матрица неотрицательных расстояний (стоимости пути) c_{ij} между потребителями;
- m – количество машин;
- R_i – маршрут i -й машины ($i=1..m$);
- $C(R_i)$ – стоимость маршрута R_i ;
- q_i – объем груза, поставляемый i -му потребителю.

С каждой вершиной V_i ассоциировано некоторое количество товаров, которые должны быть доставлены соответствующему потребителю. Задача маршрутизации состоит в определении такого множества маршрутов m с минимальной общей стоимостью, чтобы каждая вершина множества V была посещена только одним автомобилем только один раз. Кроме того, все маршруты должны начинаться и заканчиваться в депо (v_0).

Решением задачи является:

- разбиение множества V на подмножества (маршруты);
- задание порядка обхода на каждом подмножестве (перестановка вершин маршрута).

Решение является приемлемым (feasible), если все маршруты удовлетворяют дополнительным ограничениям задачи.

Целевая функция – это стоимость решения задачи:

$$F_{VRP} = \sum C(R_i), \quad i = 1..m,$$

где $C(R_i)$ – сумма длин ребер маршрута R_i .

В классическом варианте требуется найти приемлемое решение с минимальной стоимостью.

Варианты постановки задач маршрутизации. Наиболее исследованными вариантами задач маршрутизации являются [3, 4]:

- Capacitated VRP (CVRP): каждое транспортное средство имеет ограниченную грузоподъемность;
- VRP with Time Windows (VRPTW): каждый заказчик должен быть обслужен в определенное «временное окно»;
- Multiple Depot VRP (MDVRP): используются несколько депо для обслуживания клиентов;
- VRP with Pick-Ups and Delivering (VRPPD): клиенты могут возвращать некоторые товары в депо;
- VRP with Backhauls (VRPB): аналогично предыдущей, но возврат начинается только после доставки всех товаров из депо;
- Split Delivery VRP (SDVRP): каждый клиент может обслуживаться одновременно несколькими машинами;
- Periodic VRP (PVRP): доставка может осуществляться в течение нескольких дней;
- Stochastic VRP (SVRP): некоторые компоненты задачи (количество и запросы клиентов, длина пути) могут иметь случайное поведение;
- VRP with Satellite Facilities (VRPSF): существует возможность дозагрузки автомобиля на маршруте.

Маршрутизация с ограничением по грузоподъемности (Capacitated VRP, CVRP). В задачах данного типа вводится дополнительное ограничение: объем грузов на каждом маршруте R_i не должен превышать заданной величины Q (одинаковый для всех машин).

Цель: минимизировать парк машин, необходимых для выполнения задания, а также общее время выполнения задачи.

Маршрутизация с ограничением по времени (VRP with Time Windows, VRPTW). Данная задача подобна VRP с основным дополнительным условием: для выполнения запроса каждого клиента v_i существует известный промежуток времени, определенный как интервал $[e_i, l_i]$ – намеченный горизонт (scheduling horizon).

Цель: минимизировать количество машин, общие времена пути и ожидания, необходимые для обработки запросов клиентов в назначенные интервалы времени.

Ограничения: по сравнению с VRP, в задачах данного типа добавляются следующие условия:

- решение неприемлемо, если клиент обслуживается после верхней временной границы;
- машина, прибывшая ранее нижней временной границы, ожидает ее наступления;
- как вариант, опоздание не влияет на пригодность решения, но добавляет некоторое штрафное значение к целевой функции.

Получив решение VRPTW, кроме всего остального, имеется возможность точнее подобрать время выезда транспорта из депо и тем самым избежать бесполезных простоев.

Маршрутизация с несколькими депо (Multiple Depot VRP, MDVRP). В наличии может быть несколько депо, которыми обслуживаются потребители. В случае, если потребители сгруппированы вокруг каждого депо, задача может быть разбита на несколько независимых. Однако, если потребители и депо расположены в беспорядке, нужно искать решение для задачи маршрутизации с множественным депо (MDVRP).

Данная задача требует распределения потребителей по разным депо. В каждом депо располагается парк транспорта. Каждая машина выезжает из своего депо, обслуживает потребителей, прикрепленных к данному депо, и затем возвращается обратно.

Цель: минимизировать парк транспорта и общее время пути.

Ограничения: каждый маршрут должен удовлетворять стандартным ограничениям VRP, а также начинаться и заканчиваться в одном и том же депо.

Стоимость пути рассчитывается, как и в случае стандартной VRP.

Маршрутизация с возвратом товаров (VRP with Pick-Ups and Deliveries, VRPPD). Задача маршрутизации с возможностью возврата и доставки товаров расширяет стандартную VRP тем, что требуется доставка некоторого количества товаров назад от потребителей в депо. Таким образом, нужно быть уверенным в том, что товары, которые вернет потребитель, не превысят вместимость машины. Это ограничение делает планирование задачи более сложным и может привести к непроизводительному использованию вместимости транспорта, увеличению общего пути и количества единиц транспорта в депо.

Для простоты обычно рассматриваются задачи с дополнительными ограничениями, например, когда все запросы на доставку товаров начинаются в депо и все запросы на возврат товаров оканчиваются в депо, то есть, не происходит обмен товарами между потребителями. Другой способ состоит в отмене ограничения, что все клиенты должны посещаться только один раз. Существует еще одно обычное упрощение – принять, что каждый автомобиль сначала развозит все товары, прежде чем начать принимать товар от клиентов (VRP with Backhauls, VRPB).

Цель: минимизировать парк транспорта и общее время движения.

Ограничения: количество товара, который нужно доставить потребителей и товара, которые нужно забрать от потребителей в депо, не должно превышать вместимость машины ни в одной точке маршрута.

Маршрутизация с возвратом товаров (VRP with Backhauls, VRPB). Задачи маршрутизации с возвратом товаров (VRPB) – это расширение VRP, в котором потребители могут как запросить, так и вернуть некоторые товары. В задаче с доставкой и возвратом (VRPPD) необходимо принять во внимание, что товары, которые вернут потребители, должны уместиться в машине. Отличие от VRPPD состоит в том, что все товары должны быть до-

ставлены, прежде чем произойдет любой возврат. Это требование происходит из того факта, что все машины загружаются сзади и перестановка грузов не является экономически выгодной и приемлемой. Количество товара, который необходимо доставить и принять, фиксировано и известно заранее.

Цель: найти такой набор маршрутов, чтобы минимизировать общее пройденное расстояние.

Ограничения: возврат товаров происходит только после того, как завершена доставка. Объем товаров при доставке и при возврате не должен превышать грузоподъемности.

Постановка задачи. Задача формулируется аналогично задаче с доставкой и возвратом товаров (VRPPD).

Маршрутизация с различным транспортом (Split Delivery VRP, SDVRP). Данная задача расширяет VRP, позволяя обслуживать одного клиента различными видами транспорта, если это уменьшает общую стоимость задачи. Этот случай типичен для ситуации, когда объем заказа сравним по величине с вместимостью машины. Как правило, для задачи маршрутизации с различными видами транспорта получить оптимальное решение сложнее, чем для классической задачи VRP.

Цель: минимизировать парк транспорта и общее время обслуживания всех клиентов.

Ограничения: в отличие от классической VRP, в задачах SDVRP снимается ограничение на то, что клиент должен быть обслужен только одной машиной. Кроме того, парк транспорта включает машины различной вместимости.

Задача SDVRP сводится к VRP разбиением каждого заказа на несколько неделимых заказов.

Периодическая маршрутизация (Periodic VRP, PVRP). В классической задаче VRP обычный период планирования – один день. В задачах с периодической маршрутизацией VRP обобщается расширением периода планирования до нескольких дней.

Цель: минимизировать парк транспорта и общее время обслуживания всех клиентов.

Ограничения: те же, как и в классической VRP. Кроме того, машина может вернуться в депо не в тот же день. По истечении M -дневного периода каждый клиент должен быть посещен как минимум один раз.

Постановка задачи. Запросы каждого клиента должны быть выполнены за один визит одним автомобилем. Если период планирования $M = 1$, задача сводится к классической VRP. Каждый клиент в задаче с периодической маршрутизацией должен быть посещен k раз, причем $1 \leq k \leq M$. В классическом варианте PVRP, ежедневный заказ клиента всегда фиксированный. PVRP можно рассматривать, как задачу компоновки группы маршрутов на каждый день, причем, маршруты должны удовлетворять наложенным ограничениям и общая стоимость задачи должна быть минимальна.

Маршрутизация со случайными данными (Stochastic VRP, SVRP).

В данном варианте VRP один или несколько компонентов задачи могут иметь случайное поведение.

Случайные клиенты: каждый клиент существует с вероятностью p и отсутствует с вероятностью $p - 1$.

Случайные запросы: запрос каждого клиента – случайная величина.

Случайные времена: времена поездок (расстояния между потребителями) – случайные величины.

Решение SVRP происходит в два подхода. Первый этап дает решение без учета случайных переменных. На втором этапе, когда становятся известными случайные значения, происходит коррекция ранее полученного решения.

Цель: минимизировать парк транспорта и общее время обслуживания всех клиентов.

Ограничения: когда некоторые данные неизвестны, становится невозможным выполнение всех ограничений для всех случайных переменных. Таким образом, может требоваться выполнение некоторых условий с заданной вероятностью, либо построение корректирующей модели, выполняющейся при нарушении каких-либо ограничений.

Например, в задаче SVRP с возвратом товаров и ограничением по вместимости, возможными способами коррекции будут следующие:

- вернуться в депо, когда машина заполнится, для разгрузки, затем продолжить путь по маршруту;
- вернуться в депо, когда машина заполнится, и заново оптимизировать оставшуюся часть пути;
- запланировать досрочный возврат в депо, даже если машина заполнена не до конца. В данном случае, решение может зависеть от количества собранного груза, и расстояния до депо. Машина может вернуться в депо, если известно, что груз следующего потребителя превысит вместимость автомобиля.

Маршрутизация с возможностью дозагрузки (VRP with Satellite Facilities, VRPSF). Классическая задача VRP предполагает, что каждый маршрут начинается и заканчивается в депо. Одной из причин возврата в депо является ограниченная грузоподъемность. Когда машина развозит все товары, она должна вернуться в депо за новой порцией товаров. Однако, в некоторых случаях выгоднее произвести дозагрузку на маршруте, без возврата в депо, с помощью дополнительных транспортных средств. Типичный случай, когда множество потребителей ожидают регулярных поставок от одного центрального поставщика.

Цель: минимизировать расходы на доставку товаров за определенный срок (возможно, что учитывая расходы на вспомогательные машины, общая стоимость решения задачи в краткосрочной перспективе будет выше, чем, например, при решении классической задачи VRP).

Ограничения: товар на складе клиента не должен заканчиваться.

Методы решения задач маршрутизации. Учитывая высокую вычислительную сложность задач маршрутизации точные алгоритмы не всегда дают решение за приемлемое время при большом размере задачи. Поэтому для решения задачи разрабатывались эвристические и мета-эвристические методы. На текущий момент предлагается следующая классификация методов решения задач маршрутизации [5 – 8].

Точные алгоритмы. Такой подход перебирает все возможные решения, пока не будет найдено оптимальное. Наиболее известные алгоритмы этого класса:

- метод ветвей и границ;
- метод ветвей и отсечений.

Эвристические методы. Производится относительно ограниченный поиск по пространству решений, и обычно находят хорошие решения за приемлемое время. В этом классе выделяют:

- конструктивные методы. Постепенно строят подходящее решение, принимая во внимание получающуюся общую стоимость (механизм сбережений (Savings), метод, основанный на совпадениях (Matching Based), эвристики улучшения многих маршрутов (Multi-route Improvement Heuristics));
- двухфазные алгоритмы. Задача разделяется на две части: организация вершин в группы, и построение маршрута по каждой группе. алгоритм заметания (sweep algorithm), алгоритм Фишера-Джекумера (Fisher and Jaikumar).

Мета-эвристические методы. Мета-эвристику создает вычислительная схема, объединяющая два алгоритма. Один алгоритм главный, другой подчиненный. В мета-эвристических методах упор делается на тщательном изучении наиболее перспективных частей пространства решений. Качество получаемых решений получается выше, чем у полученных классическими эвристиками. Среди известных и наиболее применяемых мета-эвристик можно выделить: генетические алгоритмы (Genetic Algorithms), алгоритмы муравьиной колонии (Ant Algorithms), имитации отжига (Simulated Annealing), поиск с запретами (Tabu Search), программирование в ограничениях (Constraint Programming).

Заключение. Проведенный обзор задач транспортной маршрутизации показал существование множества вариантов их постановок. Эти задачи характеризуются высокой вычислительной сложностью, так как относятся к классу NP-сложных задач комбинаторной оптимизации. Следовательно, существует необходимость в разработке и применении эвристических и мета-эвристических алгоритмов решения задач транспортной оптимизации.

О.С. Скукіс

ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ В ТРАНСПОРТНІЙ ЛОГІСТИЦІ

Проведено огляд задач транспортної маршрутизації Vehicle Routing Problem (VRP). Розглянуті найбільш досліджені варіанти постановки задач VRP. Приведено методи їх розв'язання.

O.E. Skukis

OPTIMIZATION TASKS OF VEHICLE LOGISTICS

It was made an overview of routing traffic namely Vehicle Routing Problem (VRP). The most researched options that define the stated tasks of VRP were considered in the article. The methods for their solution were given.

1. *Dantzig G. and Ramser J.* The Truck Dispatching Problem. *Management Science*. – 1959. – N 1(6). – P. 80 – 90.
2. *Archetti C., Mansini R., Speranza M.G.* Complexity and reducibility of the skip delivery problem. *Transportation Science*. – 2005. – N 39. – P. 182 – 187.
3. *Parragh S., Doerner K., Hartl R.* A survey on pickup and delivery problems. Part I: Transportations between customers and depot // *Journal fur Betriebswirtschaft*. – 2008. – N 58. – P. 21 – 51.
4. *Parragh S., Doerner K., Hartl R.* A survey on pickup and delivery problems. Part II: Transportations between customers and depot // *Journal fur Betriebswirtschaft*. – 2008. – N 58. – P. 81 – 117.
5. *Toth P., Vigo D.* Branch-and-bound algorithms for the capacitated VRP. / *Toth P., Vigo, D. (Eds.) The Vehicle Routing Problem. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications // SIAM: Philadelphia*. – 2002. – P. 29 – 51.
6. *Lysgaard J., Letchford A.N., Eglese R.W.* A New Branch-and-cut Algorithm for Capacitated Vehicle Routing Problems // *Math. Program., Springer Berlin/Heidelberg*. – 2004. – N 2(100). – P. 423 – 445.
7. *Гуляницкий Л.Ф., Самусь А.В.* Решение H -методом задачи оптимизации маршрутов транспортных средств с временными окнами // *Компьютерная математика*. – 2012. – № 2. – С. 147 – 155.
8. *Cordeau J.-F., Laporte G., Mercier A.* A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows // *Journal of the Operational Research Society*. – 2001. – N 8(52). – P. 928 – 936.

Получено 09.03.2015