ТЕОРІЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ

УДК 519.8

О.П. ЛИХОВИД, О.В. ФЕСЮК

ЗАДАЧА МІНІМАЛЬНОГО ЗА ВИТРАТАМИ ЗАВАНТАЖЕННЯ ЕНЕРГОСИСТЕМИ З ВИМКНЕННЯМ ЕНЕРГОБЛОКІВ

Розглядається задача знаходження оптимальних навантажень енергоблоків ТЕС з мінімізацією витрат умовного палива та можливістю їх включення/відключення. Наведено результати обчислю-вальних експериментів по зна-ходженню розв'язків задачі для 40 енергоблоків та 24 інтервалів планового періоду за допомогою програми CPLEX 12.7.0.0., яка знаходиться на NEOS-сервері.

Вступ. В роботі [1] розглядалися ELD-задачі оптимального завантаження енергосистеми. В цих задачах задано набір працюючих енергоблоків та їх характеристики. Потрібно знайти електричне навантаження кожного енергоблоку (кількість електроенергії, яку генерує кожний енергоблок), щоб задовольнити потреби споживачів та забезпечити мінімальні сумарні витрати на генерацію електроенергії.

На практиці для оптимального завантаження енергосистеми необхідно враховувати технічну можливість включення/відклю-чення енергоблоків. Такі задачі в англо-мовній літературі мають назву Unit Commitment Problem (UCP-задачі). В них потрібно знайти моменти часу, коли кожний енергоблок потрібно включити/виключити, та електричне навантаження кожного включеного енергоблоку, щоб задовольнити потреби споживачів з мінімальними сумарними витратами на генерацію електроенергії.

UCP-задачі є задачами нелінійного та лінійного булевого програмування. Існуюче програмне забезпечення дозволяє досить ефективно розв'язувати тільки UCP-задачі у вигляді лінійних булевих задач. В даній статті розглядається одна з модифікацій лінійної булевої UCP-задачі з роботи [2]. Мета роботи – дослідження ефективності знаходження її розв'язків за допомогою програми CPLEX 12.7.0.0 з відомого оптимізаційного NEOS-сервера [3].

Математична модель задачі. Нехай $N = \{1, 2, \ldots\}$ – множина енергоблоків ТЕС, в яку входять енергоблоки, що будуть покривати плановий графік споживання електроенергії. Нехай $T = \{1, 2, \ldots\}$ – множина періодів планового графіку навантаження, E_t – планове споживання електроенергії в енергосистемі на період $t \in T$. Позначимо:

– x_{it} – невідоме навантаження енергоблоку $i \in N$ на період $t \in T$;

– y_{it} – булева змінна, яка дорівнює нулю, якщо для $t \in T$ енергоблок $i \in N$ вимкнутий, і дорівнює одиниці – коли енергоблок увімкнутий.

Для енергоблоку $i \in N$ задані:

– p_i^{low} і p_i^{up} – нижня і верхня межа допустимого його навантаження;

– $f_i(x_{i,t})$ – функція витрат умовного палива на генерацію електроенергії;

– O_i^{low} і O_i^{up} – допустимі діапазони кількості годин роботи енергоблоку протягом планового періоду.

Математична модель є задачею змішаного булевого програмування: знайти

$$f_{opt} = \min \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} f_i(x_{it}) \tag{1}$$

при обмеженнях

$$\sum_{i \in N} x_{it} = E_t, \quad t \in T, \tag{2}$$

$$O_i^{low} \le \sum_{t \in T} y_{it} \le O_i^{up}, \quad i \in N, \tag{3}$$

$$p_i^{low} y_{it} \le x_{it} \le p_i^{up} y_{it}, \quad y_{it} \in \{0;1\}, \quad i \in N, \quad t \in T. \tag{4}$$

Обмеження (2) гарантують виконання для кожного інтервалу плану по генерації електроенергії E_t. Обмеження (3) означають, що кожен енергоблок $i \in N$ має працювати не менше, ніж O_i^{low} і не більше, ніж O_i^{up} періодів протягом всього планового періоду T. Обмеження (4) означає, що електричне навантаження x_{it} для увімкнутого енергоблоку $i \in N$ на період $t \in T$ вибирається з діапазону допустимого його навантаження $[p_i^{low}; p_i^{up}]$.

Цільова функція (1) задає сумарні витрати умовного палива на генерацію електроенергії. Найчастіше, функція витрат умовного палива $f_i(x_{it})$ апроксимується квадратичною функцією вигляду

$$f_i(x_{i,t}) = a_i x_{i,t}^{\;2} + b_i x_{i,t} + c_i, \tag{5}$$

де a_i, b_i, c_i – задані параметри ($a_i > 0$, $b_i \ge 0$, $c_i \ge 0$). В даній роботі будемо використовувати наступну лінійну апроксимацію квадратичної функції витрат умовного палива

$$\tilde{f}_i(x_{i,t}) = \tilde{b}_i x_{it} + \tilde{c}_i\,, \qquad (6)$$

де $\tilde{b}_i = \dfrac{f_i(p_{\max}) - f_i(p_{\min})}{p_{\max} - p_{\min}}$, $\tilde{c}_i = \dfrac{(p_{\max} f_i(p_{\min}) - p_{\min} f_i(p_{\max}))}{p_{\max} - p_{\min}}$ (див. рисунок).

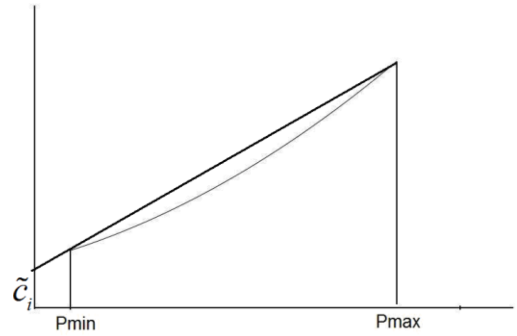

РИСУНОК. Лінійна апроксимація функції витрат умовного палива

Будемо вважати, що при відсутності генерації електроенергії функція витрат умовного палива приймає нульові значення. Тоді цільова функція задачі матиме наступний вигляд:

$$f_{opt} = \min \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} (\tilde{b}_i x_{it} + \tilde{c}_i y_{it}). \qquad (1')$$

Задача з цільовою функцією (1') при обмеженнях (2) – (4) є задачею змішаного лінійного булевого програмування. Задача містить $N \times T$ змінних x_{it} та y_{it}, $T + N$ обмежень (2), (3), $N \times T$ двосторонніх обмежень на змінні $x_{i,t}$. Для її розв'язання можна застосувати стандартне програмне забезпечення сервера NEOS [3], яке дозволяє розв'язувати задачі змішаного цілочисельного програмування в online-режимі.

Реалізація на мові моделювання AMPL та обчислювальні експерименти. Для розв'язання задач лінійного булевого програмування можна використовувати, програми які знаходяться в секції "Mixed Integer Linear Programming" NEOS-сервера. На час написання статті дев'ять з них підтримують роботу з описом задач булевого програмування на мові моделювання AMPL [4]. Це програми: Cbc, CPLEX, feaspump, FICO-Xpress, Gurobi, MINTO, MOSEK, qsopt_ex, scip.

Модель (1'), (2) – (4) реалізовано на мові моделювання AMPL за допомогою коду, який наведено далі.

```
param N > 0; #number of power units
param T > 0; #number of time intervals
param b{i in 1..N} ; #linear costs of producing power by units
param c{i in 1..N} ; #bias costs of producing power by units
param E{1..T} > 0; # total demand at time intervals
param p_low{i in 1..N}; #minimum power output limits
param p_up{i in 1..N}; #maximum power output limits
param o_low{i in 1..N};#minimum up-time
param o_up{i in 1..N}; #maximum up-time
#amount of power produced by unit i at time t
var x{i in 1..N,t in 1..T};
#control variable of unit i at time t (on/off)
var y {i in 1..N,t in 1..T} binary;
minimize Cost:#cost of total power generation
   sum {i in 1..N,t in 1..T} (c[i] * x[i,t] + c[i]*y[i,t]);
subject to Demand {t in 1..T}:#power demand constraints
   sum {i in 1..N} x[i,t] = E[t];
subject to Power1 {i in 1..N,t in 1..T}:
#constraints of minimum power output limits
   x[i,t] - y[i,t]*p_low[i] >= 0;
subject to Power2 {i in 1..N,t in 1..T}:
#constraints of maximum power output limits
    x[i,t] - p_up[i]*y[i,t] <= 0 ;
subject to Time1 {i in 1..N}:
#minimum and maximum up-time constraints
       o_low[i] <= sum {t in 1..T} y[i,t] <= o_up[i];
subject to Time2 {i in 1..N}:
#minimum and maximum up-time constraints
       o_low[i] <= sum {t in 1..T} y[i,t] <= o_up[i];
```

До наведеного AMPL-коду необхідно ще додати вхідні дані та задати солвер. Як солвер для проведення обчислювальних експериментів у даній роботі вибрано програму CPLEX 12.7.0.0., яка є однією з найефективніших для цього класу задач. Нашою метою було дослідження ефективності знаходження розв'язків булевої UCP-задачі за допомогою програми CPLEX 12.7.0.0. Обчи-слювальний експеримент проводився для UCP-задач з кількістю енергоблоків $N = 40$ та тривалістю планового періоду $T = 24$, що відповідає задачам добового погодинного завантаження енергосистеми з 40 паралельно працюючими енергоблоками. Тестові задачі містять 960 неперервних та 960 булевих змінних, 1024 обмеження.

Добовий погодинний графік планового навантаження енергосистеми $E = \{E_1, ..., E_{24}\}$, як і в [1], вибрано у двох варіантах $E^{(1)}$ і $E^{(2)}$. Також з даної роботи були взяті значення параметрів P_i^{low}, P_i^{up}, a_i, b_i, c_i, за якими обчислювалися значення параметрів $\tilde{b}_i, \tilde{c}_i$ для функцій витрат умовного палива (6). Зазначимо, що при цьому виявилось одне значення параметра $\tilde{c}_i$ менше нуля (для сьомого енергоблоку).

Підготовлений AMPL-код задачі (1'), (2) – (4) розв'язаний за допомогою програми CPLEX 12.7.0.0. обчислювального сервера NEOS для добових погодинних графіків $E^{(1)}$ і $E^{(2)}$. Для програми CPLEX 12.7.0.0. використовувались її параметри, які встановлено за замовчуванням. Час розв'язання булевих задач на NEOS-сервері програмою CPLEX 12.7.0.0. складав не більше однієї секунди. Результати обчислювальних експериментів наведено в таблиці.

ТАБЛИЦЯ. Значення цільової функції для тестових задач

	$E^{(1)}$	$E^{(2)}$
Лінійна	3025400	2533510
Булева 1	2898220	2301350
Булева 2	2927470	2330820

В рядку «лінійна» наведено значення цільової функції для задач з лінійною функцією витрат умовного палива (6) для кожного енергоблоку без можливості виключення енергоблоків. В рядку «Булева 1» наведено значення цільової функції для булевих задач (1'), (2) – (4), для яких для кожного енергоблоку встановлено наступні значення параметрів O_i^{low} і O_i^{up}: $O_i^{low} = 0$ і $O_i^{up} = 24$. З таблиці видно, що значення сумарних витрат умовного палива зменшились порівняно з лінійною задачею: для випадку $E^{(1)}$ на 4.2 % (за абсолютною величиною 127180), а для випадку $E^{(2)}$ на 9.16 % (за абсолютною величиною 232160). Але при цьому виявляється, що деякі енергоблоки мають бути весь час виключеними, тобто були незадіяні. Наприклад, для обох випадків це були енергоблоки з номерами 27, 28, 29. Тому в наступному експерименті для цих енергоблоків введено обмеження, що вони мають працювати не менше, ніж 10 годин протягом всього планового періоду T, тобто $O_{27}^{low} = 10$, $O_{28}^{low} = 10$, $O_{29}^{low} = 10$. У цьому випадку в оптимальному розв'язку були задіяні всі енергоблоки. Результати розрахунків значення цільової функції для такого випадку наведені в рядку «Булева 2» таблиці. Тут значення сумарних витрат умовного палива збільшились порівняно з задачею «Булева 1» на 1.01 % (за абсолютною величиною 29250) для випадку $E^{(1)}$ і на 1.28 % (за абсолютною величиною 29470) для випадку $E^{(2)}$, але все одно значення сумарних витрат умовного палива виявились меншими для обох випадків порівняно з лінійною задачею: для випадку $E^{(1)}$ на 3.24 % (за абсолютною величиною 97930), для випадку $E^{(2)}$ на 8 % (за абсолютною величиною 202690).

Висновки. З результатів обчислювальних експериментів можна зробити висновок, що використання можливості включення/відключення енергоблоків дозволяє в абсолютних величинах значно зменшити сумарні витрати на генерацію електроенергії, а використання обмежень на допустимі діапазони кількості годин роботи енергоблоку протягом планового періоду дозволяє отримати більш стабільні та реалістичні графіки навантаження енергоблоків. Для практичного розв’язання UCP-задач добового завантаження енергосистеми з числом блоків порядку декількох десятків можна ефективно застосовувати стандартне програмне забезпечення сервера NEOS. В майбутньому планується дослідити більш складні моделі, які враховують додаткові експлуатаційні обмеження.

Робота виконана при підтримці НАН України (проект № 0117U002493).

А.П. Лиховид, А.В. Фесюк

ЗАДАЧА МИНИМАЛЬНОЙ ПО РАСХОДАМ ЗАГРУЗКИ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ С ОТКЛЮЧЕНИЕМ ЭНЕРГОБЛОКОВ

Рассматривается задача нахождения оптимальных нагрузок энергоблоков ТЭС с минимизацией расходов условного топлива и возможностью их включения/отключения. Приведены результаты вычислительных экспериментов по нахождению решений задачи для 40 энергоблоков и 24 интервалов планового периода с помощью программы CPLEX 12.7.0.0, находящейся на NEOS-сервере.

O.P. Lykhovyd, O.V. Fesiuk

THE PROBLEM OF MINIMAL COST LOAD FOR POWER SYSTEM WITH UNCOMMITMENT OF POWER UNITS

The problem of finding optimal load of thermal power units with minimization of conventional fuel consumption and the possibility of their commitment/uncommitment is considered. The results of computational experiments on finding solutions of the problem with 40 power units and 24 time intervals of the planning period using program CPLEX 12.7.0.0 from NEOS server are presented.

1. *Стецюк П.І., Лиховид О.П., Фесюк О.В.* NLP-програми для ELD-задач завантаження енергосистеми. *Компьютерная математика*. 2016. № 2. С. 142 – 150.
2. *Лиховид А.П., Ляшко В.И., Стецюк П.И.* Задача линейного программирования с булевыми переменными для оптимальной суточной загрузки энергосистемы. Праці VI Міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень». Ужгород, УжНУ, 2012. С. 129–130.
3. Web-site of NEOS Server [Електронний ресурс]: http://www.neos-server.org/neos/.
4. *Fourer R., Gay D., Kernighan B.* AMPL: A Modeling Language for Mathematical Prog-ramming. Belmont: Duxburry Press, 2003. 517 p.

Одержано 15.03.2017