

УДК 681.518.24:004.896

ОБЗОР МЕТОДОВ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНТУРОВ В СОСТАВЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ ПРОФИЛЕЙ

Д.т.н. И.Ш. Невлюдов, С.С. Великодный, Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В данной статье освещён широкий спектр литературных источников, посвящённых решению траекторных задач, за более чем полувекковой период накопления знаний в этой области. Выполнена систематизация и структуризация существующих методов. Рассмотрены факторы, влияющие на выбор конкретных решений, дана характеристика используемым методам интерполяции.

The wide spectrum of references devoted to a solution of the trajectory tasks is covered in a given paper. The systematization and structurization of existing methods is carried out. The factors influencing to a choice of concrete solutions are considered the performance to used methods of an interpolation is given.

Введение

В настоящий момент в Украине, после затяжного экономического кризиса 90-х годов, наблюдается улучшение общего состояния промышленности, в том числе и в отраслях, смежных с машиностроением. Растёт количество выпускаемой продукции, увеличиваются доли внешних заказов, основную часть в которых, занимает высокоточное оборудование, выполняемое при непосредственном участии гибких автоматизированных производств (ГАП). В свою очередь, важнейшим звеном ГАП являются гибкие интегрированные системы (ГИС), под которыми понимаются: роботы и автоматические манипуляторы, станки с ЧПУ типа «обрабатывающий центр», контрольно-измерительные машины, динамические испытательные стенды, радиотелескопы и другие сложные объекты. Такое положение дел, создаёт предпосылки для широкого использования спектра вычислительных задач, среди которых основное место занимает задача формообразования [1].

Успешное решение этой задачи, предьявляет, прежде всего, высокие требования к исследованиям в области разработки эффективных методов интерполяции, выбор которых для формообразования конкретных поверхностей невозможен без анализа накопленных знаний в этой области, что и делает *актуальной* цель данной работы.

Целью работы является систематизация и структуризация существующих методов решения траекторных задач.

Вычислительное содержание задачи формообразования, сводящееся по существу к воспроизведению заданных траекторий, включает: движение по заданной траектории (интерполяция), ввод коррекции в расчёт эквидистанты, поддержание постоянной контурной скорости.

Задачи интерполяции траектории являются основной составляющей частью управления движением и занимают по времени не менее 35–40 % общего цикла оперативного управления [2]. Почти такими же трудоёмкими являются задачи расчёта эквидистанты, т. е. геометрического места точек, равноудалённых от основного контура, а также задачи управления контурной скоростью, решаемые на основании разложения вектора скорости на составляющие. При всех этих вычислениях основную трудность составляет воспроизведение в реальном масштабе времени значений интерполируемых функций.

1. Постановка проблемы

В настоящее время задачам формообразования посвящено значительное количество книжных публикаций. Однако основное внимание в них уделяется вопросам структурной организации микропроцессоров, системе команд, системе ввода-вывода и т. п. В то же время проблемы формирования алгоритмов интерполяции и последующая постпроцессорная обработка, являющиеся, на наш взгляд, наиболее специфичными и трудоёмкими, освещены явно недостаточно.

Исходя из поставленной цели статьи, определим ряд поставленных *задач* данного обзора:

- проанализировать литературу, посвящённую методам решения задач интерполяции;
- рассмотреть факторы, влияющие на выбор методов решения траекторных задач;
- охарактеризовать основные методы интерполяции, используемые в ГИС.

2. Анализ литературы по теме обзора

Значительные теоретические достижения и существенные практические результаты, в области моделирования кривых линий и сложных геометрических поверхностей, получены благодаря усилиям ведущих отечественных учёных: Л.М. Куценко, В.Е. Михайленко, В.М. Найдыша, В.О. Надолинного, В.А. Осипова, А.В. Павлова, О.Л. Подгорного, А.М. Подкорытова, М.М. Рыжова, И.А. Скидана, П.В. Филиппова и их научных школ; а также зарубежных учёных: И. Адамса, Р. Безье, В. Гиллоя, С. Кунса, У. Ньюмена, Д. Роджерса, Р. Ризенфорда, А. Сазерленда, И. Фергюссона, А. Фореста, Д. Швейкerta и др.

Разработке и исследованию методов и средств решения траекторных задач посвящены работы Воронова А. А., Байкова В. Д., Вашкевича С. Н., Вульфсона И. А., Карибского В. В., Левина А. А., Левина Б. К., Ратмирова В. А., Сосонкина В. Л. и некоторых других российских и зарубежных авторов.

Что же касается организаций, занимающихся этими вопросами, то среди них имеют наиболее значительные разработки: экспериментальный НИИ металлорежущих станков (ЭНИИМС), Московский завод координатно-расточных станков (МЗКРС), научно-технический центр «Приводная техника», а также производственное предприятие «Балтсистем» [3]. Однако, в настоящее время, в недостаточной степени исследованы вопросы, связанные с использованием в ГИС современных средств распознавания, малое внимание уделено рассмотрению компромиссных решений по аппаратной и программной реализации алгоритмов. Нерешёнными остаются вопросы разработки и применения проблемно-ориентированных методов и специализированных устройств интерполяции.

Для начала обзора сложившейся теоретической базы, необходимо дать характеристику работам, в которых впервые введён термин «интерполяция». К таким фундаментальным работам, прежде всего, необходимо отнести научные труды видного Российского учёного XIX века – академика П.Л. Чебышева, в них, исчерпывающе точно, была выполнена постановка математической задачи, названной проблемой «интерполяции», решение которой предполагает наличие представления о характере интерполируемой функции [4]. В этой же работе даются характеристики используемых способов интерполяции: наименьших квадратов, полиномов большой степени и др., с приведенными недостатками, заключающимися в затруднении выполнения повторяющихся несколько раз вычислений, которые связаны с трудностями определения степени выражения. В работе [5] Чебышев уже использует для интерполирования функций многократные приближённые вычисления с применением ограничений в степени искомого выражения, однако, всё же данный способ характеризуется, как имеющий большую погрешность при воспроизведении функции.

Проходит около полувека, прежде чем значительные для науки, но, по сути, одинокие научные разработки, складываются в общую теорию интерполяции, призванную решить вопросы прикладного анализа. Объединению различных методов интерполяции, их теоретическому обоснованию и связыванию их в общую идею, посвящена знаменитая монография профессора Стефенсона [6], по праву считающаяся отправной точкой в теории интерполяции. В ней, впервые, автор достиг равновесия между теорией и практикой, и приблизился к решению проблемы вычислительной погрешности.

Что же касается анализа более поздних разработок и публикаций по теме статьи, то ниже приведём наиболее значительные достижения в области существующих методов решения траекторных задач.

Наиболее широкие возможности управления и контроля формы кривой дают методы, которые предполагают локальную коррекцию геометрической поверхности: метод преобразований Г.С. Иванова, метод кривых третьего порядка Ю.И. Бадаева, метод контуров И.И. Котова, метод рациональных кривых и поверхностей В.А. Надолинного, статико-геометрический метод С.М. Ковалёва.

Среди методов непрерывного геометрического моделирования [7] необходимо отметить методы,

разрешающие получать на основании исходного точечного ряда сложную кривую, полученную суммированием участков алгебраических кривых [8]. Это методы полюсов, кривых Безье, В-сплайнов [9], сплайн-функций [10] и другие методы формирования контуров из дуг разных кривых с касанием заданного порядка на стыке [11], а также методы, направленные на формирование контуров второго порядка гладкости с закономерным изменением кривизны, разработанные в работах Ковалёва С.М., Бадаева Ю.И. и учеников их научной школы.

Перечисленные методы позволяют получить желаемый характер изменения кривизны на отдельных участках между последовательными точками исходной непрерывно заданной кривой [12]. Форма каждого участка определяется значением кривизны и положением касательных, расположенным в точках, ограничивающих участок [13]. Для достижения желаемого результата вдоль всего контура, необходимо для каждой исходной точки назначить согласованные между собой дифференциально-геометрические характеристики, учитывающие конфигурацию всей кривой [14], в то же время, все перечисленные методы, при формировании геометрических моделей контуров с закономерным изменением кривизны существенно ограничены в применении. Контролировать значения кривизны необходимо в точках стыка участков алгебраических кривых, составляющих моделируемый контур, с целью получения непрерывных значений кривизны этих участков [15]. Значения кривизны в середине участков полностью зависят от выбора кривой; влиять на значения кривизны (в конкретных точках) возможно изменением формы участков [16], которое, при одновременном контроле гладкости их стыковки, существующими методами практически невозможно осуществить.

Методы дискретного геометрического моделирования (ДГМ) имеют существенные преимущества, с точки зрения формирования дифференциально-геометрических характеристик конструируемой кривой [17].

ДГМ позволяет учитывать все возможные, по условиям поставленной задачи, решения и выбрать из них оптимальное; обеспечить высокую точность результатов при возможности широкой коррекции и высокого порядка гладкости получаемой, процессе конструирования, кривой [18].

В работах Найдыша В.М. [19], Верещаги В.М., Найдыша А.В. [20], Кветнова Р.Н. [21] разработан метод дискретной интерполяции на основании тождеств, который позволяет формировать контуры с закономерным характером изменения кривизны [22].

Значения дифференциально-геометрических характеристик и положения точек концентрации выбираются в середине соответствующих диапазонов [23], что дает возможность оценки всех возможных вариантов решения и выбора оптимального среди них.

Существует, однако, ряд недостатков, которые не позволяют, на наш взгляд, указанному методу достаточно эффективно решать поставленную задачу. Прежде всего, предложенный методом анализ исходного точечного ряда и алгоритм определения положения точек концентрации

– чрезмерно усложнённый. Эта трудоемкость заложена стремлением оценивать значения кривизны в точках дискретно-представленной кривой (ДПК), через значения производных. Метод не предлагает эффективного механизма обеспечения другого порядка гладкости конструируемой кривой. Дополнительные сложности создает то обстоятельство, при котором для предложенной расчетной схемы необходим точечный ряд, представленный на равномерной сетке.

Другие известные методы дискретной интерполяции, при наличии таких качеств как простота схемы концентрации точечного ряда [24], автоматизм формирования ряда дифференциально-геометрических характеристик [25], простота критериев оценки характеристик сформированной ДПК [26] не обеспечивают решение задачи конструирования кривой с закономерным изменением значений кривизны.

3. Факторы, влияющие на выбор методов

Вопросы анализа методов и средств решения траекторных задач возникают, с одной стороны, в связи с широким выбором тех и других, а с другой – из-за разнообразия технических требований и специфики решаемых задач.

В качестве средств реализации, в настоящее время, широко используется современная микропроцессорная техника с программной и микропрограммной реализацией алгоритмов. Что же касается методов вычислений, то здесь главным образом используются традиционные, разработанные на первых стадиях развития систем ЧПУ [27].

Не вдаваясь в подробности оптимального взаимоотношения методов, а следовательно, алгоритмов и средств решения траекторных задач, укажем только, что каждому выбранному виду средств соответствует свой метод вычислений и обратно – для любого метода можно выбрать оптимальные средства его реализации [28]. Естественно, что при этом, в первую очередь, необходимо учитывать набор технических требований, предъявляемым к ГИС. Перечислим основные из них: точность интерполяции $h = 0,01 \div 0,001$ мм; максимальные геометрические размеры, задаваемые в кадре программы, 10 м; максимальная скорость обработки (ускоренный ход) от 10 до 12 м/мин; частота следящего привода не превышает 500 Гц.

При исследовании методов решения траекторных задач необходимо учитывать ряд факторов, влияющих на их выбор, главными из которых являются следующие.

1. Специфика решаемых задач. Учитывая, что контуры многих простых деталей, обрабатываемых на станках с ЧПУ, ограничены отрезками прямых и дуг окружностей, целесообразно использовать те методы, которые позволяют воспроизводить линейные и круговые перемещения наиболее просто и с требуемой скоростью. Однако, эти методы малоэффективны в задачах с интерполяцией сложных геометрических поверхностей, где применение их влечёт за собой использование большого количества структурных примитивов для достижения требуемой точности, а также доработку контура на профилешлифовальном станке или по шаблону.

2. Универсальность методов. Универсальность, т. е. возможность использования алгоритмов, получаемых на основе выбранных методов для решения широкого круга траекторных задач без существенного изменения структуры алгоритмов. При этом сокращается объём памяти, необходимый для хранения программ, уменьшается время их подготовки и отладки и, как следствие, повышается надёжность функционирования.

Учитывая перечисленные факторы, целесообразно дать характеристику следующим методам: *оценочной функции (ОФ), цифровых дифференциальных анализаторов (ЦДА), итерационному – «цифра за цифрой», таблично-алгоритмическому.*

Первые два указанных метода являются традиционными для систем ЧПУ и наиболее распространёнными. Указанные методы впервые были использованы при разработке систем управления движением с шаговыми двигателями [29], осуществляющими единичные дискретные перемещения в ответ на каждый импульс, получаемый от устройств управления [30]. Разработанные на начальных стадиях их развития, алгоритмы, на основе этих методов, постоянно совершенствуются с учётом расширяющихся функциональных требований к системам.

Возможность применения методов «цифра за цифрой» и таблично-алгоритмического в ГИС возникла с использованием сглаживающих динамических свойств сервоприводов [31]. При этом вместо последовательности импульсов высокой частоты предусматривается определение приращений координат траекторий в виде многоразрядных кодов («кодовая» интерполяция) [32]. Использование методов «цифра за цифрой» и таблично-алгоритмического в системах ЧПУ базируется на указанной «кодовой» интерполяции [33] и высокой универсальности алгоритмов, получаемых на их основе [34]. Последнее обстоятельство особенно важно при сложном формообразовании, требующем воспроизведения различных функциональных зависимостей и, в первую очередь, прямых и обратных тригонометрических функций [35].

3.1. Метод оценочной функции

При использовании алгоритмов, работающих по методу ОФ, моделируется алгебраическое уравнение воспроизводимой кривой [36]. Сущность метода состоит в том, что в результате шага по какой-либо управляемой координате, вычисляется вспомогательная функция F , знак которой определяет направление следующего шага, причём перемещение, возникающее в результате этого шага, приближает обрабатываемую траекторию к реальной кривой. Оценку точности метода можно производить так же, как и при шаговой интерполяции, поскольку в алгоритмах кодовой интерполяции последний шаг всегда единичный [37].

Погрешность интерполяции может быть уменьшена примерно вдвое, если использовать модифицированные методы. Так, в работе [38] снижение погрешности достигается тем, что производится интерполяция прямой, параллельной заданной, смещённой на половину дискреты по оси X . При интерполяции по методу модифицированной ОФ, шаг производится либо по оси X , либо по осям X и Y одновременно.

Сравнение протяжённости алгоритмов

Период несущей частоты T, Гц	Точность отработки h, мм	Угол наклона прямой k, °	Протяжённость, число команд	
			«Алгоритм Л1»	«Алгоритм Л2»
300	0,01	10	154	275
		35	182	240
	0,001	10	300	473
		35	315	334
500	0,01	10	141	235
		35	156	212
	0,001	10	266	472
		35	290	354

Из табл. 1 видно, что протяжённость Л2, в среднем, на 40% больше протяжённости Л1. Близкой к этой оценке будет оценка для круговой интерполяции. Хотя протяжённость Л2 и К2 оказывается несколько выше, чем у Л1 и К1, необходимо отметить, что при круговой интерполяции, отпадает необходимость в расчёте межтактовых приращений по ведущей координате для каждого интерполяционного цикла, поэтому реальное время расчёта по К1 должно быть увеличено примерно вдвое.

3.2. Метод цифровых дифференциальных анализаторов

При интерполяции по методу ЦДА моделируется дифференциальное уравнение воспроизводимой кривой. Теория ЦДА хорошо разработана [40]. Основным устройством ЦДА является цифровой интегратор, представляющий собой блок, который выполняет приближённое вычисление определённого интеграла по одной из формул численного интегрирования.

Наиболее простое приближённое вычисление определённого интеграла выполняется по первой формуле Эйлера (метод правых прямоугольников). Следует заметить, что применение алгоритмов с интегрированием по точным методам, которые обычно используются в цифровых интеграторах с многоразрядными приращениями [40], для реализации линейной и круговой кодовой интерполяции в микропроцессорных системах ЧПУ нецелесообразно. Это обусловлено тем, что, во-первых, методическая погрешность алгоритмов с интегрированием по простейшему методу прямоугольников является удовлетворительной, а, во-вторых, при микропроцессорной реализации алгоритмов, работающих по точным методам, резко возрастает время вычислений.

Процесс интегрирования сводится к суммированию приращений подынтегральной функции путём получения его текущего значения, которое прибавляется к предыдущему значению суммы, образуя значение интеграла в каждой точке.

Общий метод построения дифференциальных уравнений, для которых заданные кривые являются решением, описан В.С. Кулебакиным и назван методом $K(D)$ -преобразования. Для воспроизведения простейших кривых (прямой и окружности), отыскание дифференциальных уравнений осуществляется прямым путём [41 – 43].

Касательно погрешности обработки прямых без использования модифицированной ОФ и с её использованием, то в первом случае, погрешность составляет приблизительно 0,7 единиц дискретности, во втором – около 0,4 [39].

Использование метода ОФ позволяет обрабатывать не только прямые и окружности, но и некоторые кривые второго порядка [31], а также вычислять некоторые тригонометрические [35] и другие элементарные функции [39]. Однако, при использовании данного метода, в задачах формообразования, требующих достаточно высокой точности – погрешности отработки будут настолько велики, что вряд ли удовлетворят поставленным требованиям.

Достаточно большое количество работ посвящено рассмотрению различных предложений по расчётам систем ОФ с помощью классических методов дискретного целочисленного программирования [40]. Суть алгоритмов, основанных на этих методах, заключается в том, что в каждом цикле расчёта приращений необходимо минимизировать соответствующие целевые функции в форме с неотрицательными коэффициентами и переменными при ограничениях в форме.

Примерами алгоритмов с переменным шагом интерполяции, являются алгоритмы, рассмотренные в работах [30, 36, 37]. Следует отметить, что при использовании этих алгоритмов, предварительно необходимо рассчитать начальные установки, в зависимости от скоростных и геометрических показателей обработки кадра, причём эти расчёты выполняются как разовые вычисления во время обработки предыдущего кадра программы. Окончание отработки перемещений в кадре контролируется вне этих алгоритмов.

В [36] подробно рассмотрена работа широко применяемого алгоритма линейной интерполяции. Во многих работах, посвящённых интерполяции по методу ОФ, этот алгоритм используется как базовый для решения практически всех траекторных задач, в т. ч. и задач построения винтовой линии [41].

В работе [30] рассматривается алгоритм линейной интерполяции, в котором (как и в предыдущем) этапы подготовки данных и условия окончания отработки всего участка остаются за пределами алгоритма.

Относительно основных недостатков рассмотренных алгоритмов линейной и круговой интерполяции (или обозначим их как алгоритмы Л1, К1 и Л2, К2 из [30]), то, обязательно, следует отметить зависимость времени от отработки различных факторов.

Протяжённость [42], т. е. число команд, последовательно выполняемых вычислителем для отработки приращений по алгоритмам [30, 36], зависит не только от скорости подачи, но и от периода постоянной несущей частоты, дискретности и, кроме того, от наклона прямой для линейной интерполяции и координат точки окружности, так как от этого зависит величина приращения по ведущей координате. В табл. 1 даны величины протяжённости алгоритмов линейной интерполяции [2]. Анализ алгоритмов показывает, что они имеют избыточность в числе шагов по ведомой координате, т. к. величина шага меняется только после того, как ОФ станет положительной.

Применительно к реализации по методу ЦДА линейной и круговой кодовой интерполяции, независимой переменной является $\tau = 1/f$, где f – частота вычислений, определяемая частотой следящего привода. Погрешность интерполяции оценивается расстоянием по нормали от текущего значения координат до идеальной прямой.

Полная погрешность обработки окружности складывается из методической (погрешность из-за замены интеграла конечной суммой, т. е. квантование функции по аргументу) и инструментальной погрешности, величина которой зависит от числа дополнительных разрядов дробной части операндов [44].

Произведя анализ алгоритмов, работающих по данному методу, с точки зрения их точности и выбора наиболее простой реализации, удовлетворяющей типовым техническим требованиям, необходимо сделать следующие сравнительные заключения:

- при определении шаговой и накопленной погрешности по радиусу на каждом шаге интерполяции обеих координат, алгоритм И1 [45] имеет погрешность втрое большую, чем алгоритм И2, который имеет максимум погрешности в середине квадранта;

- погрешность по радиусу можно значительно снизить, если чередовать порядок вычислений, т. е. применяя интегрирование по методу прямоугольников с недостатком и избытком с чередованием от шага к шагу;

- ещё более значительное снижение погрешности можно осуществить путём комбинации её на каждом шаге [46].

Исходя из этих заключений, на данном этапе, наиболее целесообразно остановиться на применении алгоритма круговой интерполяции по методу ЦДА, модификация которого предложена в [47].

3.3. Метод «цифра за цифрой»

Алгоритмы, работающие по итерационному методу «цифра за цифрой», нашли широкое применение для решения задач преобразования координат [48, 49]. Это объясняется тем, что с помощью таких алгоритмов, путём задания соответствующих начальных условий, можно выполнить: поворот осей координат; преобразование из прямоугольной системы координат в полярную и наоборот. Данные преобразования координат могут быть выполнены не только на плоскости, но и в пространстве [50, 51], что позволяет использовать алгоритмы «цифра за цифрой» в устройствах ЧПУ [32, 34].

Одним из достоинств этого метода при реализации в микропроцессорных системах, является отсутствие «длинных» операций умножения и деления, а весь вычислительный процесс сводится к операциям сдвига, сложения и вычитания, что весьма существенно. Указанные алгоритмы реализуются во много раз быстрее, чем традиционные алгоритмы преобразования координат, требующие выполнения ряда операций умножения, деления и вычитания функций через разложение их в ряды [50].

Погрешность метода «цифра за цифрой» обусловлена усечением итерационного процесса и зависит от числа итераций.

Подробно вопросы точности различных алгоритмов, работающих по методу «цифра за цифрой», рассмотрены в

[50]. Алгоритмы реализуются по двум основным способам – Волдера и Меджита, названным так по именам авторов, впервые их описавших. Сравнение производилось с целью выявления лучшего по быстродействию, поскольку по функциональным возможностям и составу операторов данные алгоритмы – идентичны.

Главное отличие этих алгоритмов состоит в том, что при реализации по способу Волдера – этапы вычисления выполняются одновременно и составляют единый процесс, в то время как последовательный характер выполнения вычислительных этапов – отличительная особенность реализации способа Меджита.

Сопоставление по точности этих двух способов, позволяет отметить, что погрешности способа Меджита меньше соответствующих погрешностей способа Волдера, причём первые, выраженные в единицах младшего разряда, практически не зависят от разрядности представления чисел, а вот для ограничения вторых в пределах младшего разряда – требуется 3 – 4 дополнительных разряда [51].

Учитывая, что число прочих операций для алгоритмов – примерно одинаково, следует отдать предпочтение способу Меджита, по причине повышенных требований способа Волдера относительно трёх дополнительных разрядов для обеспечения аналогичной точности [50].

В общем случае, при сравнении алгоритмов, разработанных на основе метода «цифра за цифрой», с алгоритмами по методу ЦДА, для решения одинаковых задач, занимают байтовый объём на 15 – 20 % меньше и скорость для вычисления приращений возрастает примерно в 15 раз [52].

3.4. Таблично-алгоритмический метод

Табличные методы вычислений применялись ещё в первых моделях ЭВМ. Однако, в дальнейшем, они были вытеснены алгоритмическими методами, реализация которых целесообразна в интерполяторах высокой точности.

Наибольшее распространение получили таблично-алгоритмические методы вычислений, сочетающие поиск по таблице грубого значения результата, определяемого старшей частью аргумента с вычисляемой поправкой, зависящей от младшей части.

Процесс вычисления, при использовании таблично-алгоритмического метода, будет состоять из двух этапов. На первом этапе, с помощью некоторого алгоритма, вычисляются величины $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, на втором – выполняются операции умножения и вычисляются приращения (для случая обработки окружности против часовой стрелки) [53].

Главным преимуществом таблично-алгоритмического метода, по сравнению с методом ЦДА, является отсутствие накапливающейся погрешности (для круговой интерполяции). Точность расчёта координат будет определяться погрешностью вычисления функций $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, а также операций умножения [45]. Таблично-алгоритмический метод является развитием табличного метода и обладает тем преимуществом, что позволяет значительно сократить объём таблиц за счёт некоторого увеличения времени вычисления при

использовании аппроксимации функции полиномами различного порядка [54, 55].

Наиболее распространена линейная аппроксимация, позволяющая получить меньшие схемные затраты и минимальное время вычисления [56, 57], кроме того, главным достоинством является то, что в основной части этого алгоритма используется всего 2 оператора (сдвига и сложения-вычитания). Поскольку остальные введённые операторы выполняются однократно – они не вносят существенной задержки во время реализации алгоритма. Аппроксимация полиномами второго и более высокого порядка, хотя и даёт большую экономию памяти, но используется гораздо реже, поскольку требует значительных временных затрат. Один из возможных способов вычисления функции с параболической аппроксимацией в промежуточных точках без использования операций умножения предложен в [31]. Время вычисления функций и объём ПЗУ зависят от принятого алгоритма вычисления промежуточных точек полинома, аппроксимирующего функцию.

Повышения быстродействия алгоритмов можно достигнуть за счет учёта специфических особенностей кодовой круговой интерполяции [58].

Первый подход, впервые предложенный в работе [59], заключается в использовании комбинации двух методов: ЦДА и оценочной функции. В работе [45] приводится методическая погрешность для различных модификаций алгоритма.

Ещё одним практическим применением алгоритма линейной интерполяции – является вычисление различных функциональных зависимостей [60], необходимость определения которых возникает, например, в случае сложного формообразования [61].

Анализ алгоритмов на основе таблично-алгоритмического метода, позволяет сделать следующие выводы:

- данные алгоритмы кодовой интерполяции позволяют увеличить скорость отработки приращений, по сравнению с описанными выше, а модификация алгоритма линейной интерполяции позволила значительно сократить время расчёта приращений на участках с постоянной контурной скоростью [62];

- по точности, алгоритмы занимают промежуточное положение между ЦДА- и ОФ-алгоритмами, поскольку в рассматриваемых отсутствует накапливающаяся погрешность;

- с помощью алгоритмов кодовой интерполяции можно рассчитывать и корректировать контур эквидистанты [63], а также вычислять различные функциональные зависимости [64], т.е. выполнять практически все основные задачи формообразования, организуя, соответствующим образом, промежуточные вычисления и начальные установки, что даёт возможность существенно уменьшить объём и, следовательно, сократить время разработки и отладки программ.

Выводы

Из проведенного обзора видно, что современные ГИС позволяют реализовать практически любые законы управления, однако, присущий цифровым вычислительным устройствам последовательный характер реализации алгоритмов, требует разработку

проблемно-ориентированного математического обеспечения, основанного на эффективных вычислительных методах, адекватно описывающих в аналитическом виде пространственное размещение исследуемых геометрических поверхностей и контуров, при которых обеспечиваются высокое быстродействие и наивысшая точность описания траекторий.

Новые научные результаты заключаются в следующем: впервые авторами был обработан столь широкий спектр литературных источников, посвящённых теме статьи, а также охвачен большой временной период публикаций (начиная с возникновения рассматриваемых понятий на первых стадиях развития ГИС и до наших дней).

Практическое значение проведенного обзора состоит не только в структурировании применяемых методов решения траекторных задач, но и в появившейся возможности выбора нетривиальных методов при сложных задачах формообразования поверхностей, состоящих из эллиптических, гиперболических и параболических профилей.

Перспективы развития. На основании результатов данной работы, будет выполнен подбор современных технологий автоматизированного проектирования, способных выполнять конструирование, анализ и технологическую подготовку производств, выдерживающих повышенные требования относительно степени сложности конструкций, сокращения сроков выполнения заказов и усиления конкурентной борьбы на рынке.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Агурский М.С., Вульфсон И.А., Ратмиров В.А. Числовое программное управление станками. – М.: Машиностроение, 1966. – 380 с.
2. Байков В.Д., Вашкевич С.Н. Решение траекторных задач в микропроцессорных системах ЧПУ; Под ред. В.Б. Смолова. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1986. – 106 с.
3. Калачёв Ю.Н. Станочный электропривод переменного тока серии «Вектор»: опыт внедрения // Новости приводной техники. – 2003. – №8 (28). – С. 1.
4. Чебышев П.Л. Обь интерполировании: Прил. кь IV-му т. зап. Имп. Акад. наукь №5. – СПб.: Тип. Имп. Акад. наукь, 1864. – 23 с.
5. Чебышев П.Л. Обь интерполировании величинь равноотстоящихь: Прил. кь XXV-му т. зап. Имп. Акад. наукь №5. – СПб.: Тип. Имп. Акад. наукь, 1875. – 30 с.
6. Steffensen J.F. Interpolation. – Baltimore: The Williams & Wilkins Company, 1927. – 204 p.
7. Селиванова В.И. Этоды об экстраполяции. – М.: Изд-во ВЗПИ, 1992. – 222 с.
8. Половко А., Бутусов П. Интерполяция. Методы и компьютерные технологии их реализации. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 320 с.
9. Александров Л., Баранов Д.Б., Йотов П. Полиномиальные сплайны, точно воспроизводящие простые числа. – Дубна: ОИЯИ, 2002. – 19 с.
10. Назаренко М.О. Изогеометричне сплайн-відновлення плоских кривих // Укр. мат. журн. – 2000. – Т. 52, №1. – С. 100–105.
11. Аульченко С.М., Латынов А.Ф., Никуличев Е.В. Построение кривых с помощью параметрических полиномов // Журн. вычислит. матем. и мат. физики. – 1998. – Т. 38, №12. – С. 1267–1275.
12. Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. – Харків: Основа, 2002. – 543 с.
13. Литвин О. Н. Интерполирование функций: Учеб. пособ. – К.: УМК ВО, 1988. – 31 с.
14. Привалов А.А. Теория интерполирования функций. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1990. – 229 с.
15. Смоляк С.А. Интерполяция функций нескольких нечисловых переменных // Экономика и математические методы. – 2006. – Т. 42, №3. – С. 105–121.

16. *Найдыш А.В., Малкина В.М.* Аппроксимация непрерывных кривых полиномами различного вида // Тр. Таврич. гос. агротехн. акад. – Мелитополь: Изд-во ТГАТА, 1999. – Вып. 4. – С. 53–55.
17. *Гавриленко Е.А.* Конструирование дискретно-представленной кривой при стыковке прямолинейного и криволинейного участков // Труды ТГАТА. – Мелитополь: Изд-во ТГАТА, 1998. – Т.4, Вып. 4. – С. 55–58.
18. *Гавриленко Е.А.* Анализ дискретно представленной кривой на возможность контроля кривизны при её конструировании // Труды ТГАТА. – Мелитополь: Изд-во ТГАТА, 1998. – Т.4, Вып. 4. – С. 51–54.
19. *Найдыш В.М., Гавриленко С.А., Митин В.М.* Розв'язання прикладних задач дискретної інтерполяції з використанням алгоритму формування обводу з монотонною зміною кривини // Праці ТДАТА. – Мелітополь: Вид-во ТДАТА, 2003. – Т.19, Вып. 4. – С. 49–52.
20. *Найдыш А.В., Щербина В.М.* Неосцилююча інтерполяція плоских дискретно поданих спіралевидних кривих // Прикл. геометрія та інж. графіка: Міжвід. наук.-техн. зб. – К., 1999. – Вып. 66. – С. 54–57.
21. *Кветний Р.Н., Кострова К.Ю., Богач И.В.* Интерполяція самоподібними множинами. – Вінниця: Універсум-Вінниця, 2005. – 99 с.
22. *Гавриленко С.А.* Дискретна інтерполяція плоских одновимірних обводів з закономірною зміною кривини: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Тавр. держ. агротехн. акад. – Мелітополь, 2004. – 18 с.
23. *Шенарович Л.Б.* Інтерполяційні послідовності деяких класів функцій, аналітичних в крузі: Автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.01.01 / Львів. нац. ун-т ім. І. Франка. – Л., 2001. – 16 с.
24. *Пагіря М.М.* Інтерполювання функцій багатьох змінних гіллястими ланцюговими дробами: Автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.01.01 / Львів. держ. ун-т ім. І. Я. Франка. – Л., 1996. – 16 с.
25. *Кострова К.Ю.* Розробка методу і алгоритмів інтерполяції самоподібними множинами: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02 / Вінниц. держ. техн. ун-т. – Вінниця, 2000. – 19 с.
26. *Крикова І.В.* Опис поверхонь на основі експериментальних даних з допомогою інтерлінації функцій та його застосування: Автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.01.07 / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова. – К., 1998. – 18 с.
27. *Цифровые аналоги для систем автоматического управления / А.А. Воронов, М.Б. Игнатъев, Г.Н. Соколов и др. – М.: Машгиз, 1960. – 196 с.*
28. *Байков В.Д., Вашкевич С.Н.* Средства реализации алгоритмов интерполяции в современных системах ЧПУ станками // Изв. ЛЭТИ. – 1980. – Вып. 278. С. 44–49.
29. *Ратмиров В.А.* Основы программного управления станками. – М.: Машиностроение, 1978. – 240 с.
30. *Вашкевич С.Н.* Алгоритмы интерполяции для систем ЧПУ класса CNC // Вычислительная техника в автоматизированных системах контроля и управления. – Пенза, 1990. – Вып. 10. – С. 37–47.
31. *Bergren C.A. Do parabolic interpolation with less memory // Contr. and Engn. – 1985. – Vol. 22, #5. – P. 44–45.*
32. *Байков В.Д., Вашкевич С.Н.* Решение задач интерполяции в системах ЧПУ // Станки и инструмент. – 1981. – № 6. – С. 16–17.
33. *Вашкевич С.Н.* Алгоритмы формообразования для микропроцессорных систем числового программного управления // Автоматизация процессов обработки первичной информации. Межвуз. сб. науч. тр. – 1990. – Вып. 8. – С. 28–31.
34. *Башарин А.В., Грицай А.С., Коровин Б.Г.* Тенденции программирования линейной интерполяции в устройствах числового программного управления // Изв. ЛЭТИ. – 1989. – Вып. 251. – С. 3–8.
35. *Левин А.А.* Алгоритм сложного формообразования для систем ЧПУ на основе ЭВМ // Системы числового управления и перспективы их развития. – М.: Машиностроение, 1985. – С. 12–42.
36. *Левин Б.К., Ратмиров В.А.* Основные алгоритмы микропроцессорных систем ЧПУ // Станки и инструмент. – 1989. – №9. – С. 6–8.
37. *Вашкевич С.Н.* Алгоритмы для решения задач формообразования в микропроцессорных системах ЧПУ // Станки и инструмент. – 1986. – №11. – С. 29–30.
38. *Danielson P.-E.* Comments on circle generator for display devices // Comput. Graph. and Image Process. – 1990. – Vol. 7, #2. – P. 89–96.
39. *Федоренко М.П.* Воспроизведение элементарных функций с использованием интерполяторов, работающих по методу оценочной функции // Автоматизация проектирования в машиностроении. – Минск, 1986. – С. 24–29.
40. *Сосонкин В.Л.* Микропроцессорные системы числового программного управления станками. – М.: Машиностроение, 1985. – 288 с.
41. *Анисимов Д.В., Реутов П.А.* Трёхкоординатная линейно-круговая интерполяция по методу оценочной функции // Станки и инструмент. – 1986. – №5. – С. 4–5.
42. *Пранцивили И.В.* Микропроцессоры и микро-ЭВМ. – М.: Энергия, 1989. – 232 с.
43. *Калев А.В.* Теория цифровых интегрирующих машин и структур. – М.: Сов. радио, 1970. – 471 с.
44. *Косем Г.Я.* Мини-ЭВМ в числовом программном управлении металлорежущими станками // Электроника. – 1973. – №8. – С. 46–54.
45. *Бреслав И.З., Томашевская И.Н.* Структура и точность кругового интерполатора с большим шагом интерполяции // Станки с ЧПУ, участки и автоматизированные линии на их основе: Материалы семинара. – М.: МДНТП, 1984. – С. 96–102.
46. *Bergren C.A.* A simple algorithm for circular interpolation // Contr. and Engn. – 1971. – Vol. 18, #9. – P.57–59.
47. *Milner D.A.* Some aspects of computer numerical control with reference to interpolation // Trans. ASME. – 1976. – Vol. 78, #3. – P.883–889.
48. *Парини Д.* «Дивик» решает комплекс навигационных вопросов // Электроника. – 1976. – №18. – С. 30–38.
49. *Andrews M., Eggerding D.A.* A pipelined computer architecture for unified elementary function evaluation // Comput. and Elec. Eng. – 1979. – Vol. 5, #2. – P. 189–202.
50. *Байков В.Д., Смолов В.В.* Аппаратурная реализация элементарных функций в ЦВМ. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1975. – 96 с.
51. *Духнич Е.И., Митраков В.А., Титова С.В.* Анализ погрешностей алгоритма дискретного преобразования координат // Изв. Северо-Кавказского науч. центра высшей школы. Техн. науки. – 1989. – №2. – С. 16–18.
52. *Оранский А.М.* Аппаратные методы в цифровой вычислительной технике. – Минск: Изд-во БГУ им. В.И. Ленина, 1987. – 208 с.
53. *Вашкевич С.Н.* Алгоритмы интерполяции для систем группового управления станками // Механизация и автоматизация управления. – 1984. – №2. – С. 32–34.
54. *Andrews M., Eggerding D.A.* A pipelined computer architecture for unified elementary function evaluation // Comput. and Elec. Eng. – 1979. – Vol. 5, #2. – P. 189–202.
55. *Баканов А.Е., Вашкевич С.Н., Плотников А.В.* Специализированный процессор для многопроцессорных систем обработки информации // Многопроцессорные вычислительные структуры. Межвуз. темат. науч. сб. – 1991. – Вып. 3. – С. 26–28.
56. *Программное управление станками / В.Л. Сосонкин, О.П. Михайлов, Ю.А. Павлов и др. – М.: Машиностроение, 1991. – 398 с.*
57. *Платонов В.А.* Цифровая интерполяция в ЦИМ // Однородные цифровые и интегрирующие структуры. Межвуз. сб. науч. тр. – 1984. – Вып. 1. – С. 95–101.
58. *Хаусхолдер А.С.* Основы численного анализа. – М.: Иностран. лит-ра, 1976. – 320 с.
59. *Вашкевич С.Н.* Микропроцессорная реализация алгоритмов интерполяции в системах числового программного управления // Вычислительная техника в автоматизированных системах контроля и управления. – Пенза, 1981. – Вып. 11. – С. 117–122.
60. *Улановский В.П., Хованский Г.С.* Интерполирование табличных функций многих переменных. – М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1963. – 75 с.
61. *Ильин В.А., Попов Ю.А.* О выборе узлов интерполирования при вычислении функций многих переменных таблично-интерполяционными методами // Инженерно-математические методы в физике и кибернетике. – М.: Изд-во МИФИ, 1978. – №7. – С. 55–59.
62. *Простаков О.Г., Раисов Ю.А., Тройников В.С.* Многокоординатный цифровой интерполатор // Вестник Харьковского политехнического института. – 1972. – №66. – С. 3–14.
63. *Дембовский М.Л., Дорский И.Е.* Построение эквидистанты для получения контуров заданной конфигурации на станках с ЧПУ // Вычислительная техника в машиностроении. – Минск, 1973. – С. 46–58.
64. *Вопросы эффективной реализации алгоритмов интерполяции на микропроцессорных средствах / В.Д. Байков, В.В. Васильев, С.Н. Вашкевич и др. – Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ, 1979. – Вып. 13. – С. 99–106.*