

УДК 621.317.37

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗОВОГО СДВИГА ДВУХ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПО СУММАРНОЙ ФУНКЦИИ ДВУХ ПОЛУПЕРИОДНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

К.т.н. С.А. Тышко¹, к.т.н. В.Г. Смоляр², к.воен.н. О.Е. Забула³, Ю.Н. Черниченко³

1. Харьковское представительство генерального заказчика Государственного космического агентства Украины, г. Харьков
2. Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, г. Полтава
3. Национальная Академия Национальной гвардии Украины, г. Харьков

В статье проведен анализ известных методов измерения фазового сдвига двух гармонических сигналов, определены их недостатки. Предложена геометрическая и физическая интерпретация основных характеристик сигнала, полученного в результате сложения двух синусоидальных сигналов, которые имеют некоторый фазовый сдвиг, и определен их модуль. Предложена векторная диаграмма в полярной системе координат для модуля двух синусоидальных сигналов, которые имеют некоторый фазовый сдвиг. На основе анализа векторной диаграммы предложены аналитические соотношения, устанавливающие взаимосвязь между моментами суммарной функции и фазовым сдвигом.

У статті проведено аналіз відомих методів вимірювання фазового зсуву двох гармонічних сигналів, визначено їх недоліки. Запропоновано геометрична і фізична інтерпретація основних характеристик сигналу, отриманого в результаті складання двох синусоїдальних сигналів, які мають певний фазовий зсув, і визначено їх модуль. Запропоновано векторна діаграма в полярній системі координат для модуля двох синусоїдальних сигналів, які мають певний фазовий зсув. На основі аналізу векторної діаграми запропоновані аналітичні співвідношення, які визначають взаємозв'язок між моментами сумарної функції і фазовим зсувом.

The article analyzes the known methods for measuring the phase shift of two harmonic signals, and their shortcomings are determined. A geometric and physical interpretation of the main characteristics of the signal obtained as a result of the addition of two sinusoidal signals that have a certain phase shift is proposed, and their modulus is determined. A vector diagram is proposed in the polar coordinate system for the module of two sinusoidal signals, which have a certain phase shift. On the basis of the analysis of the vector diagram, analytical relations are proposed that establish the relationship between the moments of the total function and the phase shift.

Ключевые слова: фазовый сдвиг, гармонический сигнал, максимум функции, экстремум, фазометрия.

Введение

Фазоизмерительное преобразование различных физических процессов в фазовый сдвиг гармонических сигналов обеспечивает высокие метрологические характеристики. Поэтому фазометрия, как метод преобразования и измерения, давно вышла за границы традиционного использования в радиотехнике [1].

В настоящее время широкое применение фазовые методы измерения находят в радиолокации и

радионавигации, авиационной и космической техниках, геодезии, машиностроении, связи, в системах неразрушающего контроля, и с успехом используется в экспериментальной физике, радиофизике, экспериментальной медицине, современных областях науки и техники при проведении прецизионных измерений и многих других отраслях [1,2].

Фазовые методы измерения и созданные на его основе измерительные системы позволяют решать значительный круг научно-технических задач, которые связаны с высокоточными измерениями расстояний, временных интервалов, углов и анализа характеристик сигнальных полей различной физической природы (электромагнитных, оптических, акустических) [3, 4].

Анализ литературы

Наиболее полная классификация методов измерения фазовых сдвигов гармонических сигналов приведена в работе [1, 3, 5].

По принципу проведения измерения методы фазометрии делятся на компенсационные и методы преобразования фазового сдвига в другие величины – напряжение, временной интервал, геометрические параметры осциллографических изображений исследуемых сигналов.

Указанные методы отличаются один от одного технической реализацией, сложностью и точностью.

Рассмотрим способы реализации каждого известного метода.

Компенсационный метод основывается на процессе уравнивания (компенсации) фазового сдвига $\varphi \in [0, 2\pi)$ между измеряемыми гармоническими сигналами, то есть сведение к нулю фазового сдвига за счет регулировки фазы одного из сигналов с помощью регулируемого фазовращателя (меры фазового сдвига). Данный метод обеспечивает достижение высокой точности измерения, близкой к точности фазовращателя [4,5].

Методы измерения на основе преобразования фазового сдвига в другие сигналы позволяют определять значение фазового сдвига сигналов после их преобразования в другие промежуточные величины, которые удобно использовать для измерения. К таким промежуточным величинам относятся напряжение, сила тока, временные интервалы.

Цель статьи. Дать геометрическую и физическую интерпретации основных характеристик периодического сигнала, полученного в результате сложения модуля двух синусоидальных сигналов. Предложить аналитические

соотношения, устанавливающие взаимосвязь между характеристиками выше указанного сигнала и фазовым сдвигом двух гармонических сигналов.

Основная часть

Пусть существует два гармонических сигнала $u_1(t)$ и $u_2(t)$, которые имеют фазовый сдвиг один относительно другого равный $\Delta\varphi$, принадлежащий интервалу от 0 до 2π . Исходя из того, что измерения фазового сдвига являются относительными измерениями, тогда запишем изменения сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$, в виде:

$$u_1(t) = U_{m1} \cos(2\pi ft),$$

$$u_2(t) = U_{m2} \cos(2\pi ft + \Delta\varphi)$$

где: U_{m1} , U_{m2} - амплитуда сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ соответственно;

$f = \frac{1}{T}$ - частота сигналов; T - период следования сигнала.

Сигналы $u_1(t)$ и $u_2(t)$ поступают на двухполупериодный преобразователь, в результате чего получим:

$$u'_1(t) = |u_1(t)| = |U_{m1} \cos(2\pi ft)|,$$

$$u'_2(t) = |u_2(t)| = |U_{m2} \cos(2\pi ft + \Delta\varphi)|.$$

Просуммировав сигналы $u'_1(t)$ и $u'_2(t)$, получим:

$$u'_{\Sigma}(t) = U_{1\min} + \frac{U_{1\min} - U_{2\min}}{t_{1,2}} t +$$

$$(U'_{1\max} - \frac{U_{1\min} + U_{2\min}}{2}) \sin\left(\left(2f - \frac{2\pi f}{\Delta\varphi}\right)t\right)$$

для $0 \leq t < t_2$

$$u'_{\Sigma}(t) = U_{2\min} + \frac{U_{2\min} - U_{1\min}}{t_{2,3}} t +$$

$$+ (U'_{2\max} - \frac{U_{2\min} + U_{1\min}}{2}) \sin\left(\left(\frac{2\pi f}{\Delta\varphi}\right)t\right)$$

для $t_2 \leq t \leq t_3$

$$\text{где } U'_{1\max} = (U_{m1} + U_{m2}) \cos \frac{\Delta\varphi}{2},$$

$$U'_{2\max} = (U_{m1} + U_{m2}) \sin \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Временная диаграмма данного сигнала представлена на рис. 1.

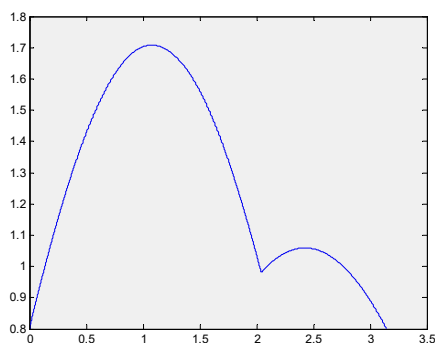


Рис.1. Временная диаграмма сигнала $u'_{\Sigma}(t)$

Как показано в [6], сигнал $u'_{\Sigma}(t)$ является периодическим с периодом $T' = \frac{1}{2f}$. При этом сигнал

$u'_{\Sigma}(t)$ имеет два локальных минимума $U_{1\min}$ и $U_{2\min}$, которые соответствуют моментам времени $t_1 + nT'$, и $t_2 + nT'$ соответственно, где n может принимать любое целое число от 0 до бесконечности, а также два локальных максимума $U_{1\max}$, $U_{2\max}$.

Как показано в [6, 7], при разных значениях фазового сдвига $\Delta\varphi$ изменяются значения как временных характеристик сигнала $u'_{\Sigma}(t)$ (интервалы времени между локальными минимумами $U_{1\min}$ и $U_{2\min}$), так и уровни значения $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ и $U_{1\max}$, $U_{2\max}$.

Рассмотрим возможность определения значения фазового сдвига $\Delta\varphi$ по известным значениям длительности временных интервалов $\Delta t_{2,1} = t_2 - t_1$ и $\Delta t_{1,2} = t_1 - t_2$.

В зависимости от значения фазового сдвига $\Delta\varphi$ между двумя гармоническими сигналами временной интервал $\Delta t_{2,1}$ определяется следующими соотношениями [6,7]:

$$\Delta t_{2,1} = \frac{1}{2f} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi f}.$$

Тогда, исходя из выше указанного, значение фазового сдвига $\Delta\varphi$, по известному значению временного интервала $\Delta t_{2,1}$ и частоты сигналов $f = \frac{1}{T}$ определяется как:

$$\Delta\varphi = \pi - 2\pi f \Delta t_{2,1},$$

Значение фазового сдвига $\Delta\varphi$, по известному значению временного интервала $\Delta t_{1,2}$ и частоты сигналов f определяется как:

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta t_{1,2}.$$

Проведем анализ возможных способов определения фазового сдвига $\Delta\varphi$ по известным значениям величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ и $U_{1\min}$, $U_{2\min}$.

Для этого построим векторную диаграмму сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ в полярной системе координат.

При построении данной векторной диаграммы воспользуемся рекомендациями, приведенными в [8].

Для построения векторной диаграммы в полярной системе координат определим геометрический смысл величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ и $U_{1\min}$, $U_{2\min}$. Для этого проведем анализ аналитических соотношений, которые устанавливают взаимосвязь между величинами $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ и $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ приведенные в [7].

Взаимосвязь между значением величины $U_{1\min}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ имеет вид:

$$U_{1\min} = U_{m2} \sin \Delta\varphi.$$

Как видно из выше приведенного соотношения, физическим пояснением величины $U_{1\min}$ является расстояние от конца радиус-вектора сигнала $u_2(t)$ к радиус-вектору сигнала $u_1(t)$.

Взаимосвязь между значением величины $U_{2\min}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ имеет вид:

$$U_{2\min} = U_{m1} \sin \Delta\varphi$$

Как видно из выше приведенного соотношения, физический смысл величины $U_{2\min}$ это расстояние от конца радиус-вектора сигнала $u_1(t)$ к радиус-вектору сигнала $u_2(t)$.

Зависимость изменения $U_{1\max}$ от значения фазового сдвига $\Delta\varphi$ имеет вид:

$$U_{1\max}^2 = U_{m1}^2 + U_{m2}^2 + 2U_{m1}U_{m2} \cos \Delta\varphi$$

Из выше приведенного выражения видно, что значение величины $U_{1\max}$ является геометрической суммой радиус-векторов сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

Соотношение, которое определяет взаимосвязь между значением $U_{2\max}$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ имеет вид:

$$U_{2\max}^2 = U_{m1}^2 + U_{m2}^2 - 2U_{m1}U_{m2} \cos \Delta\varphi$$

Анализ выше приведенного соотношения, показывает, что величина $U_{2\max}$ показывает геометрическую разность между радиус-векторами сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

Тогда, исходя из выше изложенного, проведем построение векторной диаграммы [8].

Векторная диаграмма, которая описывает взаимосвязь между величинами $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ и $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ сигнала $u_{\Sigma}^i(t)$ и значением фазового сдвига $\Delta\varphi$ сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$ представлена на рис 2.

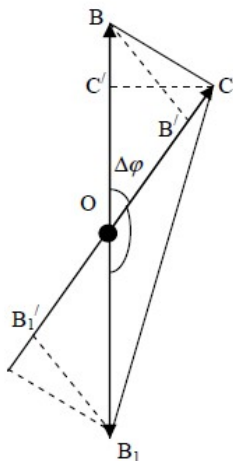


Рис. 2. Векторная диаграмма сигналов $u_1^i(t)$, $u_2^i(t)$

Построение данной векторной диаграммы проводилось исходя из следующих предположений. Пусть существуют гармонический сигнал $u_1(t)$ с амплитудой $U_{m1} = |OB|$ и гармонический сигнал $u_2(t)$ с амплитудой $U_{m2} = |OC|$, частоты сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$

равны, при этом данные сигналы имеют фазовый сдвиг равный $\Delta\varphi = \angle BOC$.

Исходя из того, что величина $U_{2\max}$ равна геометрической разности длин векторов для сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$, которые равны $U_{m1} = |OB|$ и $U_{m2} = |OC|$, на векторной диаграмме значение величины $U_{2\max} = |BC|$.

Проведя суммирование векторов длинны, которые равны $U_{m1} = |OB|$ и $U_{m2} = |OC|$ с использованием правила треугольника, получим отрезок, длина которого соответствует величине $U_{1\max} = |CB_1|$.

С точки зрения геометрического обоснования, величина $U_{1\min}$ является высотой, опущенной из точки C на отрезок OB и соответственно $U_{1\min} = |CC'|$.

Величина $U_{2\min}$ являются высотой опущенной из точки B на отрезок OC и соответственно $U_{2\min} = |BB'|$.

Тогда, исходя из вышеизложенного, предложим два возможных способа решения задачи определения фазового сдвига $\Delta\varphi$ по известным значениям величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ и $U_{1\min}$, $U_{2\min}$.

Первый способ: исходя из векторной диаграммы, представленной на рис. 2, сформулируем условие задачи определения фазового сдвига $\Delta\varphi$ по известным значениям величин $U_{2\max}$ и $U_{1\min}$, $U_{2\min}$.

Из треугольника OBC по известной стороне $U_{2\max} = |BC|$ и высотам, опущенным с вершин B и C, которые соответственно равны $U_{2\min} = |BB'|$ и $U_{1\min} = |CC'|$, определить значение угла $\Delta\varphi = \angle BOC$.

Решение данной измерительной задачи проведем в следующей последовательности.

Из треугольника $C'BC$ по известным значениям сторон $C'C$ и BC и угла $\angle BC'C$ равного $\pi/2$, используя теорему синусов запишем следующее соотношение:

$$\frac{\sin(\angle BC'C)}{BC} = \frac{\sin(\angle C'BC)}{CC'}.$$

Тогда из вышеприведенного выражения, значение угла $\angle C'BC$ рассчитывается с использованием следующей формулы:

$$\angle C'BC = \arcsin\left(\frac{C'C}{BC}\right).$$

Из треугольника $B'BC$ по известным значениям сторон BB' и BC и угла $\angle BB'C$ равного $\pi/2$, используя теорему синусов запишем следующее соотношение:

$$\frac{\sin(\angle BB'C)}{BC} = \frac{\sin(\angle BCB')}{BB'}.$$

Тогда из вышеприведенного выражения, значение угла $\angle BCB'$ рассчитывается с использованием следующей формулы:

$$\angle BCB' = \arcsin\left(\frac{BB'}{BC}\right).$$

По известным значениям углов $\angle C'BC = \angle OBC$ и $\angle BCB' = \angle BCO$, значение угла $\angle BOC$, определяется следующим выражением:

$$\angle BOC = \pi - \arcsin\left(\frac{C'C}{BC}\right) - \arcsin\left(\frac{BB'}{BC}\right).$$

Тогда, исходя из того, что $U_{2\max} = |BC|$, $U_{2\min} = |BB'|$ и $U_{1\min} = |CC'|$, а также выше приведенного выражения, значение угла $\Delta\varphi = \angle BOC$ рассчитывается с использованием соотношения:

$$\Delta\varphi = \angle BOC = \pi - \arcsin\left(\frac{U_{1\min}}{U_{2\max}}\right) - \arcsin\left(\frac{U_{2\min}}{U_{2\max}}\right).$$

Второй способ: исходя из векторной диаграммы, представленной на рис. 2, сформулируем условие задачи определения фазового сдвига $\Delta\varphi$ по известным значениям величин $U_{1\max}$ и $U_{1\min}$, $U_{2\min}$.

Из треугольника OB_1C по известной стороне $U_{1\max} = |B_1C|$ и высотам, опущенным с вершин B_1 и C , которые соответственно равны $U_{2\min} = |B_1B'_1|$ и $U_{1\min} = |CC'|$, определить значение угла $\angle B_1OC$. По известному значению угла $\angle B_1OC$, значение угла $\Delta\varphi = \angle BOC$ рассчитывается с использованием соотношения

$$\Delta\varphi = \angle BOC = \pi - \angle B_1OC.$$

Решение данной измерительной задачи проведем в следующей последовательности.

Из треугольника $C'B_1C$ по известным значениям сторон $C'C$ и B_1C и угла $\angle B_1C'C$ равного $\pi/2$, используя теорему синусов запишем следующее соотношение:

$$\frac{\sin(\angle B_1C'C)}{B_1C} = \frac{\sin(\angle C'B_1C)}{CC'}.$$

Тогда из вышеприведенного выражения, значение угла $\angle C'B_1C$ рассчитывается с использованием следующей формулы:

$$\angle C'B_1C = \arcsin\left(\frac{C'C}{B_1C}\right).$$

По известным значениям сторон $B_1B'_1$ и B_1C и угла $\angle BB'_1C = \pi/2$ треугольника B'_1B_1C , используя теорему синусов запишем следующее соотношение:

$$\frac{\sin(\angle B_1B'_1C)}{B_1C} = \frac{\sin(\angle B_1CB'_1)}{B_1B'_1}.$$

Исходя из вышеприведенного выражения, значение угла $\angle B_1CB'_1$ рассчитывается с использованием следующей формулы:

$$\angle B_1CB'_1 = \arcsin\left(\frac{B_1B'_1}{B_1C}\right).$$

По известным значениям углов $\angle B_1CB'_1 = \angle B_1CO$ и $\angle C'B_1C = \angle OBC$, значение угла $\angle BOC$, определяется следующим выражением:

$$\angle BOC = \arcsin\left(\frac{C'C}{B_1C}\right) + \arcsin\left(\frac{B_1B'_1}{B_1C}\right).$$

Тогда, исходя из того, что $U_{1\max} = |B_1C|$, $U_{2\min} = |BB'| = |B_1B'_1|$ и $U_{1\min} = |CC'| = |C_1C'_1|$, а также выше приведенного выражения, значение угла $\Delta\varphi = \angle BOC$ рассчитывается с использованием соотношения:

$$\Delta\varphi = \arcsin\left(\frac{U_{1\min}}{U_{1\max}}\right) + \arcsin\left(\frac{U_{2\min}}{U_{1\max}}\right).$$

Выводы

Проведен анализ известных методов измерения разности фаз двух гармонических сигналов. Рассмотрены особенности реализации двухполупериодного преобразования гармонических сигналов для определения их разности фаз. На основе анализа, аналитических соотношений, определяющих взаимосвязь между фазовым сдвигом и характеристиками суммарного сигнала, полученного в результате сложения двух гармонических сигналов, после проведения двухполупериодного преобразования построена векторная диаграмма в полярной системе координат. Дано геометрическое пояснение для каждого из моментов анализируемого суммарного сигнала. Предложены подходы определения фазового сдвига двух гармонических сигналов на основе анализа временных и амплитудных характеристик сигнала $u_{\Sigma}^{\prime}(t)$.

Предложенные аналитические соотношения по определению фазового сдвига по характеристикам сигнала $u_{\Sigma}^{\prime}(t)$ могут лечь в основу новых методов измерения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Куц Ю.В. Статистична фазометрія / Ю.В. Куц, Л.М. Щербак. – Тернопіль.: Тернопільський державний технічний університет., 2009. – 384с.
2. Вимірювання різниці фаз у радіоелектроніці /Н.Т. Бова, В.А. Гайжевський, С.М.Маєвський, В.В. Малєбнік. – К.: Вища школа, 1972. – 231 с.
3. Применение методов фазометрии для прицизионного измерения расстояний /С.М. Маевский, В.Г. Баженов, Е.К. Батуревич, Ю.В. Куц. – К.:Вища шк.,1983.- 83с.
4. Застрогин Ю.Ф. Прецизионные измерения параметров движения с использованием лазера. – М.: Машиностроение, 1986. – 272 с.
5. Измерение в электронике: Справочник/ В.А. Кузнецов, В.А. Долгов, В.М. Коневский и др. – М.: Энергоиздат, 1987. – 512 с.
6. Тишко С.О. Аналіз можливості використання двохлапівперіодного перетворення для вимірювання фазового зсуву/ Музичук В.А., Мокрєєв В. І /Збірник наукових праць Академії ВВ МВД України. – Х. : Академія внутрішніх військ МВД України, 2013. – Вип. 2(24). – С 85 – 94.
7. Тишко С.А. Анализ возможности использования двух полупериодного преобразования для измерения фазового сдвига гармонических сигналов с равной амплитудой / В.Г.Смоляр, О.Е. Забула / Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, – 2013. – Вип. 2 (30). С. 42 - 44.
8. Цыткин А.Г. Справочник по математике для средних учебных заведений. – 4-е изд., исп. и доп. М.: Наука. 1988.–432 с.