

УДК 616.718.72-001.6:616.748.54-018.38

ЛАЗАРЕВ І.А., РАДОМСЬКИЙ О.А., РЯБОКОНЬ П.В., СКИБАН М.В.

ДУ «Інститут травматології та ортопедії НАМН України»

Національна медична академія післядипломної освіти ім. П.Л. Шупика, м. Київ

## НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН АХІЛЛОВОГО СУХОЖИЛЛЯ ПРИ ПЕРЕЛОМІ П'ЯТКОВОЇ КІСТКИ ЗІ ЗМІЩЕННЯМ ПЕРИФЕРИЧНОГО ФРАГМЕНТА

**Резюме.** На математичній моделі методом кінцево-елементного аналізу досліджено напружено-деформований стан ахіллового сухожилля при переломі п'яtkової кістки зі зміщенням периферичного фрагмента допереду та догори, з укороченням загальної довжини стопи на 2; 3,53 та 5 %. Аналізували момент відриву п'ятки від поверхні опори (задній поштовх) в акті ходьби з навантаженням масою тіла 75 кг, при якому триголовий м'яз розвиває максимальне зусилля. Отримано показники напружень ( $\sigma_{\max} = 5,24$  МПа), деформацій ( $\epsilon_{\max} = 0,0035$  мм) та переміщень ( $\Delta_{\max} = 0,22$  мм/мм) на ахілловому сухожиллі для інтактної п'яtkової кістки. Найбільші переміщення припадають на ділянку, де найчастіше спостерігаються розриви ахіллового сухожилля. Зміщення периферичного фрагмента перелому п'яtkової кістки допереду та догори призводять до швидкого зростання напруження на ахілловому сухожиллі, що при вкороченні довжини стопи на 5 % зростає на 19,7 %, при майже незмінному показнику деформацій. Показник переміщень зростає на 18,2 %. При значних зміщеннях периферичного фрагмента та високих рівнях навантажень напруження на ахілловому сухожиллі можуть перевищувати границю його міцності.

**Ключові слова:** перелом п'яtkової кістки, ахіллове сухожилля, кінцево-елементне моделювання, напруження, деформації.

### Вступ

Незважаючи на стрімкий розвиток хірургії стопи, незадовільні результати лікування переломів п'яtkової кістки сягають 23 % [4, 3]. Це обумовлено значною часткою внутрішньосуглобових переломів із порушенням як лінійних, так і кутових параметрів п'яtkової кістки, біомеханічною важливістю п'яtkової кістки у повноцінному функціонуванні стопи [10]. Золотим стандартом при лікуванні переломів п'яtkової кістки є відкрита репозиція та внутрішня фіксація, але при цьому зростає ризик гнійно-некротичних ускладнень до 33,8 % [7]. Застосування закритих малоінвазивних методів лікування, що зменшують імовірність виникнення післяопераційних ускладнень, не завжди забезпечує анатомічну репозицію фрагментів п'яtkової кістки [8]. Необхідно додати, що навіть дотепер широко застосовуються та пропагуються консервативні методи лікування [3, 2], якими не досягається відновлення конгруентності суглобових поверхонь підтаранного та п'яtkовокубовидного суглобів, ширини, висоти, довжини осьових та кутових співвідношень п'яtkової кістки [1, 10]. Отже, виникає характерна післятравматична деформація заднього відділу стопи у вигляді розширення, зменшення висоти, спотворення довжини разом із варусним відхиленням п'яtkової кістки [9, 10]. У зв'язку зі зміщенням ділянки п'яtkового горба

та місця прикріплення ахіллового сухожилля порушується одна з основних функцій п'яtkової кістки — функція важеля для м'язів гомілки та ахіллового сухожилля [7]. Таким чином, залишається невирішеною проблема оцінки стану ахіллового сухожилля при переломах п'яtkової кістки.

**Мета дослідження** — аналіз напружено-деформованого стану ахіллового сухожилля при переломі п'яtkової кістки зі зміщенням периферичного фрагмента допереду та догори.

### Матеріали та методи

Для побудови математичної моделі використовували спрощену плоску модель стопи з ахілловим сухожиллям в натуральну величину (висота й довжина) (рис. 1).

Аналізували момент відриву п'ятки від поверхні опори (задній поштовх) в акті ходьби, при якому триголовий м'яз розвиває максимальне зусилля. Визначено в'язко-пружні (ізотропні) механічні властивості, контактний зв'язок між усіма елементами біомеханічної конструкції і задані початкові та граничні умови.

© Лазарев І.А., Радомський О.А., Рябоконт П.В., Скибан М.В., 2015

© «Травма», 2015

© Заславський О.Ю., 2015

На рис. 2 подано граничні умови, що використовувалися для розв'язання даної задачі. У точці В уздовж осі великогомілкової кістки прикладена сила 750 Н, що відповідає середньостатистичній масі тіла 75 кг. У точці А задані обмеження переміщень із можливістю обертання навколо осі Х. Ахіллове сухожилля закріплене у точці С у перехідній зоні «сухожилля — м'яз».

Для більш точних розрахунків ахіллове сухожилля розділене на зони з різними механічними властивостями — «сухожилля — м'яз», «власне сухожилля», «сухожилля — ентазис» (рис. 2).

Для розрахунків методом кінцевих елементів у напівавтоматичному режимі побудовано модель, що налічувала 120 709 точок та 38 187 елементів (рис. 3). Щільність кінцево-елементної сітки збільшена на ахілловому сухожиллі для підвищення точності розрахунків.

Розрахунки проводили для різних умов зміщення периферичного фрагмента п'яткової кістки при її переломі. На рис. 4 наведена розрахункова схема варіантів зміщення фрагмента допереду та догори, з укороченням загальної довжини стопи на 2; 3,53 та 5 %.

Для розрахунків застосовували фізичні властивості кісткової тканини та сухожилля, що отримані з літературних джерел [6] (табл. 1).

Ключовими показниками для проведення порівняльного аналізу обрані отримані шляхом розрахунків значення інтенсивності напружень (за Мізісом).

У роботі нами прийнято за границю міцності на розрив — 25 МПа з коефіцієнтом запасу 1,5 (для еле-

Таблиця 1. Фізичні властивості тканин

Тип кістки	Модуль Юнга, Па	Коефіцієнт Пуассона
Кортикальний шар кістки	$E = 17,6e9$	0,3
Спонгіозний шар кістки	$E = 5,0e8$	0,28
<b>Зони ахіллового сухожилля</b>		
Сухожилля — ентазис	$E = 5,87e9$	0,4
Сухожилля	$E = 0,4e9$	0,45
Сухожилля — м'яз	$E = 0,13e9$	0,47

ментів конструкції, що є життєво необхідними). Границі міцності на розрив для сухожилля варіюють від 25 до 40 МПа, хоча залежно від стану організму в цілому ця границя може бути більшою або меншою. З огляду на ці припущення навантаження, допустимі при наших розрахунках, не повинні перевищувати 16,7 МПа.

Розв'язання задачі механіки суцільного середовища (біомеханіки) зведено до рішення системи диференціальних рівнянь із граничними умовами та системи лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язання яких не має особливих складнощів, з урахуванням існуючих розроблених алгоритмів та готових програм. У роботі для розрахунків застосовані основні рівняння теорії пружності та в'язко-пружності, що наведені нижче.

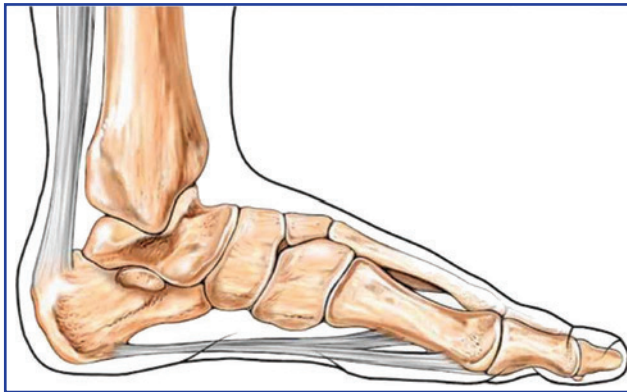


Рисунок 1. Зображення стопи

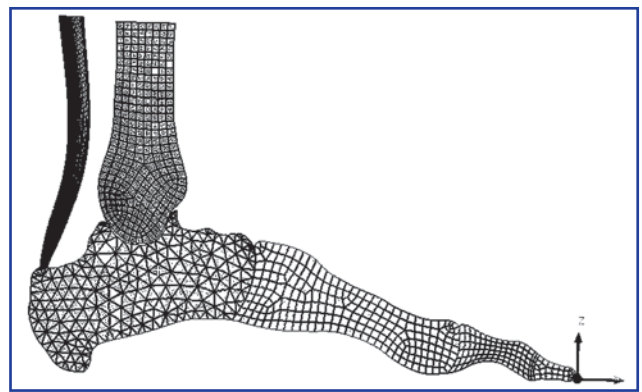


Рисунок 3. Кінцево-елементна модель

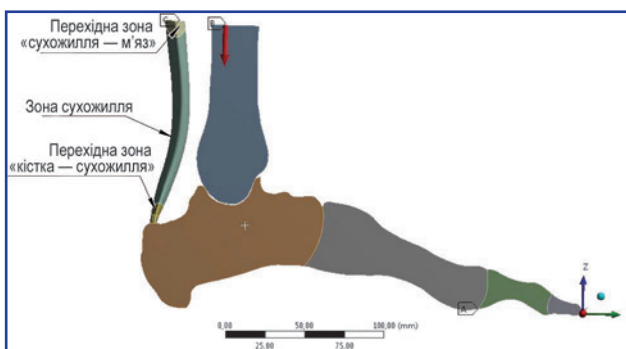


Рисунок 2. Розрахункова модель

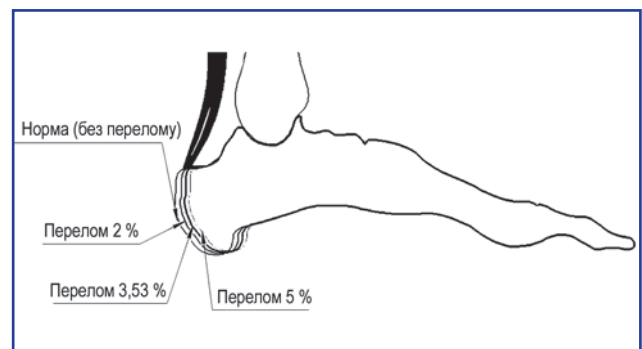


Рисунок 4. Розрахункові моделі

Статичні (або динамічні) рівняння (рівняння рівноваги):

$$\sigma_{ij,i} + X_i = 0 \left[ \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \right], i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

де  $\sigma_{ij}$  — тензор напружень;  $X_i$  — об'ємні сили,  $u_i$  — компоненти вектора переміщень,  $\rho$  — щільність матеріалу.

Геометричні рівняння:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), i, j = 1, 2, 3, \quad (2)$$

де  $\varepsilon_{ij}$  — тензор деформацій Коші.

За умов відсутності початкових напружень і деформацій фізичні рівняння для пружного тіла з ізотропними властивостями подані як узагальнений закон Гука в індексному вигляді:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[ \varepsilon_{i,j} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{kk} \right], \quad (3)$$

де  $\delta_{ij}$  — символи Кронекера.

В частковому випадку, для ізотропного пружного тіла, рівняння рівноваги мають такий вигляд:

$$\nabla^2 \sigma_{ij} + \frac{1}{1+\nu} = -(X_{i,j} + X_{j,i}) - \frac{\nu}{1-\nu} \delta_{ij} X_{kk}. \quad (4)$$

У напруженнях або в переміщеннях (рівняння Нав'є):

$$\nu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} + X_i = 0 \left[ \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} \right]. \quad (5)$$

Останні отримані шляхом вираження деформації через напруження підставлені в умови сумісності деформацій.

Як умови, що конкретизують розв'язання крайової задачі, сформульовано граничні умови, що відображають взаємодію досліджуваного тіла із зовнішнім середовищем.

Напружений стан у будь-якій точці тіла біомеханічної конструкції охарактеризовано тензором напружень:

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \text{ або } T_\sigma = \sigma_{ij}, i, j = y, x, z, \quad (6)$$

де  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$  — нормальні напруження,  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \dots$  — дотичні напруження. Через парність дотичних напружень ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}, i = j$ ) тензор напружень є симетричним.

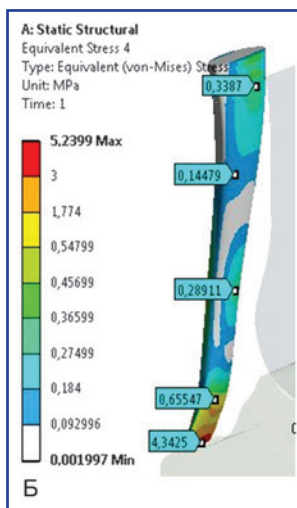
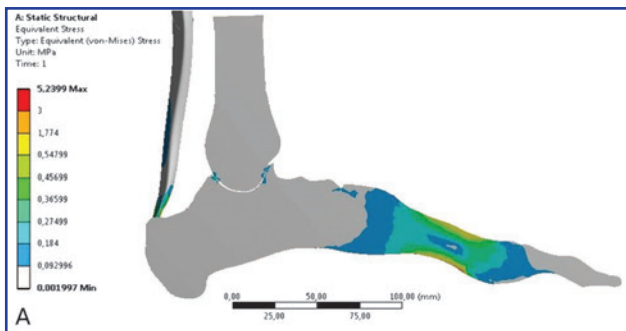
Деформований стан твердого тіла біомеханічної конструкції охарактеризовано тензором деформацій.

$$T_\varepsilon = \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}, \text{ де } i, j = y, x, z, \quad (7)$$

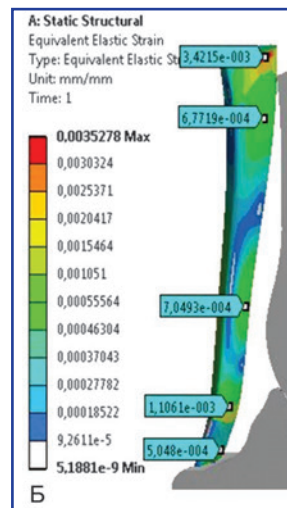
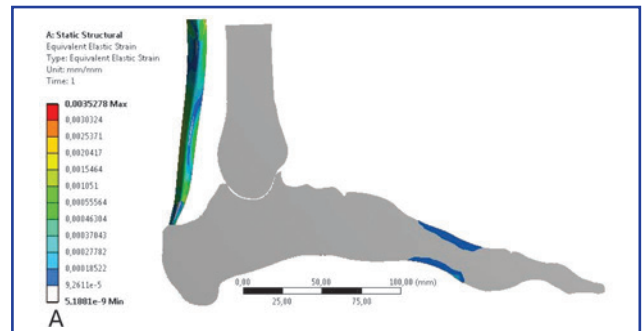
де  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$  — відносні подовження,  $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}, \dots$  — деформації зміщення (кутові деформації).

### Результати та їх обговорення

Отримано показники напружень (рис. 5), деформацій (рис. 6) та переміщень (рис. 7) на стопі та ахіллово-му сухожиллі для інтактної п'яткової кістки. В умовах



**Рисунок 5.**  
Напруження на інтактній моделі стопи (А) та ахіллового сухожиллі (Б) ( $\sigma_{max} = 5,24 \text{ MPa}$ )



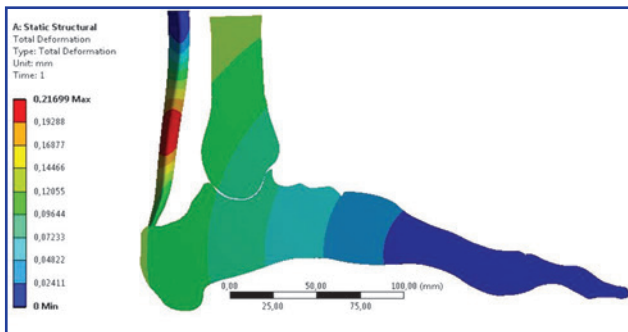
**Рисунок 6.** Деформації на інтактній моделі стопи (А) та ахіллового сухожиллі (Б) ( $\varepsilon_{max} = 0,0035 \text{ мм}$ )

навантаження масою 75 кг ахіллове сухожилля майже не деформується ( $\epsilon_{\max} = 0,0035$  мм). На рис. 7 зображено, що найбільші переміщення ( $\Delta_{\max} = 0,22$  мм/мм) припадають на ділянку, де найчастіше спостерігаються розриви ахіллового сухожилля.

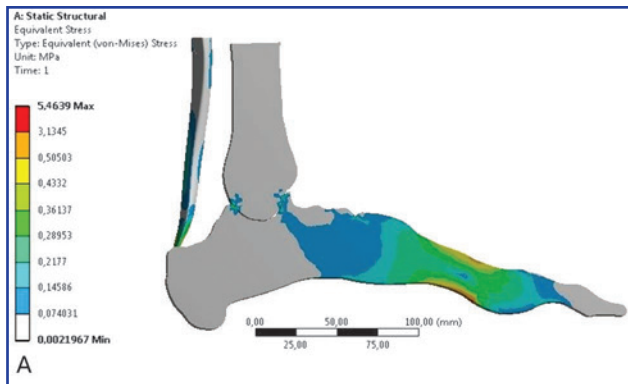
Для порівняння: на попередньому етапі роботи математичними розрахунками було отримано показники напружень, що виникають в ахілловому сухожиллі при навантаженні 750 Н (маса тіла), що становили:

$$\sigma = \frac{548,5}{94,985} = 5,77 \text{ МПа.}$$

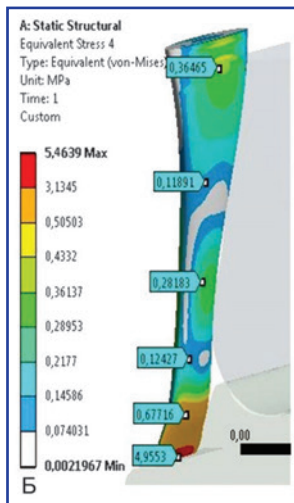
При уточнених розрахунках методом СЕ:  $\sigma_{\max} = 5,24$  МПа. Як бачимо, показники напружень



**Рисунок 7. Переміщення на інтактній моделі стопи та ахілловому сухожиллі ( $\Delta_{\max} = 0,22$  мм/мм)**



**Рисунок 8. Напруження на моделі стопи (А) та ахілловому сухожиллі (Б) при зміщенні периферичного фрагмента на 2% ( $\sigma_{\max} = 5,46$  МПа)**



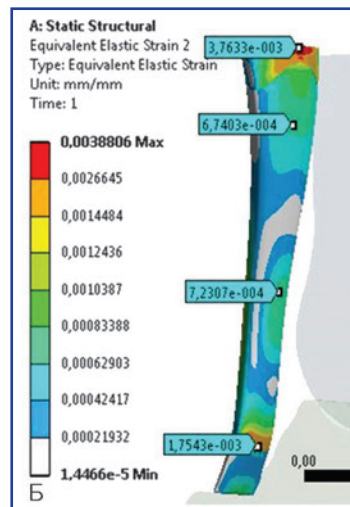
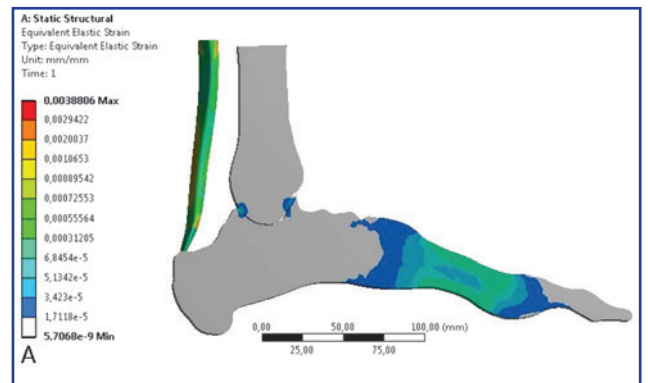
майже співпадають, що свідчить про вірогідність отриманих результатів.

Далі, розглянуто 3 варіанти зміщення периферичного фрагмента п'яткової кістки при її переломі на 2; 3,5 та 5 % від загальної довжини стопи відповідно.

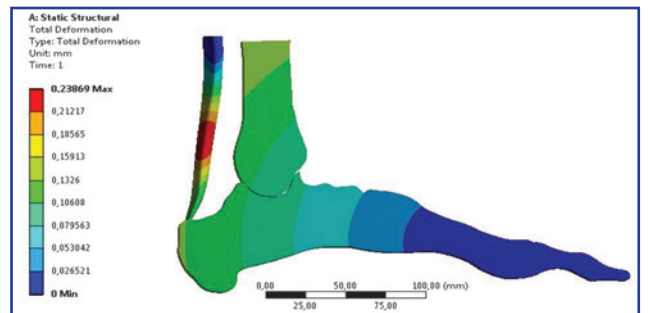
Результати розрахунків напружено-деформованого стану моделі стопи при зміщенні периферичного фрагмента п'яткової кістки на 2 % подано на рис. 8–10.

З огляду на отримані результати, при зміщенні фрагмента п'яткової кістки на 2 % показник напружень на сухожиллі зростає на 4,2 %, при майже незмінному показнику деформацій. Показник перемішень зростає на 9,1 %.

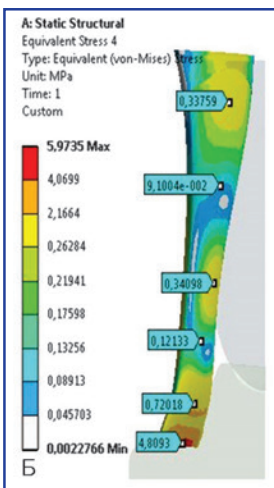
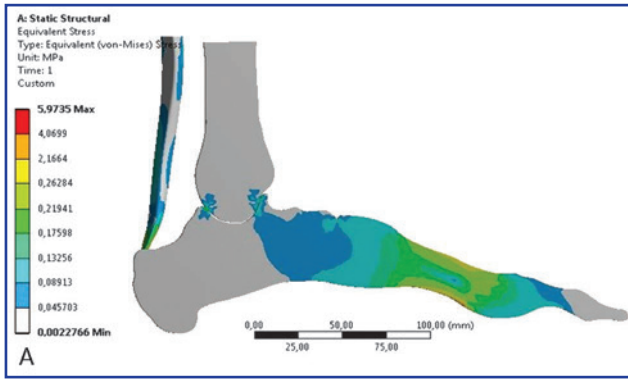
Результати розрахунків напружено-деформованого стану моделі стопи при зміщенні периферич-



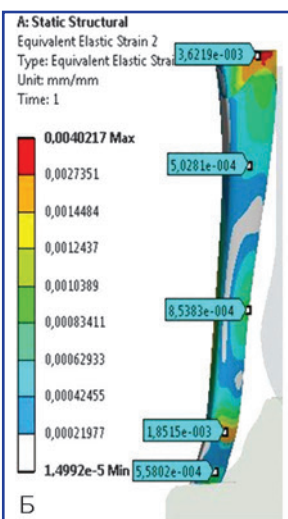
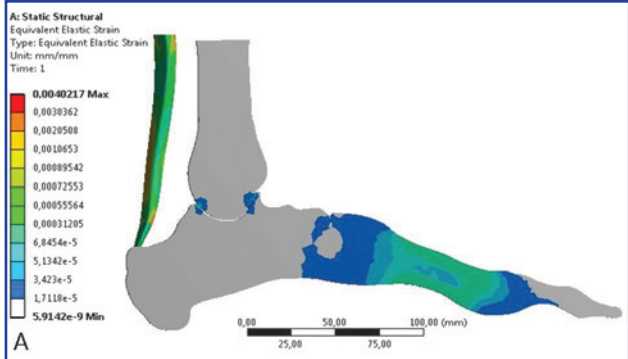
**Рисунок 9. Деформації на моделі стопи (А) та ахілловому сухожиллі (Б) при зміщенні периферичного фрагмента на 2% ( $\epsilon_{\max} = 0,0039$  мм)**



**Рисунок 10. Переміщення на моделі стопи при зміщенні периферичного фрагмента на 2% ( $\Delta_{\max} = 0,24$  мм/мм)**



**Рисунок 11.**  
Напруження на моделі стопи (А) та ахілловому сухожиллі (Б) при зміщенні периферичного фрагмента на 3,5 % ( $\sigma_{max} = 5,97 \text{ MPa}$ )



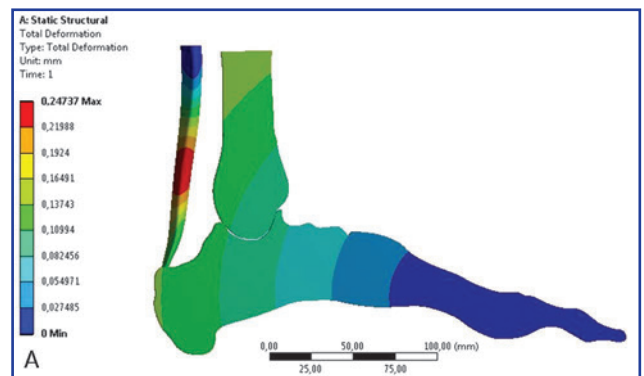
**Рисунок 12.** Деформації на моделі стопи (А) та ахілловому сухожиллі (Б) при зміщенні периферичного фрагмента на 3,5 % ( $\epsilon_{max} = 0,004 \text{ мм}$ )

ного фрагмента п'яtkової кістки на 3,5 % подано на рис. 11–13.

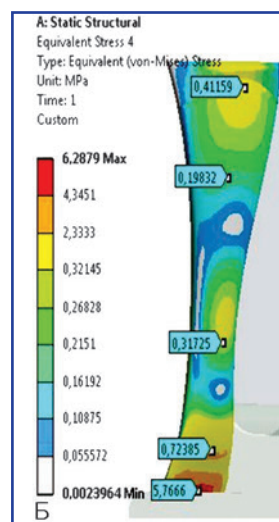
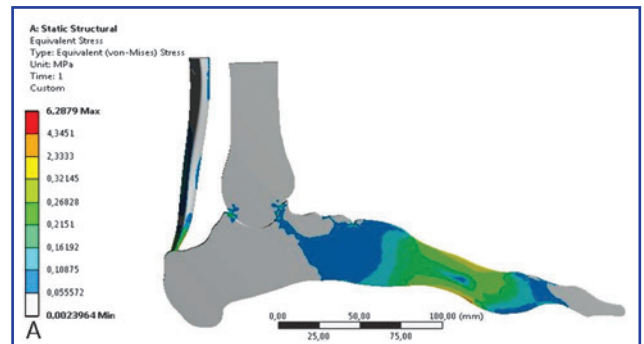
Отримані результати свідчать, що при зміщенні фрагмента п'яtkової кістки на 3,5 % показник напружень на сухожиллі зростає на 14,2 %, при майже незмінному показнику деформацій. Показник перемішень зростає на 13,6 %.

Результати розрахунків напружено-деформованого стану моделі стопи при зміщенні периферичного фрагмента п'яtkової кістки на 5 % подано на рис. 14–16.

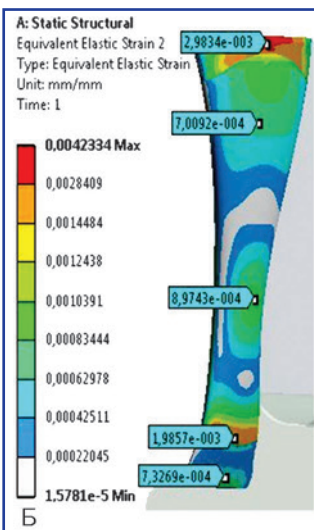
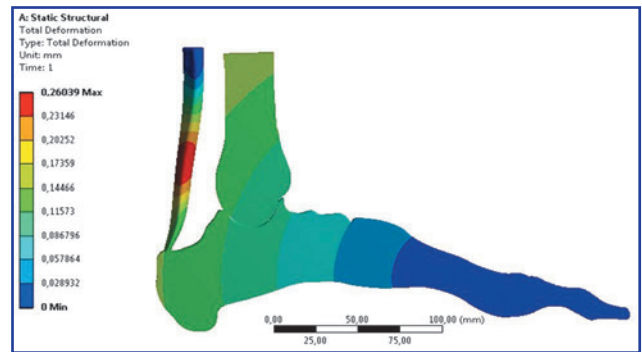
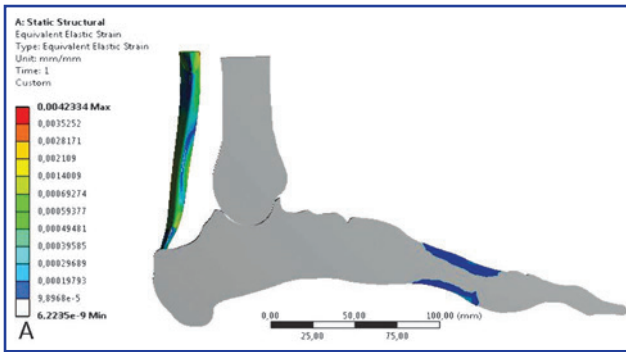
З отриманих результатів виходить, що при зміщенні фрагмента п'яtkової кістки на 5 % показник напружень на сухожиллі зростає на 19,7 %, при майже незмінному



**Рисунок 13.** Переміщення на моделі стопи при зміщенні периферичного фрагмента на 3,5 % ( $\Delta_{max} = 0,25 \text{ мм/мм}$ )

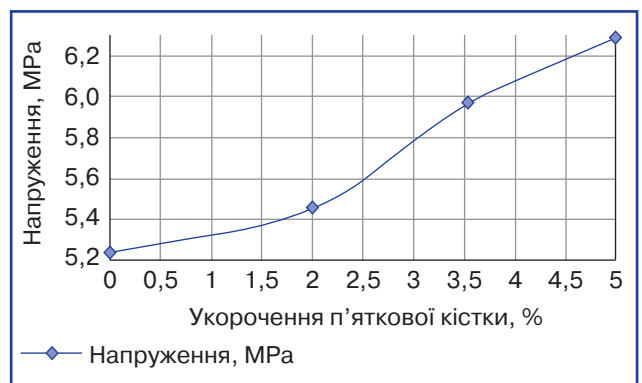


**Рисунок 14.** Напруження на моделі стопи (А) та ахілловому сухожиллі (Б) при зміщенні периферичного фрагмента на 5 % ( $\sigma_{max} = 6,29 \text{ MPa}$ )



**Рисунок 15.** Деформації на моделі стопи (А) та ахіллового сухожиллі (Б) при зміщенні периферичного фрагмента на 5 % ( $\epsilon_{max} = 0,0042$  мм)

**Рисунок 16.** Переміщення на моделі стопи при зміщенні периферичного фрагмента на 5 % ( $\Delta_{max} = 0,26$  мм/мм)



**Рисунок 17.** Графік залежності напружень на ахіллового сухожиллі від зміщення фрагмента п'яткової кістки

**Таблиця 2.** Напружено-деформований стан ахіллового сухожилля при переломі п'яткової кістки зі зміщенням периферичного фрагмента

Інтактна стопа		Напруження, МПа	Деформація, мм	Переміщення, мм
		5,24	0,0035	0,22
Зміщення, %	2	5,46	0,0039	0,24
	3,5	5,97	0,0040	0,25
	5	6,29	0,0042	0,26

показнику деформацій. Показник переміщень зростає на 18,2 %.

Отримані результати занесені в табл. 2 та подані на графіках (рис. 17, 18), де показано криві зміни напружень та переміщень на ахіллового сухожиллі залежно від величини зміщення периферичного фрагмента п'яткової кістки (на 2; 3,5 та 5 % відповідно).

### Висновки

За даними аналізу результатів розрахунків напружено-деформованого стану моделі перелому п'яткової кістки із незначним зміщенням периферичного фрагмента догори та допереду (на 2 %), показники напружень на ахіллового сухожиллі зростають лінійно на 4,2 %, але при більш значних зміщеннях (до



**Рисунок 18.** Графік залежності переміщень ахіллового сухожилля від зміщення фрагмента п'яткової кістки

5 %) напруження зростають стрімко, збільшуючись на 19,7 %.

Показники деформацій та переміщень при зміщенні периферичного фрагмента перелому п'яткової кістки до 5 % довжини стопи зростають майже лінійно, до 20 та 18 % відповідно.

При значних зміщеннях периферичного фрагмента та високих рівнях навантажень напруження на ахіллового сухожиллі можуть перевищувати границю його міцності.

## Список літератури

1. Daftary A. Fractures of the calcaneus: a review with emphasis on CT / Daftary A., Haims A.H., Baumgaertner M.R. // *Radiographics*. — 2005. — Vol. 25(5). — P. 1215-1226.
2. Gougoulis N. Management of calcaneal fractures: systematic review of randomized trials / Gougoulis N., Khanna A., McBride D.J., Maffulli N. // *British Medical Bulletin*. — 2009. — Vol. 92. — P. 153-167.
3. Griffin D. Operative versus non-operative treatment for closed, displaced, intra-articular fractures of the calcaneus: randomised controlled trial / Griffin D., Parsons N., Shaw E., Kulikov Y., Hutchinson C., Thorogood M., Lamb S.E. // *BMJ*. — 2014. — Vol. 24. — P. 349: g4483. doi: 10.1136/bmj.g4483.
4. Gülabi D. Mid-term results of calcaneal plating for displaced intraarticular calcaneus fractures / Gülabi D., Sari F., Sen C., Avci C.C., Sağlam F., Erdem M., Bulut G. // *Ulus Travma Acil. Cerrahi Derg.* — 2013. — Vol. 19(2). — P. 145-151.
5. Kubi'cek M. Stress Strain Analysis of Knee Joint / Kubi'cek M., Zdenek Florian R. // *Engineering Mechanics*. — 2009. — P. 315-322.
6. Lersch C. Influence of calcaneus angle and muscle forces on strain distribution in the human Achilles tendon / Lersch C., Grötsch A., Segesser B., Koebe J., Brüggemann G.P., Potthast W. // *Clin. Biomech. (Bristol, Avon)*. — 2012 Nov. — Vol. 27(9). — P. 955-961.
7. Paula S.S. Evolution of calcaneus deviated intra-joint fractures surgically treated / Paula S.S., Biondo-Simoes M.L.P., Luzzi R. // *Acta ortop. bras.* — 2006. — Vol. 14. — P. 35-39.
8. Schepers T. Displaced Intra-articular Fractures of the Calcaneus with an emphasis on minimally invasive surgery Thesis. — Netherlands: Erasmus Universiteit Rotterdam, 2009.
9. Young K.W. Calcaneal reconstruction for the late complication of calcaneus fracture / Young K.W., Lee K.T., Lee Y.K., Jang M.S., Yoon J.H., Kim J.H. // *Orthopedics*. — 2011. — Vol. 34(10). — P. 634-638.
10. Лябах А.П. Переломи п'яткової кістки: порівняльний аналіз оперативного та консервативного лікування / Лябах А.П., Міхневич О.Е., Нанинець В.Я. // *Вісн. ортопедії, травматології та протезування*. — 2009. — № 3. — С. 37-40.

Отримано 01.04.15 ■

Лазарев И.А., Радомский А.А., Рябokonь П.В., Скибан М.В. ГУ «Институт травматологии и ортопедии НАМН Украины» Национальная медицинская академия последипломного образования им. П.Л. Шупика, г. Киев

Lazarev I.A., Radomskiy O.A., Riabokon P.V., Skyban M.V. State Institution «Institute of Traumatology and Orthopedics of National Academy of Medical Sciences of Ukraine», Kyiv National Medical Academy of Postgraduate Education named after P.L. Shupyk, Kyiv, Ukraine

#### НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ АХИЛЛОВА СУХОЖИЛИЯ ПРИ ПЕРЕЛОМЕ ПЯТОЧНОЙ КОСТИ СО СМЕЩЕНИЕМ ПЕРИФЕРИЧЕСКОГО ФРАГМЕНТА

#### STRESS-STRAIN STATE OF THE ACHILLES TENDON IN CALCANEAL FRACTURE WITH PERIPHERAL FRAGMENT DISLOCATION

**Резюме.** На математической модели методом конечно-элементного анализа исследовано напряженно-деформированное состояние ахиллова сухожилия при переломе пяточной кости со смещением периферического фрагмента кпереди и кверху, при укорочении общей длины стопы на 2; 3,53 и 5 %. Проанализирован момент отрыва пятки от поверхности опоры (задний толчок) в акте ходьбы с нагрузкой массой тела 75 кг, при которой трехглавая мышца развивает максимальное усилие. Получены показатели напряжений ( $\sigma_{\max} = 5,24$  МПа), деформаций ( $\epsilon_{\max} = 0,0035$  мм) и перемещений ( $\Delta_{\max} = 0,22$  мм/мм) на ахилловом сухожилии для интактной пяточной кости. Наибольшие перемещения приходятся на область, где наиболее часто наблюдаются разрывы ахиллова сухожилия. Смещения периферического фрагмента пяточной кости кпереди и кверху приводят к быстрому увеличению напряжений на ахилловом сухожилии, которые при укорочении стопы на 5 % увеличиваются на 19,7 %, при почти неизменном показателе деформаций. Показатель перемещений увеличивается на 18,2 %. При значительных смещениях периферического фрагмента и высоких уровнях нагрузок напряжения на ахилловом сухожилии могут превосходить предел его прочности.

**Summary.** The stress-strain state of the Achilles tendon in case of calcaneal fracture with anterior and upward displacement of peripheral fragment, with shortening the overall length of the foot by 2, 3.53 and 5 % was studied on the mathematical model by finite element analysis. There was analyzed the moment of heel elevation above the surface of support (push off) in the gait cycle with a load of 75 kg body weight, at which m.triceps surae develops maximum force. There were obtained parameters of stress ( $\sigma_{\max} = 5.24$  MPa), strains ( $\epsilon_{\max} = 0.0035$  mm) and displacements ( $\Delta_{\max} = 0.22$  mm/mm) on the Achilles tendon for the intact heel bone. The largest displacement occurs in the area with the highest rate of the Achilles tendon ruptures. Anterior and upward displacement of peripheral fragment in calcaneal fracture lead to a rapid increase in stress on the Achilles tendon, which, with foot shortening by 5 %, increased by 19.7 %, with almost unchanged strain parameter. Displacement rate was increased by 18.2 %. With significant displacements of peripheral fragment and high levels of loads, the stress on the Achilles tendon may exceed the limit of its strength.

**Key words:** calcaneal fracture, Achilles tendon, finite element modeling, stress, strain.

**Ключевые слова:** перелом пяточной кости, ахиллово сухожилие, конечно-элементное моделирование, напряжения и деформации.