

УДК 633.3

## ФІЗИЧНЕ ТА МАТЕМАТИЧНЕ ПОСТАВЛЕННЯ ЗАДАЧІ ПРО ПОДРІБНЕННЯ ЗЕРНОВИХ КОРМІВ СПОСОБОМ РІЗАННЯ

**О. Нанка**, канд. техн. наук,  
*Харківський національний технічний університет  
сільськогосподарства ім. Петра Василенка*

*В результаті аналітичних досліджень встановлено, що з фізичної точки зору подрібнення зернових кормів способом різання можна віднести до контактної задачі теорії пружності в якій реологічні співвідношення між тензорами напружень і деформацій визначаються законом Гука, що з математичної точки зору представляє собою змішану задачу теорії пружності.*

**Ключові слова:** постановка задачі, подрібнення, зернові корми, молоткові дробарки, різання, пружні деформації, теорія пружності, лінійна теорія пружності.

**Актуальність проблеми.** Підготовлені до згодовування сільськогосподарським тваринам корми повинні відповідати зоотехнічним вимогам, указаних в відповідних стандартах або технічних умовах на їх приготування [1, 2].

У технології приготування кормів одним з важливих процесів є їх подрібнення, оскільки в подрібнених кормах збільшується активна поверхня частинок корму, що сприяє прискоренню процесів травлення і підвищенню засвоюваності поживних речовин [3]. Відомо також, що подрібнення є одним з найбільш енергоємних процесів при виробництві кормів і споживає до 70% електроенергії, що витрачається на весь технологічний процес [4]. Тому, саме енергоємність процесу подрібнення зернових кормів є одним з найважливіших показників ефективності виробництва продуктів тваринництва на сучасному етапі. Проблема ситуації полягає в тому, що традиційні подрібнювачі зернових кормів і наукові знання в цій області не можуть забезпечити подальше докорінне вдосконалення даного процесу. У зв'язку з цим, розробка і створення нових машин для подрібнення зернових кормів, що мають більш широкі технологічні можливості, меншими енергоємністю і металоємністю і забезпечують високу якість подрібнення дозволить підвищити конкурентоспроможність продукції тваринництва за рахунок зниження її собівартості.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Основним обладнанням для подрібнення зерна в комбікормовій промисловості і в

сільськогосподарських підприємствах є молоткові дробарки. Вони здатні подрібнювати різноманітні види сировини, порівняно прості по конструкції та зручні в обслуговуванні та експлуатації. Їх конструкція дозволяє легко змінювати швидкозношувані деталі (молотки, деки, решітки). Однак вони мають ряд суттєвих недоліків, в першу чергу – високі питомі витрати енергії на процес подрібнення, (18-20 кВт год./т), відносно високу металоємність (до 500 кг год/т) та інтенсивне зношування молотків і решіт дробарок. Крім того, готовий продукт має не вирівняний гранулометричний склад з збільшеним вмістом пиловидної фракції, яка досягає до 20%. Дані недоліки пояснюються тим, що в молоткових дробарках реалізовані такі способи подрібнення як вільний удар і стирання. При цьому взаємодія зерна з молотками носить випадковий характер, і під прямий центральний удар потрапляє лише 5% від загальної їх кількості. Останні зерна подрібнюються за 15-40 ударних взаємодій. Слід також відмітити, що в молоткових дробарках створюється рухомий кільцевий повітряно-зерновий шар, в якому більш крупні частинки розташовуються поблизу решета і тим самим перешкоджають виходу подрібненого продукту із зони взаємодії молотків, що веде до значного його переподрібнення і додаткових витрат енергії.

З метою пошуків шляхів зниження енергоємності процесу подрібнення, поліпшення якості готового продукту і вдосконалення конструкції молоткових дробарок проведено велику кількість досліджень [5-8], які вказують на те, що внаслідок малої ефективності удару руйнування зерна відбувається після багаторазової ударної дії, тертя між шарами і тертя об сито і деки.

Аналіз сучасних конструкційно-технологічних схем молоткових дробарок вітчизняного і зарубіжного виробництва, результати досліджень свідчать про те, що значно підвищити ефективність робочого процесу молоткових дробарок можливо лише за рахунок застосування енергозберігаючого засобу руйнування зерна в поєднанні зі збільшенням просівання продуктів подрібнення через решета і контролю гранулометричного складу продуктів подрібнення [9 - 14].

**Мета роботи** – теоретично дослідити спосіб подрібнення, що забезпечує ефективне руйнування зерна, за рахунок використання менш енергоємного способу впливу на зерно, різання або сколювання.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** В техніці руйнування твердих матеріалів, до яких можна віднести зерно злакових культур, відомі різні способи їх подрібнення на дрібні частини. Процес руйнування тіла залежить від матеріалу самого тіла і способу руйнування. При цьому можливе або крихке руйнування, коли аж до розділення тіла на частини тіло перебуває в області пружного стану, або створення пластичних зон, що розвиваються. У будь-якому випадку спочатку тіло піддається пружним деформаціям, коли діють закони теорії пружності. Різання пружного тіла здійснюється іншим твердим (в межі абсолютно твердим і зветься штампом)

тілом. В процесі навантаження тіла поверхню контакту тіла і штампа змінюється і є наперед невідомою величиною, що призводить до складної математичної задачі визначення рішення в області, конфігурація якої невідома. Задачі такого типу відносяться до контактних задач теорії пружності. Нижче розглядається контактна задача про дію штампа, який має вигляд нескінченно довгого клина (ножа) на пружний півпростір. Дана постановка задачі дозволить виявити характерні особливості напружено деформованого стану, які очевидно будуть мати місце і для тіл кінцевого розміру.

Розглядається задача визначення напружено – деформованого стану, що виникає при дії гострого твердого штампа (ножа) на пружний півпростір, обмежений площиною  $y = 0$  (рис. 1).

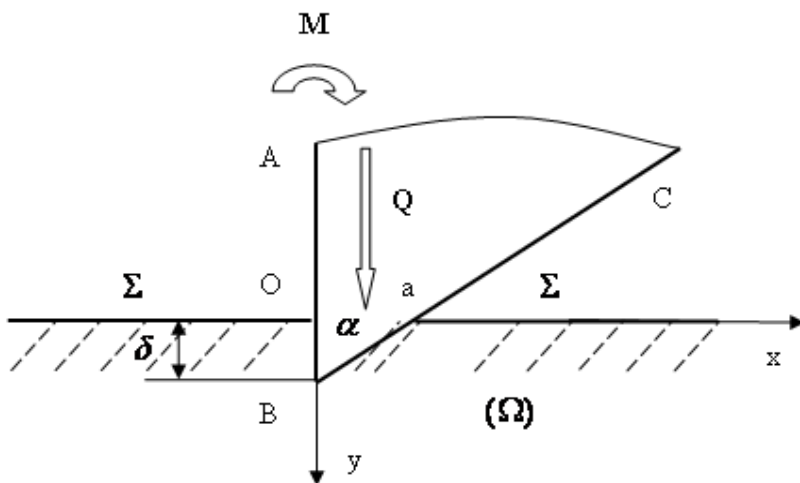


Рисунок 1 – Схема напружено деформованого стану, що виникає при дії гострого твердого штампа (ножа) на пружний напівпростір, обмежений площиною  $y=0$

Штамп має вигляд клина з поперечним перерізом  $A, B, C$  і кутом  $\alpha$  при його вершині. Штамп переміщається у вертикальному напрямку і проникає у пружне тіло на глибину  $\delta$ . При розгляді задачі будемо виходити з лінійної теорії пружності, вважаючи деформації малими, а зв'язок тензора напружень з тензором деформацій лінійною, яка визначається законом Гука. У цьому випадку нехтують зміною форми пружного тіла - тіло до і після навантаження займає одну і ту ж область простору. Дією масових сил нехтуємо, і враховуємо вплив штампа у вигляді поверхневих сил, прикладених в зоні контакту штампа з тілом. Припускаємо, що напруження в зоні контакту мають вертикальний напрямок, дотична складова дорівнює

нулю (сила тертя між штампом і тілом відсутня). При впливі штампа вертикальні складові переміщень точок штампа і пружного тіла в зоні їх контакту збігаються. Будемо вважати, що переміщення штампа як твердого тіла є поступальним і заданим. Отже, відомо переміщення точок поверхні пружного тіла у вертикальному напрямку в зоні його контакту зі штампом.

Далі розглядається плоска задача, коли вздовж осі  $OZ$  картина напруженого стану не змінюється. Будемо виходити з так званого плоского деформованого стану, при якому вектор переміщень і сили, що діють на тіло, лежать у площинах, перпендикулярних осі  $OZ$ , і допускається однорідна напруга вздовж цієї осі. Даний напружений стан викликається дією сил, прикладених до штампа з головним вектором  $\vec{R}$  і головним моментом  $\vec{M}$  відносно точки  $O$ . Проекції  $Q$  вектора  $\vec{R}$  на вісь  $Oy$  і осьовий момент  $M$  відносно осі  $OZ$  визначаються глибиною проникнення штампа всередину тіла і кутом  $\alpha$ .

Загальна постановка задачі про рівновагу пружного тіла в лінійній теорії пружності полягає в наступному [15]. Введемо декартову систему координат  $(x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z)$ . Нехай тіло займає область  $\Omega$  яка обмежена поверхнею  $\Sigma$  (рис. 2). Позначимо через  $\sigma$  тензор напружень і  $\vec{u} = (u_1(x_1, x_2, x_3), u_2(x_1, x_2, x_3), u_3(x_1, x_2, x_3))$  – вектор переміщень  $\vec{X}$  об'ємну щільність масових сил. Тоді всередині  $\Omega$  повинні виконуватися рівняння рівноваги

$$\operatorname{div} \sigma + \vec{X} = 0, \quad (1)$$

а на поверхні  $\Sigma$  граничні умови першого роду (перша крайова задача)

$$\vec{u}|_{\Sigma} = \vec{U}, \quad (2)$$

або другого роду (друга крайова задача)

$$\vec{n} \cdot \sigma|_{\Sigma} = \vec{p} \quad (3)$$

з заданими розподілом  $U$  переміщень і напружень  $\vec{p}$  на границі.

Тут прийняті позначення  $\operatorname{div} \sigma = \partial \sigma_{ik} / \partial x_i$  і  $(\vec{n} \cdot \sigma)_k = n_i \sigma_{ik}$  (по повторюваним індексами йде підсумовування від 1 до 3!).

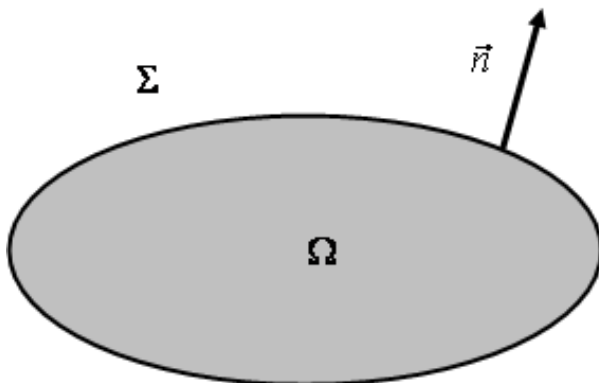


Рисунок 2 – Область  $\Omega$ , яка обмежена поверхнею  $\Sigma$ , що займає тверде тіло

Якщо на частині границі мають місце граничні умови одного виду, а на іншій другого виду, то така крайова задача називається змішаною.

Будемо розглядати плоске деформований стан тіла, коли вектор переміщень має дві ненульові компоненти

$$\vec{u} = (u(x, y), v(x, y), 0)$$

залежні тільки від двох змінних  $x, y$ , а тензор деформацій  $\sigma$  має спрощену структуру

$$\sigma = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

У цьому випадку компоненти тензора напружень  $\sigma$  залежать тільки від змінних  $x, y$ , а матриця тензора має більш простий вигляд:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Реологічні співвідношення між тензорами напружень і деформацій визначаються законом Гука

$$\varepsilon_{ik} \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) = \frac{1}{2} \left( \sigma_{ik} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{nm} \delta_{ik} \right), \quad (5)$$

де  $\nu$  - коефіцієнт Пуассона,  $\mu$  - коефіцієнт Ламе, зв'язаний з модулем Юнга співвідношенням

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

У цьому випадку із рівності  $\varepsilon_z = 0$  випливає вираз для компоненти  $\sigma$  у вигляді

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y). \quad (6)$$

У розглянутому випадку впливом масових сил у вигляді сил тяжіння нехтуємо і приймаємо  $\vec{X} = 0$ .

Таким чином, напружений стан визначається трьома невідомими компонентами тензора напружень  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ , що задовольняють наступним двом однорідним рівнянням рівноваги

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

У застосуванні до даної задачі границю області виступає пряма, суміщена з горизонтальною віссю  $Ox \cdot \Sigma = \{(-\infty < x < \infty), y = 0\}$ . Цю границю можна представити як об'єднання границь  $\Sigma = \Sigma_{-\infty} U \Sigma_0 U \Sigma_{\infty}$ , де  $\Sigma_{-\infty} = \{-\infty < x \leq 0, y = 0\}$ ,  $\Sigma_0 = \{0 \leq x \leq a, y = 0\}$ ,  $\Sigma_{\infty} = \{a < x < \infty, y = 0\}$ . Відсутність напруг на  $\Sigma_{-\infty}, \Sigma_{\infty}$  призводить до граничних умов

$$\sigma_{xy}(x, 0) = 0 \quad (\Sigma_{-\infty}), \quad (8)$$

$$\sigma_y(x, 0) = 0 \quad (\Sigma_{\infty}). \quad (9)$$

На лінії контакту зі штампом відсутні дотичні напруження, тоді

$$\sigma_{xy}(x, 0) = 0 \quad (\Sigma_0), \quad (10)$$

і задані нормальні переміщення точок лінії  $\Sigma_0$  дорівнюють:

$$v(x, 0) = f(x) \quad (\Sigma_0). \quad (11)$$

В зоні контакту штампа і пружного тіла виникають нормальні напруження  $q$ , які зв'язані з тензором напружень співвідношенням Коші

$$q(x) = -\sigma_y(x, 0). \quad (12)$$

Таким чином, задача (7)-(9), (11) являє собою змішану задачу теорії пружності.

**Висновки.** Розглядаючи фізичну сутність процесу подрібнення зернових кормів способом різання, аналітично встановлено, що з фізичної точки зору подрібнення зернових кормів способом різання можна віднести до контактної задачі теорії пружності, в якій реологічні співвідношення між тензорами напружень і деформацій визначаються законом Гука, що з математичної точки зору являє собою змішану задачу теорії пружності.

### Література

1. Нормы и рационы кормления сельскохозяйственных животных [Текст] / [Под. ред. А. П. Калашникова, В. И. Фисинина, В. В. Щеглова, Н. И. Клейменова]. – М. : Россельхозакадемия, 2003. – 456 с.

2. Попков, Н. А. Нормы кормления крупного рогатого скота [Текст]: справочник / Н. А. Попков. – Жодино: РУП Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по животноводству», 2011. – 260 с.

3. Боярський, Л.Г. Технологія кормлення і повноцінне кормлення сільськогосподарських тварин [Текст] / Л.Г.Боярський - Ростов н/Д: Фенікс, 2001. - 200 с.

4. Ермичев, В.А. Энергосбережение в технологиях кормопроизводства [Текст] / В.А. Ермичев, А.И. Купреенко // Механизация и электрификация сельского хозяйства. -2005. - № 4. - С. 11-13.

5. Резник, Н. Е. Теория резания лезвием и основы расчета режущих аппаратов [Текст] / Н. Е. Резник. – М.: Машиностроение, 1975. – 311 с.

6. Сыроватка, В. И. Методика проведения испытания машин для измельчения кормов [Текст] / В. И. Сыроватка, И. В. Алябьев. – М.: Отдел внедрения и информации ВНИИЭСХ, 1969. – 79 с.

7. Гиршсон, В. Я. Экспериментальные исследования процессов технологии измельчения зерна [Текст] / В. Я. Гиршсон. – М.: Заготиздат, 1949. – 152 с.

8. Желиговский, В. А. Экспериментальная теория резания лезвием [Текст] / В. А. Желиговский. – Тр. МИМЭСХ, вып.9. – М.: МИМЭСХ, 1940. – 27 с.

9. Мельников, С. В. Механизация и автоматизация животноводческих ферм [Текст] / С. В. Мельников. – М.: Колос, 1978. – 560 с.

10. Алешкин, В. Р. Механизация животноводства [Текст]: под ред. С. В. Мельникова, В. Р. Алешкин, П. М. Рошин. – М.: Агропромиздат, 1985. – 336 с.

11. Карташов, Л. П. Механизация и электрификация животноводства [Текст] / Л. П. Карташов. – М.: Агропромиздат, 1987. – 480 с.

12. Кулаковский, И. В. Машины и оборудование для приготовления кормов [Текст]: Справочник: В 2 ч. Ч. 1 / И. В. Кулаковский, Ф. С. Кирпичников, Е. И. Резник. – М.: Россельхозиздат, 1987. – 285 с.

13. Кукта, Г. М. Технология переработки и приготовления кормов [Текст] / Г. М. Кукта – М.: Колос, 1978. – 240 с.

14. Жислин, Я. М. Оборудование для производства комбикормов, обогатительных смесей и премиксов [Текст] / Я. М. Жислин. – М.: Колос, 1981. – 320 с.

15. Лурье, А., И. Теория упругости М [Текст] / А. И. Лурье. – М.: Наука, 1970. – 939 с.

### **Аннотация**

*В результате аналитических исследований установлено, что с физической точки зрения измельчение зерновых кормов способом резания можно отнести к контактной задаче теории упругости, в которой реологические соотношения между тензорами напряжений и деформаций определяются законом Гука, что с математической точки зрения представляет собой смешанную задачу теории упругости.*

### **Summary**

*As a result of analytical studies it is found that from a physical point of view grain feed chopping by cutting can be attributed to the contact problems of elasticity theory in which the rheological relation between stress and strain tensors is defined by Hooke's law, which in mathematical terms is a mixed problem of elasticity theory.*