

УДК 631.3.02:004.358.001.891.57

ПРИНЦИПИ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ ПРУЖНО - В'ЯЗКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ЕЛЕМЕНТІВ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗА МНОЖИННОЮ КІЛЬКІСТЮ ЗМІННИХ ПАРАМЕТРІВ

В. Кравчук, д-р техн. наук, проф., чл.-кор. НААН України,
В. Давидюк, канд. техн. наук,
УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого

У статті наведено метод чисельного моделювання характеру деформації механічної системи за зміною множинної кількості параметрів, програмне забезпечення та результати досліджень деформації об'єкту сировини. Акцентовано, що при певному співвідношенні пружної та в'язкої компонент речовини об'єкта, деформація за дією земного тяжіння набуває незворотного характеру, яка за плином часу асимптотично наближається до нульового значення, або набуває характеру періодичних коливань, які за плином часу трансформуються в стаціонарний режим.

Ключові слова: *чисельні методи, програмне забезпечення, результати досліджень.*

Оскільки системи аналітичних моделей (22, 23) та (47, 48) [4] є другого порядку із змінними коефіцієнтами в частинних похідних, то їх розв'язування через елементарні функції чи квадратури не можливе. Для цього застосуємо чисельні методи інтегрування з використанням програмного забезпечення системи MatLab 5.3/6.x [2] за таким алгоритмом:

- привести диференціальні рівняння другого порядку в частинних похідних до системи рівнянь першого порядку;
- скласти програму файл–функції для системи рівнянь першого порядку;
- вибрати необхідну програму–сольвер, яка безпосередньо здійснює розрахунок за відомими методами системи MatLab 5.3/6.x;
- провести корегування програми файл–функції до робочого стану;
- здійснити візуалізацію результатів;
- провести аналіз результатів чисельного моделювання.

За методом, наведеним у [1, 2], змінні величини другого порядку системи (22, 23) представимо у вигляді:

$$U_1 = U_{\zeta}; \quad U_2 = \frac{\partial U_{\zeta}}{\partial t}, \quad (1)$$

за якими вони набувають конфігурації першого порядку.

$$\dot{U}_1 = \frac{\partial U_\zeta}{\partial t}; \quad \dot{U}_2 = \frac{\partial^2 U_\zeta}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Оскільки характер деформації об'єкта сировини здійснюється за зміною множинної кількості параметрів, то декларування масиву елементів пам'яті за методом, наведеним в [2], є неможливим (система декларує Error). Тому для чисельного розв'язку систем подібних (22, 23) та (47, 48) із багатоманітною кількістю вхідних та вихідних параметрів розробимо файл–програму, яку у сольверах MatLab 5.3/6.x використаємо як модернізовану файл–функцію, означену певним дескриптором [2, 3]. Сутність модернізації полягає в тому, що у файл–програмі декларується один елемент масиву пам'яті, в якій змінні величини заносяться за списком, визначеним спеціальними функціями varargin та varargout. Використавши третє рівняння системи (11) [4] зразок файл–функції "POb'ekta", яка відображає падіння об'єкта сировини на поверхню робочого елемента машини, представимо в такій конфігурації:

```
function f = POb'ekta(t,varargin)
g = 9810;
varargin{1}(1);
dzedt = varargin{1}(2);
f = [-dzedt; g].
```

А файл–програму запишемо в такому вигляді:

```
set(0,'RecursionLimit',500000)
tspan = 0:0.001:0.4;
options = odeset('RelTol',1.0e-2);
[t,varargout] = ode45(@POb'ekta,tspan,[500,0],...
options);
subplot(1,2,1)
plot(t, varargout(:,1), 'k-')
grid on
hold on
subplot(1,2,2)
plot(t, varargout(:,2), 'k-')
grid on
hold on
hold off,
```

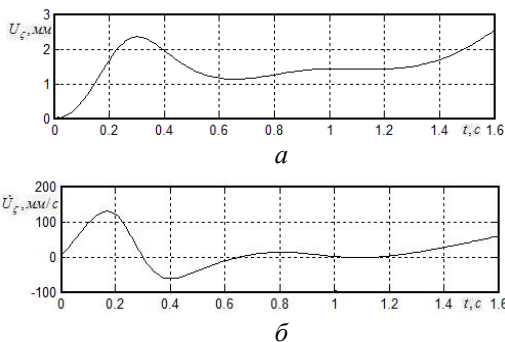
де set(0,'RecursionLimit',500000) – функція, яка встановлює ліміт елементів розрахунку;

tspan = 0:0.005:1 – вектор, який визначає інтервал інтегрування за часом;

options = odeset('RelTol',1.0e-2) – аргумент, який виводить параметри, встановлені функцією 'odeset';
 [t,varargout] = ode45(@POb'ekta,tspan,[0,0],options) – інтегрує систему диференціальних рівнянь виду $\dot{y} = f(t,y)$ на інтервалі tspan з початковими умовами y_0 ;
 @POb'ekta – дескриптор файл–функції "POb'ekta". Кожна строчка в масиві розв'язку varargout відповідає значенню часу, яке повертається у вертикальний вектор t ;
 plot(t, varargout(:,1), 'k-') – функція зображення графіка на екрані зі встановленим стилем та кольором лінії;
 grid on – команда для нанесення координатної сітки на рисунок;
 hold on – команда для об'єднання графіків в одній фігурі;
 hold off – команда для розміщення графіків в нових вікнах.

Код програми "POb'ekta" свідчить, що дані, які характеризують переміщення за час падіння об'єкта сировини, заносяться у перший елемент "{1}" пам'яті на першу позицію "(1)" за списком, визначеним функцією "varargin". Аналогічно дані, які відображають зміну швидкості, заносяться на другу позицію "(2)" за списком. Виведення даних на екран за списком здійснюється функцією "varargout" із зображення графічних залежностей функцією "plot(t, varargout(:,1), 'k-')".

За програмним забезпеченням, створеним за системою аналітичних моделей (22, 23), нами проведено дослідження характеру пружно–в'язкої деформації конкретного об'єкта сировини (яблука), побудовано графічні залежності деформування об'єкта сировини за час падіння на поверхню горизонтально встановленого робочого елемента машини (рис. 1, 2).



а, б – деформації та швидкості

Рисунок 1 – Характер кінематичних параметрів деформації об'єкта сировини

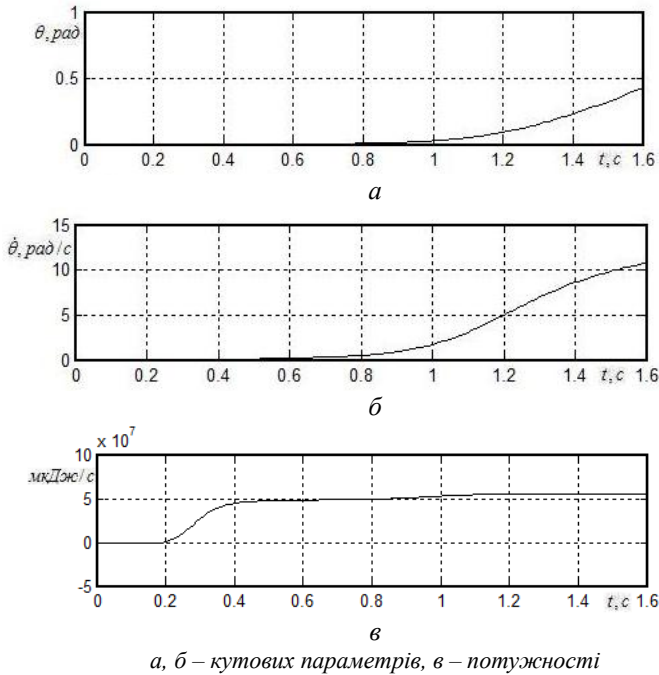


Рисунок 2 – Характер кінематичних параметрів деформації об'єкта сировини

Результати їх аналізу свідчать, що деформація речовини об'єкта сировини за дією земного тяжіння за час падіння з висоти 500 мм з плином часу збільшується і за 0.3 с вона сягає 2.36 мм (рис. 1, а). За наступні 0.3 с її величина зменшується до 1.13 мм, що обумовлено пружними властивостями речовини. Періодичний характер деформування речовини свідчить, що за 1.6 с вона досягає 2.56 мм, при цьому величина швидкості деформації складає $59.9 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$ (рис. 1, б). Одночасно графічні залежності (рис. 2, а, б) свідчать, що кутові величини $\theta, \dot{\theta}$ монотонно збільшуються і за 1.6 с набувають, відповідно, значень 0.43 рад та $10.8 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$, при цьому потужність деформування речовини об'єкта сировини становить $56 \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1}$ (рис. 2, в).

Напруження, які виникають як в середині, так і на поверхні об'єкта сировини, призводять до його руйнування та фрагментації (рис. 3). Деформація та розриви речовини від напружень, які виникли всередині яблука під дією зовнішнього чинника, позначено стрілками на (рис. 3).

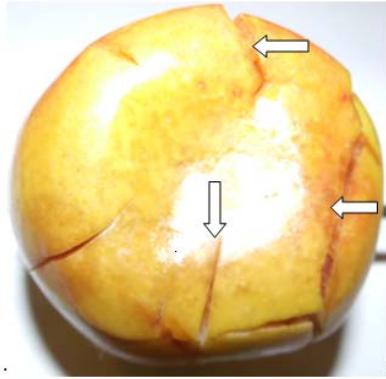


Рисунок 3 – Характер пружно-в'язкої деформації речовини яблука

Результати досліджень деформування об'єкта сировини (рис. 3) свідчать, що характер пружно-в'язкої деформації речовини яблука та ін. є адекватний, описаному системою аналітичних моделей (22, 23) [4].

Припустимо, що речовина малого за розмірами об'єкта сировини (наприклад, зерна тощо) є однорідна, а пружно-в'язкі властивості незмінні за будь-яким напрямком, при цьому кутове прискорення об'єму об'єкта сировини відсутнє. Оскільки об'єм об'єкта сировини-сферичної конфігурації, то його деформація має криволінійний характер. При цьому радіальна та коріюлісова компоненти деформації у другому рівнянні системи (23) [4] не зникають. Тоді, помноживши першу компоненту на відношення величин $U_{\zeta} \cdot c \cdot (U_{\zeta} \cdot c)^{-1}$, а другу компоненту – на $U_{\zeta} \cdot U_{\zeta}^{-1}$, запишемо:

$$m\ddot{U}_{\zeta} = -4\mu\dot{U}_{\zeta}U_{\zeta} \cot\theta - 2\nu U_{\zeta}^2(\cot^2\theta - 1) + mg, \quad (3)$$

де m – маса об'єкта сировини, кг ;

μ , ν – відповідно коефіцієнти динамічної в'язкості та пружності речовини об'єкта сировини; МПа·с, МПа .

Дослідження деформування речовини об'єкта сировини, представленого рівнянням (3), проведемо за методом системи MatLab 5.3/6.x. При початкових умовах: $m = 0.005$ гр ; $g = 3130$ м·с² ; $k = 0.6$ мкМПа·с ; $c = 200$ мкМПа ;

$teta = (pi/180) \cdot 10^0$ програму файл – функції "Об'єктC1" представимо в такій конфігурації:

```
function f = Ob'ektC1(t, varargin)
m = 0.005;
g = 3130;
```

```

k = 0.6;
c = 200;
teta = (pi/180).*10;
Udz = varargin{1}(1);
Udzdt = varargin{1}(2);
f = [m.*Udzdt; -4.*k.*Udzdt.*cot(teta)-2.*c.*Udz.*...
(cot(teta).^2-1)+m.*g];

```

А файл-програму зобразимо у формі:

```

set(0, 'RecursionLimit', 500000)
tspan = 0:0.001:0.5;
options = odeset('RelTol', 1.0e-2);
[t, varargout] =
ode45(@Ob'ektC1, tspan, [0.001, 0], options);
subplot(1, 2, 1)
plot(t, varargout(:, 1), 'k-')
grid on
hold on
subplot(1, 2, 2)
plot(t, varargout(:, 2), 'k-')
grid on
hold on
hold off

```

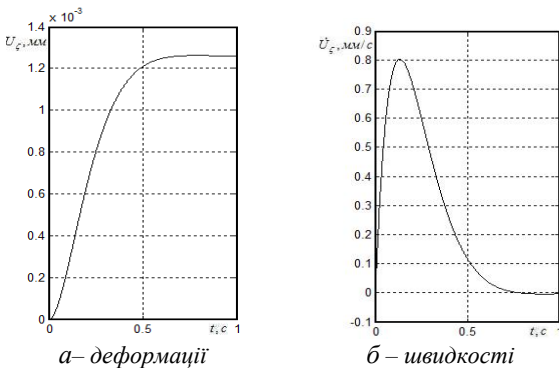


Рисунок 4 – Характер деформування речовини об'єкта сировини при
 $k = 0.6 \text{ мкМПа} \cdot \text{с}$, $c = 200 \text{ мкМПа}$

За виконанням вищенаведеної програми графічні залежності (рис. 4) свідчать, що за наявності в рівнянні коефіцієнта динамічної в'язкості

$k = 0.6 \text{ мкМПа} \cdot \text{с}$ та коефіцієнта пружності $c = 200 \text{ мкМПа}$ деформація за дією земного тяжіння набуває незворотного характеру і за 1.0 с становить 0.0013 мм (рис. 4, а), при цьому найбільша швидкість деформації сягає $0.8 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$ (рис. 4, б).

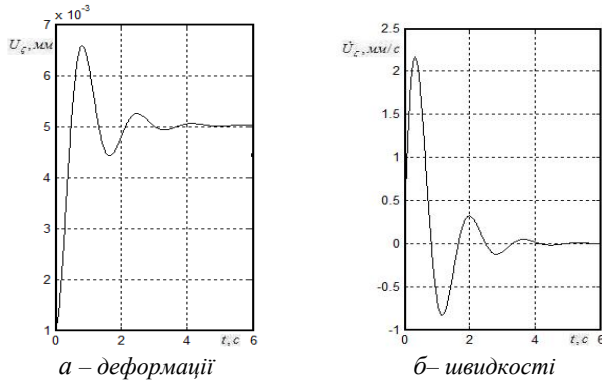


Рисунок 5 – Характер деформування речовини об'єкта сировини при $k = 0.1 \text{ мкМПа} \cdot \text{с}$, $c = 50 \text{ мкМПа}$

Про незворотний характер деформації свідчить графічна залежність зміни швидкості (рис. 4, б), яка з плином часу асимптотично наближається до нульового значення. За наявності пружно–в'язких властивостей речовини об'єкта сировини, мірою яких є коефіцієнти динамічної в'язкості $k = 0.1 \text{ мкМПа} \cdot \text{с}$ та пружності $c = 50 \text{ мкМПа}$, деформація набуває характеру згасаючих періодичних коливань, які за п'ять секунд трансформуються в стаціонарний режим (рис. 5, а, б).

Отже, формалізація деформації об'єктів сировини малих розмірів з постійними пружними та в'язкими властивостями має переваги, оскільки набагато зменшуються затрати на створення аналітичного та програмного забезпечення. Крім того, значення пружно – в'язкої деформації зерна, визначене за аналітичною моделлю (3), порівнюється із граничним, визначеним в процесі навантаження лабораторними пристроями. За порівнянням величин деформацій встановлюються необхідні режими та параметри робочого елемента машини, які уточнюються при функціональній апробації дослідного пристрою в польових умовах.

Література

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: "Наука", 1972. – Т.1. – 452 с; Т.2. – 572 с.
2. Ануфриев И. К. Самоучитель Matlab 5/3/6.x. – СПб:БХВ – Петербург. 2004. – 736 с.
3. Дьяконов В. П. MATLAB 6/5 SP 1/7 Simulink 5/6. Основы применения. Серия "Библиотека профессионала". – М.: СОЛОН – Пресс, 2005. – 800 с.
4. Кравчук В.І., Давидюк В. П. Загальні аспекти формалізації взаємодії робочого елемента машини та об'єкта сировини сільськогосподарського виробництва // Техніко–технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технологій для сільського господарства України: Зб. наук. праць УкрНДІПВТ. – Дослідницьке, 2013.
5. Кравчук В., Давидюк В. Фундаментальні аспекти створення аналітичних моделей взаємодії робочого елемента машини та об'єкта сировини. Техніка і технології АПК. – № 1, – 2011.
6. Бухгольц Н. Н. Основной курс теоретической механики. – М.: Наука, 1969. – 331 с.
7. Бугров Я.С., Никольский. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Учебное пособие. М.: Наука, 1984. – 190 с.

Аннотация

В статье приведен метод численного моделирования характера деформации механической системы за изменением множественного количества параметров, программное обеспечение и результаты исследований деформации объектов сырья. Акцентировано, что при определенном соотношении упругой и вязкой компонент вещества объекта, деформация за действием земного притяжения приобретает необратимый характер, которая с течением времени асимптотически приближается к нулевому значению или приобретает характер периодических колебаний, которые с течением времени трансформируются в стационарный режим.

Summary

The method of numeral design of character of deformation of the mechanical system according to the change of plural amount of parameters, software and results of researches of deformation of objects of raw material are presented in the article. It is accented, that at certain correlation of resilient and viscid component of matter of object, deformation according to gravity law acquires nonreversible character, which with time asymptotically approaches a zero value or gains periodic vibrations character which with time are transformed in the stationary mode.