

## ПОБУДОВА МОДЕЛЕЙ ФОРМУВАННЯ ПОСТУПОВИХ МЕХАНІЧНИХ ВІДМОВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОЇ ТЕХНІКИ

**О. Гринченко**, канд. техн. наук, доцент,

**О. Алфьоров** канд. техн. наук, доцент,

*Харківський національний технічний університет сільського  
господарства імені Петра Василенка*

**Ю. Козлов**,

*Харківська філія УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого*

*У статі викладено метод стохастичного моделювання процесів накопичення механічних ушкоджень в зношуваних елементах сільськогосподарських агрегатів і прогнозування на цій основі показників механічної надійності.*

**Ключові слова:** *сільськогосподарська техніка, поступові механічні відмови, механічна надійність.*

**Суть проблеми.** Сільськогосподарська і транспортна техніка вітчизняного виробництва за основними показниками безвідмовності і довговічності істотно поступається рівню, досягнутому світовими виробниками. виправити ситуацію можна, використовуючи комплексний підхід і акцентуючи увагу на підвищенні якості проектування. Забезпечення надійнісно-орієнтованого проектування вимагає широкого використання методів моделювання та прогнозування надійності. В першу чергу на етапі проектування необхідно оцінити ризики і запобігти виникненню відмов, обумовлених різними видами механічного пошкодження і руйнування елементів машин. Ефективним способом вирішення багатьох проблем механічної надійності і переходу до ресурсного проектування є використання стохастичного моделювання деградаційних процесів.

**Мета дослідження** розробити метод стохастичного моделювання процесів накопичення механічних пошкоджень в елементах машин для прогнозування на цій основі показників механічної надійності.

**Основний зміст.** Під стохастичним моделюванням процесів механічного пошкодження розуміється побудова таких аналітичних імовірнісних моделей, які адекватні фізиці процесу і придатні для статистичного оцінювання параметрів. Доступні для аналізу статистичні дані про реальні деградаційні процеси в техніці, які пов'язані зі зношуванням, як правило, мають дискретний характер. Методи моделювання повинні враховувати цю особливість.

У багатьох випадках при кумулятивних процесах механічного пошкодження можна використовувати модель нестационарного випадкового процесу з безперервними монотонними реалізаціями [1]. Спрощений спосіб опису такого процесу полягає в тому, що використовується лише умовний розподіл параметра технічного стану  $x_n(t)$  за будь-якого фіксованого напрацювання  $t$ . Динаміка процесу задається у вигляді детермінованих функціональних залежностей від напрацювання для тих параметрів розподілу  $x_n$ , які визначають зміну середнього значення процесу і характеристик його розсіювання. Тоді у разі монотонно зростаючих реалізацій процесу  $x_n(t)$  [1] виконується інтегральна залежність:

$$\int_0^t \bar{f}\left(\frac{t}{x_n}\right) dt = \frac{1 - \int_0^{x_n} f\left(\frac{x_n}{t}\right) dx_n}{\int_0^{x_n} f\left(\frac{x_n}{0}\right) dx_n}, \quad (1)$$

де  $f\left(\frac{x_n}{t}\right)$  – щільність умовного розподілу параметра стану при фіксованому напрацюванні;

$\bar{f}\left(\frac{t}{x_n}\right)$  – щільність розподілу напрацювання до виходу параметра стану на будь-який фіксований рівень;

$\int_0^{x_n} f\left(\frac{x_n}{0}\right) dx_n$  – імовірність досягнення параметром стану рівня при напрацюванні  $t = 0$ .

Якщо величина параметра  $x_n$ , що відповідає граничному стану об'єкта, задана і дорівнює  $x_{np} = const$ , то з (1) після диференціювання по напрацюванню впливає вираз, який можна використовувати для прогнозування щільності розподілу ресурсу

$$\bar{f}\left(\frac{t}{x_{np}}\right) = \frac{-\frac{d}{dt} \left\{ \int_0^{x_{np}} f\left(\frac{x_n}{t}\right) dx_n \right\}}{\int_0^{x_{np}} f\left(\frac{x_n}{t}\right) dx_n}. \quad (2)$$

Вираз (2) встановлює однозначну стохастичну залежність між щільностями розподілу ресурсу та параметра технічного стану об'єкта. Обираючи вид та параметричні функції умовного розподілу параметра стану

$f\left(\frac{x_{\text{п}}}{t}\right)$ , за допомогою (2) завжди можна визначити відповідну щільність розподілу ресурсу. При цьому не накладається ніяких обмежень на характер передбачуваної поведінки окремих реалізацій процесу  $x_{\text{п}}(t)$ , крім необхідності їхнього монотонного зростання. Якщо як умовний розподіл параметра технічного стану використовувати закон Вейбулла з щільністю виду:

$$f\left(\frac{x_{\text{п}}}{t}\right) = \frac{b}{a(t)} \left(\frac{x_{\text{п}}}{a(t)}\right)^{b-1} \exp\left\{-\left(\frac{x_{\text{п}}}{a(t)}\right)^b\right\}, \quad (3)$$

де параметр масштабу  $a(t)$  визначається степеневою функцією напрацювання  $a(t) = t^{\nu} / \mu$ , а параметр форми  $b = \text{const}$ , то за допомогою (2) отримуємо [1], що ресурс має розподіл Фреше, у якого щільність визначається виразом:

$$\bar{f}\left(\frac{t}{x_{\text{п}}}\right) = \frac{b\nu}{t} \left(\frac{\mu x_{\text{п}}}{t^{\nu}}\right)^b \exp\left\{-\left(\frac{\mu x_{\text{п}}}{t^{\nu}}\right)^b\right\}. \quad (4)$$

Згідно з (4) основні прогнозовані показники надійності можуть бути визначені за формулами:

– ймовірність безвідмовної роботи

$$R(t) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\mu x_{\text{п}}}{t^{\nu}}\right)^b\right\}; \quad (5)$$

– середній ресурс

$$T = (\mu x_{\text{п}})^{\nu/b} \Gamma\left(1 - \frac{1}{b\nu}\right); \quad (6)$$

– гамма-відсотковий ресурс

$$t_{\gamma} = (\mu x_{\text{п}})^{\nu/b} \left[\ln \frac{1}{1-\gamma}\right]^{-1/b\nu}. \quad (7)$$

Практична реалізація прогнозу надійності за допомогою виразів (5), (6) і (7) вимагає наявності даних про величину вхідних параметрів:  $\mu$ ,  $\nu$  і  $b$ . Статистична оцінка цих параметрів може бути виконана на основі використання дискретних даних при неперервному монотонному випадковому процесі  $x_{\text{п}}(t)$ . Нехай на основі контролю технічного стану у  $n$  однотипних об'єктів отримана випадкова вибірка попарно відповідних один одному значень параметра стану і напрацювання:  $\{x_{\text{п}i}, t_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . У

системі координат  $x_n$  і  $t$  така вибірка є сукупністю точок, які знаходились на реалізаціях випадкового деградаційного процесу в моменти дискретного контролю.

Наявність аналітичних виразів для відповідних один одному щільностей розподілів  $f\left(\frac{x_n}{t}\right)$  і  $\bar{f}\left(\frac{t}{x_n}\right)$  дозволяє використовувати для оцінювання їх параметрів універсальний і ефективний метод максимальної правдоподібності [2]. У розглянутому випадку сумісна функція правдоподібності може бути задана у вигляді

$$L(\mu, \nu, b) = \sum_{i=1}^n \ln f\left(\frac{x_{ni}}{t_i}\right) + \sum_{i=1}^n \ln \bar{f}\left(\frac{t_i}{x_{ni}}\right). \quad (8)$$

Параметри  $\mu$ ,  $\nu$  і  $b$  визначають з умови максимуму функції правдоподібності (8).

В загальному випадку слід проводити моделювання за кількома найбільш поширеними законами розподілу зазначеного параметра технічного стану. Одним з таких законів є нормальний закон із щільністю, що має вигляд

$$f\left(\frac{x_n}{t}\right) = \frac{\sqrt{\mu}}{\sigma_0 \sqrt{2\pi t^\nu}} \exp\left\{-\frac{\mu\left(x_n - t^\nu/\mu\right)^2}{2\sigma_0^2 t^\nu}\right\}. \quad (9)$$

Тоді у відповідності до (2), ресурс розподіляється за законом Бірнбаума-Саундерса і має щільність

$$\bar{f}\left(\frac{t}{x_{np}}\right) = \frac{\nu(t^\nu + \mu x_{np})}{2\sigma_0 t \sqrt{2\pi \mu t^\nu}} \exp\left\{-\frac{(t^\nu - \mu x)^2}{2\sigma_0^2 \mu t^\nu}\right\}, \quad (10)$$

а імовірність безвідмовної роботи відповідає виразу:

$$R(t) = 1 - F_0\left(\frac{t^\nu - \mu x_{np}}{\sigma_0 \sqrt{\mu t^\nu}}\right), \quad (11)$$

середній ресурс:

$$T \approx (\mu x_{np})^{\nu} \left(1 + \frac{\sigma_0^2}{2\nu^2 x_{np}}\right), \quad (12)$$

в той час, як гамма-відсотковий ресурс має вигляд:

$$t_\gamma = (0,25\mu)^{\nu} \left[\sqrt{4x_{np} + (U_\gamma \sigma_0)^2} - U_\gamma \sigma_0\right]^{\frac{2}{\nu}}, \quad (13)$$

де  $U_\gamma$  – кватніль нормального розподілу, яка відповідає імовірності  $\gamma$ .

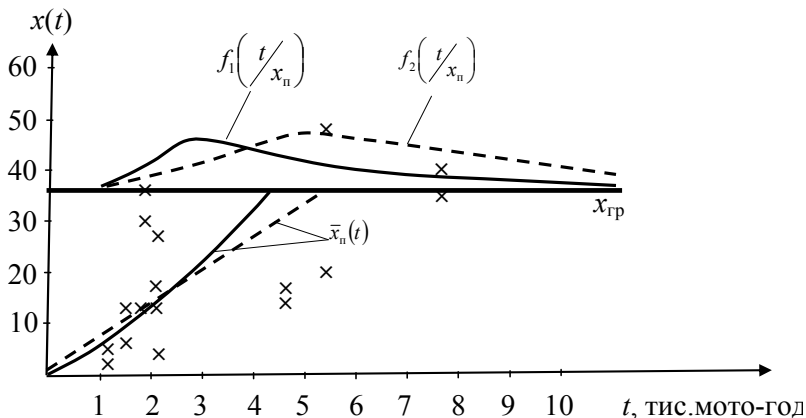
Практичне розуміння визначення параметрів  $\mu$ ,  $\nu$  та  $\sigma_0$  проводиться за аналогією, наведеною раніше та встановлення їх вагомих значень також витікає з умов максимуму функції правдоподібності (8).

Реалізуючи викладену вище теорію стохастичного моделювання і прогнозування механічної надійності, проведемо розрахунки, використовуючи як вихідні дані результати вимірювань сумарного кутового зазору на входному валу головної передачі ведучих мостів. Цей параметр комплексно характеризує рівень зношеності всіх тертьових пар моста і за його величиною може бути встановлено граничний стан моста в зборі. Для отримання відповідної статистичної інформації в умовах експлуатації при різних напрацюваннях були обстежені ведучі мости 9 сільськогосподарських агрегатів (18 мостів) і значення кутового зазору зведені в таблиці 1.

Таблиця 1 – Значення сумарного кутового зазору і напрацювання ведучих мостів

№ п/п	Наробіток мото-год.	Сумарний кутовий зазор, град	№ п/п	Наробіток мото-год.	Сумарний кутовий зазор, град
1	4649	14	10	4649	17
2	5422	48	11	5422	20
3	1177	5	12	1177	2
4	1817	13	13	1817	12
5	1512	6	14	1512	13
6	2156	27	15	2156	4
7	1901	30	16	1901	36
8	7680	35	17	7680	40
9	2105	17	18	2105	13

Максимізуючи функцію правдоподібності (8) для обох законів розподілу за трьома параметрами за допомогою математичного пакету «Mathcad», були визначені числові значення, які при наведених статистичних даних про деградаційні процеси склали:  $\mu = 971$ ;  $b = 1,524$  і  $\nu = 1,26$  для розподілів Вейбулла і Фреше, та  $\mu = 73$ ,  $\nu = 0,92$  та  $\sigma_0 = 2,96$  за нормальним та Бірнбаума-Саундерса відповідно. Використовуючи знайдені параметри і враховуючи нормативне значення сумарного кутового зазору ведучих мостів, яке відповідає їх граничному стану і становить  $x_{гр} = 36$  град., були побудовані графіки прогнозованих щільностей розподілу ресурсу мостів, представлені на рисунку 1. Тут наведені також залежності середнього значення кутового зазору  $x_n(t)$  від напрацювання в експлуатації.



$f_1\left(\frac{t}{x_n}\right)$  – розподіл за законом Фреше;

$f_2\left(\frac{t}{x_n}\right)$  – розподіл за законом Бернбаума-Саундерса

Рисунок 1 – Щільності розподілу ресурсу мостів

У відповідності з виразом (5) побудований графік ймовірності безвідмовної роботи провідних мостів, наведений на рисунку 2.

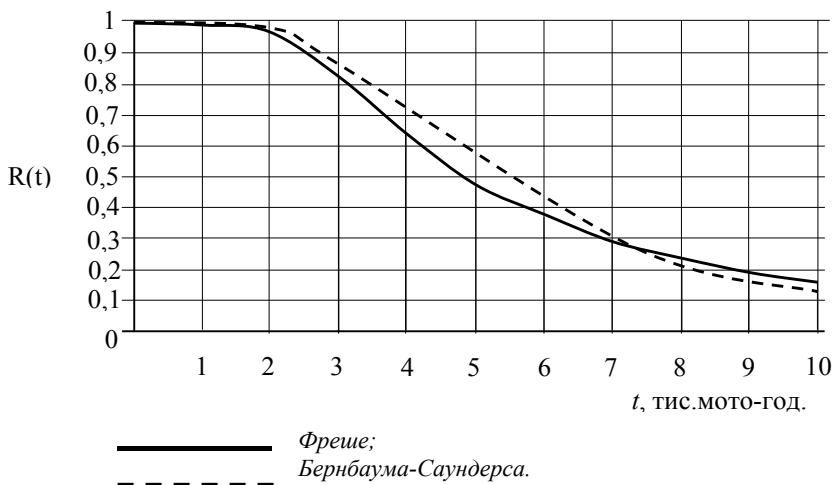


Рисунок 2 – Графік ймовірностей безвідмовної роботи провідних мостів сільськогосподарських агрегатів у відповідності до закону розподілу

### **Висновок**

Практичне значення розглянутого методу моделювання та прогнозування механічної надійності для етапу проектування і випробувань дослідних зразків полягає в тому, що побудована на основі реальних статистичних даних модель надійності об'єкта буде відображати весь спектр експлуатаційних впливів та чинників, що впливають на деградаційний процес і розподіл ресурсу. Модернізуючи або проектуючи новий об'єкт, аналогічний по конструкції і умов експлуатації, а також подібний на увазі деградаційного процесу, слід використовувати отриману за даними про попередника модель, як базову і, проводячи порівняльні розрахунки або прискорені порівняльні випробування, за їх результатами, після коригування деяких параметрів моделі здійснювати прогноз ресурсних показників надійності в реальній експлуатації.

### **Література**

1. Гринченко А.С. Механическая надежность мобильных машин: Оценка, моделирование, контроль [Текст] / А.С. Гринченко. – Х.: Віровець А.П. "Апостроф", 2012. – 259 с.
2. Soong T.T. Fundamentals of Probability and Statistics for Engineers / T.T. Soong // State University of New York at Buffalo. – Buffalo, New York, USA, 2004.

### **Анотація**

*В статті изложено метод стохастического моделирования процессов накопления механических повреждений в изнашивающихся элементах сельскохозяйственных агрегатов и прогнозирования на этой основе показателей механической надежности.*

### **Summary**

*The method of stochastic modeling of processes of adding up of mechanical damages in wearable elements of agricultural machines and forecasting mechanical reliability indexes on this basis is presented.*