

УДК: 631.3.06:549.742.114:519.24

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ АВТОНОМНОГО ВИСІВНОГО МОДУЛЯ КОТУШКОВОГО ТИПУ ДЛЯ СІВБИ ДРІБНОНАСІННЄВИХ КУЛЬТУР

**Т. Гайдай,**  
*УкрНДППВТ ім. Л. Погорілого*

*У статті розглянуто модель динаміки висівного модуля катушкового типу, складовими якої є параметри і режими катушки. Представлено формулу для розрахунків кутової швидкості, яка дозволяє передбачити необхідну кількість посівного матеріалу, який подається з бункера до насіннепроводу. Досліджено модель руху посівного матеріалу в насіннепроводі, процеси, які відбуваються всередині нього та розглянуто функцію щільності розподілу насіння в поперечному перерізі, що в подальшому дасть змогу більш точно визначати витрати посівного матеріалу та рівномірність розподілу насіння по площі поля.*

**Ключові слова:** динаміка руху, висівний модуль, катушка, насіннепровід, тарілчастий дозатор, математична модель, рівномірний розподіл, дрібнонасіннєві культури.

**Постановка проблеми.** На основі аналітичного огляду світового ринку техніки найбільш ефективними знарядями для сівби сидеральних культур є ґрунтообробно-посівні агрегати, які забезпечують сівбу одночасно з обробіткою ґрунту. Найбільш прийнятною схемою реалізації таких агрегатів є модульна, де ґрунтообробний модуль дооснащується простим за схемами приєднання та приводу висівним апаратом катушкового типу з прийнятними показниками дозування та внесення насіння.

**Аналіз результатів досліджень.** Для забезпечення агротехнічних вимог сівби потрібно провести аналіз динаміки висівного апарата ґрунтообробно-посівного агрегата, що дасть можливість визначати витрати посівного матеріалу з розрахунку забезпечення заданої норми висіву. Модель динаміки катушки висівного агрегата буде розроблена з врахуванням особливостей конструкції та режимів роботи, враховуючи її вигляд на рисунку 1.

Висівний агрегат працює так. Обертаючись у насінневому бункері, катушка своїми комітками переміщує насіння до вихідних отворів з бункера. Досягнувши вихідних отворів насіння з коміток потрапляє у воронки насіннепроводів і під дією повітрянагнітача переміщається до виходу на площини розсіювання.



Рисунок 1 – Вигляд котушки висівного агрегата

Кутову швидкість обертання висівної котушки  $\omega_k$  будемо визначати за умови забезпечення висівання кількості насіння на одиницю площі  $N_r$  близьку до заданої норми висіву  $N_z$ . Уведемо систему координат  $xOy$ , вісь  $Ox$  проходить по осі обертання вала висівної котушки. До вала котушки радіуса  $r_k = D_k/2$  прикладені, згідно [1], зовнішні сили: сумарна вага котушки із захопленим її комірками насінням  $P_\Sigma = P_k + P_c$ , нормальна реакція підшипників  $R_n$  і сила тертя ковзання  $F$ , прикладена до вала котушки в точках, де передається тиск вала на підшипники, і спрямована проти обертальної швидкості  $v = \omega_k \cdot r_k$  у цих точках. Ураховуємо також, що створений керованим електродвигуном момент сил  $M_{зд}$ , необхідний для подолання сил тертя і підтримки стабільного рівномірного обертання котушки. Зауважимо, що вал котушки обертається в підшипниках з коефіцієнтом тертя-ковзання  $f_{mp}$ .

Виходячи з того, що сили  $P_\Sigma$  і  $R_n$  перетинають вісь обертання вала котушки перпендикулярно до неї, їх моменти щодо цієї осі дорівнюють нулю. Момент відносно осі вала котушки висіву матиме тільки сила тертя  $F$ , рівна по модулю  $F = f_{mp} \cdot R_n$ . Вважаємо, що сила реакції підшипників фактично дорівнює сумарній вазі котушки з насінням, тобто,  $R_n \approx P_\Sigma$ , маємо:  $F = f_{mp} \cdot P_\Sigma = f_{mp} \cdot (P_k + P_c)$ .

Визначимо момент інерції котушки з насінням в жолобках, як момент інерції деякого однорідного циліндричного вала масою  $m_B = \frac{P_k + P_c}{g}$  і радіусом  $r_k$ :

$$I_k = \frac{m_B \cdot r_k^2}{2} = \frac{(P_k + P_c) \cdot D_k^2}{8g}, \quad (1)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння, а  $D_k$  – діаметр висівної котушки (рис. 1).

Вираз для визначення моменту опору сил тертя матиме вигляд

$$M_{тр,к} = F \cdot r_k = f_{тр} \cdot \frac{(P_k + P_c) \cdot D_k}{2}. \quad (2)$$

Тоді, враховуючи вигляд рівняння обертання твердого тіла навколо нерухомої осі:  $I_k \ddot{\varphi} = I_k \dot{\omega} = M_{зд} - M_{тр,к}$ , рівняння динаміки висівної котушки матиме вигляд:

$$\frac{m_B \cdot r_k^2}{2} \cdot \dot{\omega} = \frac{(P_k + P_c) \cdot D_k^2}{8g} \cdot \ddot{\varphi} = M_{зд} - f_{тр} \cdot \frac{(P_k + P_c) \cdot D_k}{2}, \quad (3)$$

де  $M_{\text{до}}$  – момент сил, створюваних електродвигуном для обертання котушки, рівний або більший моменту опору сил тертя.

Сталість швидкості обертання котушки залежно від (3), забезпечується за умови виконання рівності [2]:

$$M_{\text{зд}} - f_{\text{тр}} \cdot \frac{(P_k + P_c) \cdot D_k}{2} = 0. \quad (4)$$

Звідки отримуємо, що для рівномірного виходу насіння з насінного бункера необхідно

$$\dot{\omega} = \ddot{\varphi} = 0 \Rightarrow \omega = \text{const}. \quad (5)$$

Кутову швидкість  $\omega$ , висівної котушки (або - число обертів за одиницю часу), необхідну для видачі посівного матеріалу в кількості, необхідній для покриття ґрунту поля площею  $S$ , обчислимо виходячи із заданої норми висіву  $N_3$  (кількість насіння на одиницю площі в  $\text{г}/\text{м}^2$  або  $\text{шт}/\text{м}^2$ ), і роботи посівного агрегата, що рухається зі швидкістю  $V_{\text{ав}}$ . Для цього визначимо [3] такі параметри:

- кількість насіння, виштовхуваного котушкою з насінневого бункера за 1 оберт:

$$q_0 = 10^{-6} (S_{\text{ж}} \cdot Z \cdot \mu + \pi \cdot D_k \cdot C_1 \cdot (1 - e^{-b_0}) / b_0) \cdot L_r \cdot \gamma_{\text{п.м.}}, \quad (6)$$

де  $S_{\text{ж}}$  - площа поперечного перерізу комірки,  $\text{мм}^2$ ;  $Z$  - кількість комірок;  $\mu$  - коефіцієнт заповнення жолобків посівним матеріалом;  $D_k$  - зовнішній діаметр котушки;  $C_1$  - зазор на виході між котушкою і дном бункера,  $\text{мм}$ ;  $e$  - основа натурального логарифма;  $b_0$  - коефіцієнт пропорційності (для дрібного насіння  $0,2 \dots 0,25$ );  $L_r$  - робоча довжина котушки,  $\text{мм}$ ;  $\gamma_{\text{п.м.}}$  - об'ємна маса посівного матеріалу,  $\text{г}/\text{дм}^3$ ;

- необхідну продуктивність посіву (в  $\text{г}/\text{с}$ ) за ширини посівного агрегата  $B$ :

$$Q_3 = B \cdot V_{\text{ав}} \cdot N_3, \quad (7)$$

Виходячи із заданої норми  $N_3$ , на полі площею  $S$  потрібно висіяти кількість посівного матеріалу  $H$ , яка визначається співвідношенням

$$H = N_3 \cdot S. \quad (8)$$

З огляду на вираз (6), визначаємо розрахункове число обертів висівної котушки  $\theta_r$ , необхідне за умовами технології для висіву посівного матеріалу:

$$\theta_r = H / q_0. \quad (9)$$

Час  $T_i$  для технологічної обробки ділянки поля площею  $\Delta S_i$ , посівного агрегата з шириною захвату  $B$ , який рухається на цій ділянці зі швидкістю  $V_{\text{ав}i}$ , визначимо з виразу:

$$T_i = \Delta S_i / (B \cdot V_{\text{ав}i}). \quad (10)$$

Загальний час  $T$  обробки поля площею  $S$  визначимо, підсумувавши залежність (10) по  $i=1,2,3, \dots$ , кінцеве число яких визначиться експериментально за моментами зміни постійних значень локальної швидкості  $V_{\text{ав}i}$  посівного агрегата:

$$T = \sum_i T_i = \sum_i \Delta S_i / (B \cdot V_{\text{ав}i}). \quad (11)$$

Облік  $i$ -ї зміни швидкості  $V_{ae}$  посівного агрегата дозволить обчислити згідно з (7) на цій ділянці поля необхідну продуктивність висіву насіння:  $Q_{zi} = B \cdot V_{azi} \cdot N_z$ , що дає можливість визначити за заданою нормою висіву необхідну для  $i$ -ї ділянки поточну витрату посівного матеріалу:

$$H_{zi} = Q_{zi} \cdot T_i. \quad (12)$$

Отже, з огляду на вираз (9) і (10), можна визначити для висівної котушки відповідну реальну кутову швидкість  $\omega_{ri}$  на кожній  $i$ -й ділянці:

$$\omega_{ri} = H_{zi} / (q_0 \cdot T_i), \quad (13)$$

яка дозволить їй видати з насінневого бункера необхідну за розрахунковою технологією кількість посівного матеріалу, що в подальшому потрапляє до насіннепроводу.

Далі розглянемо модель руху насіння по насіннепроводу. Побудуємо відповідну математичну модель за аналогією з [5].

Досить загальний підхід до побудови такої моделі наведено в [4], де в повній мірі на базі теорії гідродинаміки описаний нелінійний динамічний процес взаємодії пучка насіння щільністю  $\rho$  із внутрішнім тиском  $P$ , що рухається зі швидкістю  $Vc$  по насіннепроводу під дією потоку повітря з повітронагнітача, безпосередньо з трубою насіннепроводу. У цій математичній моделі враховані нелінійні механізми енергообміну, а саме: сили Коріоліса, динамічний напір потоку частинок на стінки трубопроводу, вплив на потік сил поздовжнього стиснення трубки, додаткові навантаження в місцях вигинів трубки, внутрішній тиск потоку в насіннепроводі.

Рух маси насіння в насіннепроводі під дією повітронагнітача можна також, суттєво ідеалізуючи процес, розглядати як встановлений потік рідини, тобто підпорядкований закону Бернуллі, за якого швидкість  $\vec{V}_i$  її частинок, тиск  $P$  і щільність  $\rho$  не змінюються з часом [6]:  $\frac{\rho V^2}{2} + \rho gh + P = const.$

У цьому випадку спростуємо побудову моделі, відкидаючи важко враховувані силові реакції, які загалом доповнюють повноту інтерпретації фізичного процесу, але не роблять, на наш погляд, істотного впливу на його динаміку. Метою такого вибору для математичної моделі є визначення в явному вигляді щільності розподілу насіння в поперечному перерізі на виході з насіннепроводу.

Розглянемо рух насіння після виносу їх котушковим висівним апаратом з бункера в насіннепровід. Аналогічно з [5], де наведені результати теоретичного дослідження технологічного процесу висіву насіння дрібнонасіненних культур, засновані на статистичній природі потоку насіння під час руху у насіннепроводі в гравітаційному полі землі, а також на законах рівнорозподілу енергії за їх взаємодії, на підставі теореми про зміну імпульсу матеріальної точки можна записати

$$\frac{d}{dt} m_i \vec{V}_i = \vec{F}_i, \quad (14)$$

де  $\vec{F}_i$  — головний вектор зовнішніх сил діючих на частинку,  $\vec{V}_i$  — вектор швидкості частинки,  $m_i$  — маса.

Підсумувавши за  $i$  члени в рівнянні (14), для  $N$  насінин отримаємо:

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N m_i \vec{V}_i = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (15)$$

Усреднюючи вираз (15) за  $N$  запишемо його у вигляді  $\frac{d}{dt} \bar{P} = \bar{F}$ .

Коли  $\bar{F} = 0$ , то  $\frac{d}{dt} \bar{P} = 0$ , що означає динамічну рівновагу системи і зберігання середньої величини імпульсу  $\bar{P} = \text{const}$  за відсутності дії зовнішніх сил, принаймні, протягом часу перебування насіння в насіннепроводі навіть за наявності зіткнень між собою і стінками насіннепроводу. У разі, коли  $\bar{F} \neq 0$  такої рівноваги не буде, оскільки зовнішнє поле змінює середню швидкість руху насіння.

Для вивчення спільної дії сил гравітації і зіткнень під час переміщення по насіннепроводу необхідно виходити зі статистичної природи руху насіння. Розглянемо механічну систему з  $N$  насіння. Її стан характеризується набором значень координат насіння  $r = \{q_1, q_2, \dots, q_{3N}\}$  і пов'язаних з ними імпульсів  $p = \{p_1, p_2, \dots, p_{3N}\}$ . Безліч точок  $r$  утворює простір конфігурацій  $K(r)$ , а безліч точок  $p$  - простір імпульсів  $K(p)$ . Сукупність обох просторів  $K(r) \times K(p)$  називається фазовим простором  $K(r, p)$ . Стан точки (однієї насінини) у фазовому просторі системи характеризується 6-ма величинами: 3-ма координатами і 3-ма проєкціями імпульсу.

Нехай  $f$  - деяка функція, яка відображає розподіл насіння, тобто їхніх координат та імпульсів у фазовому просторі системи з  $N$  частинок. Складемо повну похідну від неї за часом:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial f}{\partial p_i} \dot{p}_i \right). \quad (16)$$

Підставимо сюди замість  $\dot{q}_i$  і  $\dot{p}_i$  їх вираз з рівнянь Гамільтона [6]:

$$\dot{p}_i = - \frac{dH}{dq_i}; \quad \dot{q}_i = \frac{dH}{dp_i}$$

Тоді замість рівняння (16) можемо записати:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right). \quad (17)$$

Замінивши в (17) суму дужками Пуасона для величин  $f$  і  $H$  [6]

$$\sum_{i=1}^N \left( \frac{df}{dq_i} \frac{dH}{dp_i} - \frac{df}{dp_i} \frac{dH}{dq_i} \right) = (f, H)$$

отримаємо вираз

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{dt} + (f, H) \quad (18)$$

Відповідно до теореми Ліувілля [7] про зберігання фазового об'єму під час руху механічної системи, яка складається з  $N$  частинок, уздовж фазової

траєкторії, можна покласти:  $\frac{df}{dt} = 0$ . Тоді замість (18) запишемо:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (f, H) = 0. \quad (19)$$

З цього рівняння випливає, що функція розподілу повинна виражатися лише через такі комбінації змінних  $\dot{q}_i$  і  $\dot{p}_i$ , які з плином часу залишаються постійними. Такими властивостями володіють інтеграли руху.

Оскільки польові взаємодії між насінням відсутні, то вираз (19) можна розглядати в 6-вимірному фазовому просторі однієї частки з функцією розподілу  $f(x, y, z; p_x, p_y, p_z; t)$  і гамільтоніаном  $H(x, y, z; p_x, p_y, p_z)$ . Тоді рівняння (19) набуде вигляду:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial f}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{r}}{\partial t} - \frac{\partial f}{\partial \bar{p}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial t}. \quad (20)$$

$$S(t) = -\frac{df}{d\bar{r}} \frac{d\bar{r}}{dt} - \frac{df}{d\bar{p}} \frac{d\bar{p}}{dt}$$

Члени в правій частині (20) представляють локальні зміни функції  $f$ , викликані невідомими рухами насіння в одночастковому фазовому просторі, або оператор Ліувілля для однієї

частинки [11], де  $H = p^{-2}/2m + E_n(\bar{r})$ .

Тоді як  $\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v}$ , а  $\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{dm\bar{V}}{dt} = \frac{m d\bar{V}}{dt} = m \cdot \bar{a}$ , то замість рівняння (20) отримаємо

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\bar{v} \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} - \bar{a} \frac{\partial f}{\partial \bar{v}}. \quad (21)$$

Взаємодія насіння між собою може призводити до різких змін їхнього стану, що обумовлено короткостроковістю ударів. У цьому випадку  $2m\Delta\bar{V} = F_{y\Delta} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta\bar{V}/\Delta t_{(\Delta t \ll \tau)} = F_{y\Delta}/2m = \bar{a}/2$ , і порушується рівноважний розподіл насіння по перетину насіннепроводу.

Нерівноважний стан системи частинок, за відсутності зовнішніх сил, прагне до рівноваги. Передбачивши, що зміна будь-якого динамічного параметра системи частинок за його малого відхилення від рівноважного стану пропорційно різниці миттєвого значення будь-якого параметра функції розподілу  $f(\bar{r}, \bar{p}, t)$ , і його рівноважного розподілу  $f_0(\bar{r}, \bar{p})$  другий доданок в рівнянні (21) можна записати у вигляді

$$\bar{a} \frac{df}{d\bar{v}} = a_e \frac{df}{d\bar{v}} - \frac{f - f_0}{\tau}, \quad (22)$$

де  $\tau$  - час релаксації, за який величина відхиленого параметра зменшиться в  $e$  разів.

Вважаючи час релаксації  $\tau$  однозначною характеристикою процесу відновлення рівноваги системи, рівняння (23) з урахуванням залежності (22) можна перетворити до вигляду

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\bar{V} \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} - \bar{a}_z \frac{\partial f}{\partial \bar{V}} + \frac{f - f_0}{\tau}. \quad (23)$$

Цей вираз - кінетичне рівняння Больцмана [8]. Воно відображає зміну в часі стану системи частинок  $f(\bar{r}, \bar{p}, t) \cdot d\bar{r} \cdot d\bar{V}$  в елементі обсягу однієї частинки, що відбувається внаслідок руху насіння і зіткнень між ними.

Оскільки нас цікавить рівноважний стан, в який система перейде після закінчення процесу релаксації, то, вважаючи  $\partial f / \partial t = 0$  в рівнянні (23), отримаємо

$$-\bar{V} \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} - \bar{a}_z \frac{\partial f}{\partial \bar{V}} = -\frac{f - f_0}{\tau}. \quad (24)$$

Направляючи вісь  $O_z$  уздовж осі насіннепроводу, а вісь  $O_x$  перпендикулярно їй у напрямку руху посівного агрегата, рівняння (24) для потоку насіння по насіннепроводу запишеться у вигляді,

$$-\bar{V}_z \frac{df}{dr} - a_z \frac{df}{dV_z} = -\frac{f - f_0}{\tau} \quad (25)$$

де  $\bar{V}_z$  - швидкість руху в напрямку осі  $O_z$ ;  $\bar{a}_z$  - прискорення, викликане зовнішнім полем у напрямку осі  $O_z$ .

Вираз (25) — лінійне неоднорідне рівняння в часткових похідних щодо змінних  $\bar{V}_z$  і  $z$ .

Задача Коші для рівняння (25) полягає в такому: потрібно знайти рішення, яке за  $z=z_0$  перетворюється у функцію  $\psi(x, y, z)$  своїх аргументів. Відомо [10], що кожне диференціальне рівняння в часткових похідних першого порядку перебуває в тісному зв'язку з системою звичайних диференціальних рівнянь - системою характеристичних функцій. Рішення останнього будується з рішень такої системи. Для рівняння (25) вона має вигляд:

$$-\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{V}_z} = -\frac{\partial \bar{V}_z}{\partial \bar{z}} = -\frac{dt}{(f - f_0)/\tau}. \quad (26)$$

Як показано в [9], для частинок, що дотримуються класичним законам, рішення подібної системи задається функцією:

$$\psi = f = A \cdot \exp \left( \beta \cdot \left( \frac{mV^2}{2} + U(r) \right) \right), \quad (27)$$

де  $f$  - розподіл Максвелла-Больцмана,  $A$  і  $\beta$  - постійні, які визначаються значенням розподілу енергії повного числа насіння.

Коефіцієнт  $A$  можна знайти з умов нормування

$$\int_D A \cdot \exp\left(-\beta \cdot E\left(\vec{V}, \vec{r}\right)\right) dV d\vec{r} = 1 \quad (28)$$

де  $D$  – область допустимих значень координат та імпульсів у фазовому просторі.

Щоб визначити постійну  $\beta$  обчислимо за допомогою функції (28) значення  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  складових повної кінетичної енергії частинки  $E$ , що припадають на переміщення частинки в напрямках по осях  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , відповідно. Для цього представимо  $E$  у вигляді суми  $E(\vec{V}, \vec{r}) = E_x + E_y + E_z$ .

$$\text{Де } E_x = \frac{mV_x^2}{2}, E_y = \frac{mV_y^2}{2}, E_z = \frac{mV_z^2}{2}, m \text{ — маса частинки.}$$

Підставляючи, наприклад, значення  $E_x$  в (28) і інтегруючи по всій області допустимих значень координат і імпульсів за фіксованій швидкості  $V_x$ , отримуємо

$$A' \cdot \int_{V_{x \min}}^{V_{x \max}} \exp\left(-\beta \cdot \frac{mV_x^2}{2}\right) \cdot dV_x = 1, \quad (29)$$

де  $A'$  — постійний коефіцієнт.

Значення  $\beta$  визначається із таких міркувань. Кожна частинка, виходячи з посівного апарата, має потенційну енергію, яка дорівнює  $mgH_{aa}$  де  $H_{aa}$  — висота висівного апарата відносно нижньої точки насіннепроводу. Оскільки в насіннепроводі знаходиться  $N$  частинок, то загальна енергія системи частинок буде рівна  $E = N \cdot \alpha \cdot m \cdot g \cdot H_{aa}$  де  $\alpha$  - коефіцієнт, що враховує втрати під час зіткнень.

Відповідно до закону рівнорозподілу на кожний ступінь свободи доводиться в середньому однакова кінетична енергія. Тому, якщо вважати, що повна енергія системи частинок розподіляється пополам між кінетичною і потенційною, то середня енергія, що припадає на  $x$  складову одного зерна,

$$E_x = \frac{1}{2}(\alpha \cdot m \cdot g \cdot H_{aa})/6 = (\alpha \cdot m \cdot g \cdot H_{aa})/12$$

буде дорівнювати

Отже, максимальна енергія відрізняється від середньої в  $12 \cdot N$  раз, а максимальний імпульс відрізняється від середнього в  $\sqrt{12 \cdot N}$  раз. Враховуючи, що максимальний імпульс в декілька разів перевищує середнє значення складової по осі  $Ox$ , можна межі змінних для інтеграла від функції (29) замінити на нескінченні:

$$A' \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\beta \cdot \frac{mV_x^2}{2}\right) \cdot dV_x = 1.$$



Інтеграл в лівій частині - це інтеграл Пуассона, який дорівнює  $\sqrt{2\pi/\beta m}$  [9], звідки  $A = \sqrt{\beta m / 2\pi}$ . Тому щільність розподілу ймовірностей

складової швидкості по осі  $Ox$  виражається як

$$f_{p_x}(V_x) = \sqrt{\frac{\beta m}{2\pi}} \cdot e^{-\beta \frac{mV_x^2}{2}} dV_x$$

Користуючись цією формулою, знайдемо середнє значення  $\bar{E}_x$ :

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{mV_x^2}{2} \sqrt{\frac{\beta m}{2\pi}} \cdot e^{-\beta \frac{mV_x^2}{2}} dV_x = \sqrt{\frac{\beta m}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{mV_x^2}{2} \cdot e^{-\beta \frac{mV_x^2}{2}} dV_x = -\frac{1}{2\beta}$$

Отже, отримуємо:  $E_s = |E_x| = \frac{1}{2 \cdot |\beta|}$ . З точки зору фізичного сенсу зрозуміло, що  $\beta$  величина не негативна, у протилежному випадку вихідний інтеграл буде розходитися, тому:  $|\beta| = \beta$  і  $E_s = \frac{1}{2 \cdot \beta}$ .

Отже,  $\beta$  — величина зворотна кінетичній енергії. Зараз щільність розподілу можна представити у вигляді:

$$\psi(x, y, z, V_x, V_y, V_z) = A \cdot e^{-\frac{\frac{mV^2}{2} + U(r)}{2E_s}}, \quad (30)$$

де  $A$  — постійна, яка визначається з умови нормування.

Перед обчисленням  $A$  розрахуємо потенційну енергію насіння в об'ємі насіннепроводу  $W$  у вигляді

$$\bar{U}(r) = \begin{cases} mg \bar{r}, & \text{для } \bar{r} \text{ всередині } W; \\ 0, & \text{для } \bar{r} \text{ поза } W \end{cases} \quad (31)$$

Запишемо умови нормування для функції розподілу (27)

$$A \cdot \int_D e^{-\frac{\frac{mV^2}{2} + U(\bar{r})}{2E_s}} d\bar{V} d\bar{r} = 1. \quad (32)$$

Користуючись незалежністю проекцій швидкостей  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  перепишемо (32) у вигляді від  $\bar{r} = \bar{r}(x, y, z)$ :

$$A \cdot \int_0^{\infty} e^{-\frac{mV_x^2/2}{2E_s}} dV_x \times \int_0^{\infty} e^{-\frac{mV_y^2/2}{2E_s}} dV_y \times \int_0^{\infty} e^{-\frac{mV_z^2/2}{2E_s}} dV_z \times \int_0^{\infty} e^{-\frac{U(x,y,z)}{2E_s}} dx dy dz = 1. \quad (33)$$

Із останнього виразу можна визначити  $A$ , якщо використовувати значення інтеграла Пуасона і формулу (31) для потенційної енергії. Враховуючи, що

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{mV^2}{4E_s}} dV = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\pi E_s}{m}} = \sqrt{\frac{\pi E_s}{m}},$$

а також ті обставини, що під час руху по насіннепроводу потенційна енергія  $U(x,y,z)$  зменшується, а кінетична  $E_s$  збільшується, то завжди в насіннепроводі

можна вибрати таку точку, де  $\exp\left(-\frac{U(x,y,z)}{2E_s}\right) = 1$ . Звідси маємо:

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{U(x,y,z)}{2E_s}} dx dy dz = \int_W 1 dx dy dz = W$$

$$A \cdot \left(\frac{\pi E_s}{m}\right) \cdot W = 1$$

Тоді замість виразу (32) можна записати , звідки

$$A = \frac{1}{W} \left(\frac{m}{\pi E_s}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad (34)$$

Підставляючи (34) у функцію розподілу (27), отримаємо

$$f = \frac{1}{W} \left(\frac{m}{\pi E_s}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2E_s} \left(\frac{mV_x^2}{2} + \frac{mV_y^2}{2} + \frac{mV_z^2}{2} + U(x,y,z)\right)}. \quad (35)$$

Аналіз формули (35) дозволяє зробити висновок, що формування потоку насіння насіннепроводом визначається розмірами насіннепроводу, масою і розмірами насіння, а також середньою кінетичною енергією, що припадає на цю групу насіння (одне зерно). З неї ж можна отримати щільність розподілу насіння по поперечному перетину  $S$  насіннепроводу.

Оскільки кінетична і потенційна енергії залежать від різних змінних, то замість виразу (35), враховуючи, що об'єм насіннепроводу  $W=S \cdot L$ , де  $L$  - довжина насіннепроводу, можемо записати

$$f_1 = \frac{1}{\pi R_c^2} \cdot e^{-\frac{U(x,y,z)}{2E_s}}, \quad (36)$$

$$f_2 = \frac{1}{L} \left(\frac{m}{\pi E_s}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2E_s} \left(\frac{mV_x^2}{2} + \frac{mV_y^2}{2} + \frac{mV_z^2}{2}\right)}. \quad (37)$$

При зміні кута нахилу насіннепроводу відносно вертикальної осі вертикальну силу, викликану гравітаційним полем можна розкласти на дві складові:  $m \cdot g \cdot \sin \phi$  - для горизонтальної і  $m \cdot g \cdot \cos \phi$  - для вертикальної.

Тоді для потенційної енергії в площині перетину насіннепроводу, наприклад, по осі  $Ox$  -  $U(x) = x \cdot m \cdot g \cdot \sin \phi$ , а по осі  $Oz$  -  $U(z) = E_s = \alpha \cdot z_0 \cdot m \cdot g \cdot \cos \phi / b$ .

Підставляючи ці значення в формулу (36) отримаємо для поперечного перерізу насіннепроводу

$$f(x, y) = \frac{1}{\pi R^2} \cdot e^{-\frac{3 \cdot x \cdot y \cdot \varphi}{\alpha \cdot z_0}} \quad (38)$$

Отже, ми маємо на виході в поперечному перерізі насіннепроводу функцію щільності розподілу насіння близьку до щільності нормального (Гаусового) розподілу. З формули (38) випливає, що за  $\varphi=0$  розподіл частинок по поперечному перерізі рівномірний. У разі, якщо  $\varphi \neq 0$ , то за малих  $x$  і досить більшому значенні величини  $z_0$  також можна вважати розподіл рівномірним.

Якщо під час руху частинок по насіннепроводу повна енергія механічної системи убуває  $\alpha < 1$ , то відхилення  $f(x, y)$  від щільності рівномірного розподілу збільшується, якщо ж  $\alpha > 1$ , то спостерігається зворотна картина.

Таким чином, враховуючи, що вихід трубки насіннепроводу спрямований вниз (кут  $\varphi$  близький до  $0$ ), можна вважати, що в загальному випадку розподіл насіння по поперечному перерізі на виході є нормальним, а в межі ( $\varphi = 0$ ) - рівномірним і насіння буде падати на вихід трубки зі швидкістю потоку  $V_c$ .

#### **Висновок.**

Проведений аналіз досліджень динаміки руху насіння в складових автономного висівного модуля дозволив отримати модель складовими якої є параметри і режими котушкового дозатора, залежність руху насіння по насіннепроводу та зіткнення з площиною розсівання (тарілчастого дозатора), встановлено, що щільність розподілу пучка/згустка насіння, яке падає на пластинку тарілчастого дозатора по нормалі, у поперечному перерізі наближена до нормального закону, а за малого або нульового значення кута нахилу площини  $\varphi$  - до рівномірного.

#### **Література:**

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М. Тарг // – М.: Высшая школа, 1986. – 416 с.
2. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Часть 2 / А.А. Яблонский. – М.: Высшая школа, 1966. – 411 с.
3. Погорельый Л.В. Почвообрабатывающие и посевные машины: история, машиностроение, конструирование /П.В. Сысолин, Л.В. Погорельый. – К.: Феникс, 2005. – 264 с.: илл.: - (серия «Сельскохозяйственная техника XX века»)
4. . Кравчук В. Процедури системно-аналогового моделювання та ланцюгових технологічних перетворень для ґрунтообробно-посівного агрегата / В. Кравчук, Т. Гайдай, Г. Баранов, О. Прохоренко // Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технологій для сільського господарства України: збірник наук. пр. УкрНДПШВТ ім. Л.Погорілого, Дослідницьке, 2016. - Вип.20 (34), – с.80-93

5. Молофеев В.Ю. Математическая модель движения семян по семяпроводу / В.Ю. Молофеев// - М.: Достижения науки и техники АПК, №4-2007, с.-3-6.

6. Ольховский И.И. Курс теоретической механики для физиков. — Главная ред. физ.-мат. лит. изд. Наука, — М., — 1970.

7. Ландау Л., Лившиц Е. Статистическая физика. Государственное изд. техн.-теорет. лит. Москва, 1940.

8. Уленбек Дж., Форд Дж. Лекции по статистической механике, пер. с англ. под ред. Н.А. Квасникова. Изд. Мир. Москва, 1965.

9. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. - М.: Технико-теоретическая литература, 1953.

10. Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. М.: Наука, 1966.

11. Ноздрев В.Ф., Сенкевич А.А. Курс статистической физики. — М.: Высшая школа, 1969.

### **Аннотация**

*В статье рассмотрена модель динамики высевающего модуля катушечного типа, составляющими которой являются параметры и режимы катушки и представлено формулу для расчетов угловой скорости, которая позволяет предусмотреть необходимое количество посевного материала, подаваемого из бункера к семяпроводу. А также исследовано модель движения посевного материала в семяпроводе, процессы, которые происходят внутри него и рассмотрено функцию плотности распределения семян в поперечном сечении, что в дальнейшем позволит более точно определять затраты посевного материала и равномерность распределения семян по площади поля.*

### **Summary.**

*In the article the model of dynamics of the seed module of the coil type is considered, the components of which are the parameters and modes of the coil. The formula for calculating angular velocity is presented, which allows to predict the required amount of seed material, which is fed from the hopper to the seed line. The model of the movement of sowing material in the seed line, the processes occurring inside it and the function of the seed distribution density in the cross section are considered, which in the future will allow to more precisely determine the costs of the seed material and the uniform distribution of seeds in the area of the field.*