

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ ПРИ РАССЕЙВАНИИ

В. Шарко, канд. техн. наук, e-mail: vadim.vegov@almadavir.com,
<https://orcid.org/0000-0002-4497-4945>

НЦ «Альмадавир»

А. Цулая, канд. физ.-мат. наук,
e-mail: anavats51@gmail.com

orcid.org/0000-0002-3943-1831,

Д. Читаев, e-mail: denyschytaiiev@ukr.net

ГНУ «УкрНИИПИТ им. Л. Погорелого»

Аннотация

Цель. В статье рассматривается проблема моделирования процесса рассеивания частиц гранулированной среды, находящихся в свободном взаимодействии, с целью использования результатов для построения соответствующих имитационных моделей. Понятно, что такие модели будут востребованы при проектировании различных рассеивающих устройств, а также дополняют возможности проверки влияния технических параметров устройств на распределение частиц по поверхности без необходимости проведения физического эксперимента.

Существенную роль имитационное моделирование может играть в сельхозмашиностроении при создании технических средств для рассеивания (посева) семян, разбрасывания удобрений.

Имеющиеся в свободном доступе результаты моделирования некоторых вариантов процессов рассеивания не закрывают очень многих вопросов их исследования и требуют дополнительных усилий по решению таких задач.

Методы исследований: теоретическая механика, линейная алгебра и геометрия, материаловедение и теория вероятности.

Результаты исследований. В данной работе на базе классических методов теоретической механики, линейной алгебры и геометрии, материаловедения и теории вероятности разработан алгоритм построения модели взаимодействия гранулированных частиц в процессе рассеивания, особенность которого состоит в том, что положения и скорости каждой из рассеиваемых частиц во времени и физическом пространстве вычисляются с задаваемой точностью в дискретные моменты времени в непрерывном пространстве, начиная с первоначального попадания совокупности частиц в устройство и заканчивая рассеиванием частиц на поверхности.

Предложенный алгоритм является исходным для последующих шагов по его усложнению с учетом применения методов математической статистики при обработке численных результатов рассеивания частиц, что позволит определить соответствующие закономерности их распределений.

Выводы. Предлагается особо уделить внимание моделированию взаимодействия частиц с элементами конструкции устройства рассеивания, влияния воздушного потока на скорость перемещения частиц, действий на частицы гравитационного поля и вибрации элементов конструкции.

Ключевые слова: моделирование, процесс рассеивания, гранулированная частица, закон распределения, случайная величина, пространство событий.

Постановка проблемы. Технология рассеивания частиц гранулированной среды представляет собой достаточно сложно регулируемый процесс, что сказывается в дальнейшем на трудностях при проек-

тировании и разработке соответствующих технических средств для ее реализации [1]. Поэтому важным моментом, облегчающим такие шаги, является создание имитационных моделей, позволяющих иссле-

довать процессы рассеивания частиц до разработки и изготовления необходимых технических устройств.

Такие модели найдут себя в проектировании рассеивающих устройств, исследованиях изменений в конструкциях, предварительных испытаниях. Они представляют возможности для проверки влияния технических параметров устройств на распределение частиц по поверхности без необходимости проведения физического эксперимента.

Области применения модели могут оказаться самыми различными: в сельском хозяйстве, в машиностроении, в создании новых материалов, в строительстве, в биологии. В частности, в области сельхозмашиностроения проводятся работы по созданию моделей рассеивания семян (зерна) [2,3]. Однако много вопросов в исследовании динамики таких процессов остаются открытыми и требуют дополнительных усилий по их решению.

Целью данной работы является создание модели процесса свободного рассеивания гранулированных частиц, особенностью которой состоит в том, что положения и скорости каждой из рассеиваемых частиц во времени и физическом пространстве вычисляются с задаваемой точностью.

Основной материал исследования. Будем рассматривать 3-мерное евклидово пространство E^3 с такой системой координат, что плоскость XOY совпадает с плоскостью поверхности, на которую падают частицы, а положительное направление оси OZ пусть будет направлением «вверх».

Введём также векторное поле на пространстве E^3 , такое, что все вектора этого поля равны по модулю и имеют одинаковое отрицательное направление вдоль OZ в любой точке пространства E^3 . Рассмотрим ситуацию, когда устройство рассеивания выбрасывает одну частицу, которая через некоторое время падает на плоскую поверхность, эквивалентную плоскости XOY . Случайным событием w в этом случае есть падение частицы в точ-

ку координатами x и y в момент времени $t \geq 0$, характеризующие случайную величину (СВ) ξ . Пространством элементарных событий Ω будем считать следующее множество: $\Omega = \{(x, y) = \xi(w): -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$.

Все события w составляют такую систему τ , которая является алгеброй событий. Эмпирическая частота $v_n = m/n$ (m - число попаданий частицы в определённую точку плоскости, n - общее число опытов) с увеличением n будет приближаться к некоторому числу p , в котором будет проявляться вероятность наступления события w . Очевидно, что $0 \leq p \leq 1$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = p \equiv p(w)$.

Функция $p(w)$, таким образом, удовлетворяет аксиомам вероятности [4]. В дальнейшем анализе и в модели примем, что вероятность события описывается функцией $p(w)$, а тройка (Ω, τ, p) определяет *вероятностное пространство*.

Распределение СВ ξ в соответствии с центральной предельной теоремой [4] будет соответствовать нормальному закону: $L(\xi) = N(\mu, K)$, где $\mu = (\mu_x, \mu_y)$ - вектор теоретических математических ожиданий, K - матрица теоретических ковариаций. Повторяя опыт n раз при неизменных условиях, получаем выборку

$$X = \{(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)\}, \quad (1)$$

состоящую из n независимых копий СВ ξ , каждый из элементов которой имеет то же распределение, что и ξ . Реализацию выборки X будем обозначать

$$x = \{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\} \quad (2)$$

Рассмотрим ситуацию рассеивания, когда в итоге одного опыта будем наблюдать n частиц с координатами $x = \{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$, находящихся на поверхности XOY . Будем рассматривать только одну ось OX (это упрощение не нарушит общность выводов) и пусть x_0 - неслучайное известное положение самой первой частицы на поверхности в отсутствии каких-либо случайных факторов. Введём величины η_1, \dots, η_n , выражающие эффекты воздействия частиц друг на друга в некотором численном виде (величины η_i и η_j не зависят друг от друга при

$i \neq j$). Тогда можно записать:

$$x_1 = x_0 + \eta_1 \cdot x_0,$$

$$x_2 = x_1 + \eta_2 \cdot x_1, \dots, x_n = x_{n-1} + \eta_n \cdot x_{n-1}.$$

Суммируя левые и правые части, и проделав простые преобразования, получаем:

$$\sum_{i=0}^{n-1} \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Delta x_i}{x_i} = \sum_{i=0}^{n-1} \eta_i = \eta, \quad (3)$$

где правая часть η - представляет собой сумму n независимых СВ, среди которых нет доминирующих.

Предполагая, что эти СВ имеют одинаковое распределение, а значение n достаточно велико, на основании центральной предельной теоремы [4] можем утверждать, что случайная величина η распределена по нормальному закону. Левую часть выражения в предельном случае при $n \rightarrow \infty$ и $x_i \rightarrow 0$ можно представить в виде интеграла:

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \ln x - \ln x_0 \quad (4)$$

Приравнявая (3) и (4), получаем $\ln x = \eta$, откуда $x = e^\eta$. Поскольку СВ η распределена по нормальному закону, то значение координаты x частицы будет распределено по **логарифмически нормальному закону**, или близкому к нему закону распределения СВ.

Построение модели процесса рассеивания частиц.

Рассмотрим базовые определения для построения модели. Время в модели имеет дискретный характер: t_k , где $k = 1 \dots k_{max}$, $t_1 = 0$; значение $t_{kmax} \equiv t_{max}$ соответствует моменту, когда последняя частица падает на поверхность.

Координаты и параметры движения любой частицы рассчитываются в моменты t_k следующим образом: в момент времени t_k выбирается i -я частица (**анализируемая частица**) и по отношению к моменту t_{k-1} рассчитывается её положение и скорость, которые определяются суммарным механическим воздействием каждой j -й частицей (ее будем называть **воздействующей частицей**) в момент времени t_k , где $j=1, \dots, n$, $i \neq j$, n - число частиц.

Будем строить двумерную модель, что существенно упростит процесс и увеличит скорость численного расчёта состояний гранулированной среды.

Примем, что частицы имеют форму идеального круга (сечение шара) из материала с равномерной плотностью. Центр инерции частицы, таким образом, совпадает с центром круга.

Динамику частиц и устройства рассеивания будем рассматривать в инерциальных системах отсчёта [5]. Систему отсчёта, связанную с поверхностью рассеивания, будем условно называть **абсолютной**. В этой системе свяжем систему координат XOY с началом координат в точке O , находящейся где-либо на поверхности, и ортонормированным базисом (e_x, e_y) , таким, что вектор e_x направлен вдоль поверхности, вектор e_y направлен вверх. Эту систему координат назовём **абсолютной системой координат (АСК)**.

Введём также систему отсчёта, которую свяжем с анализируемой частицей в момент времени t_k , и назовём её **относительной**. С этой системой отсчёта свяжем систему координат (O', e'_x, e'_y) с началом координат в точке O' , находящейся в центре инерции анализируемой частицы, и ортонормированным базисом (e'_x, e'_y) таким, что вектор e'_x направлен от центра инерции анализируемой частицы к центру инерции воздействующей частицы (рис. 1). Эту систему координат назовём **относительной системой координат (ОСК)**. Здесь и далее величины в ОСК, будем отмечать штрихом в верхнем регистре.

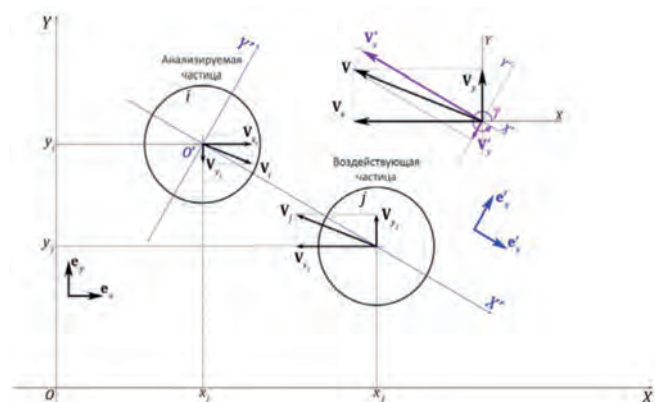


Рисунок 1 - Координаты и скорости двух взаимодействующих частиц

Принимая, что $e_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, e_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ и обозначая $e = \begin{bmatrix} e_x e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, определим вид

радиус-вектора положения анализируемой частицы в АСК:

$$r_i = x_i e_x + y_i e_y = \begin{bmatrix} e_x e_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = e \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix},$$

ее скорости: $V_i = V_{x_i} e_x + V_{y_i} e_y$. Из определения ОСК сле-

дует, что $r'_i = 0e'_x + 0e'_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ и $V'_i = 0e'_x + 0e'_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Радиус-вектор положения воздействующей частицы в АСК будет иметь

вид $r_j = x_j e_x + y_j e_y = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \end{bmatrix}$, скорость:

$$V_j = V_{x_j} e_x + V_{y_j} e_y = \begin{bmatrix} V_{x_j} \\ V_{y_j} \end{bmatrix}, \quad \text{а радиус-вектор}$$

положения воздействующей частицы в ОСК получаем в виде

$$r'_i = (x_j - x_i) e'_x + (y_j - y_i) e'_y = x'_j e'_x + y'_j e'_y \begin{bmatrix} x'_j \\ y'_j \end{bmatrix}, \quad \text{где}$$

$$x'_j = x_j - x_i, \quad y'_j = y_j - y_i.$$

Скорость воздействующей j -й частицы относительно анализируемой i -й частицы (или же просто «относительная скорость частиц») имеет вид:

$$V = V_j - V_i = (V_{x_j} - V_{x_i}) e_x + (V_{y_j} - V_{y_i}) e_y = V_x e_x + V_y e_y = e \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

Базис ОСК повёрнут относительно базиса АСК на угол γ , отсчитываемый против часовой стрелки, значение которого в модели определяется величинами $\Delta x = x_j - x_i$, $\Delta y = y_j - y_i$. Координаты базисных векторов ОСК в базисе АСК:

$$e'_x = M e_x, \quad e'_y = M e_y, \quad \text{где } M = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} -$$

матрица поворота, используемая в модели как матрица перехода от базиса АСК к ба-

зису ОСК [6]. Из (5) имеем: $V = e \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = M e \begin{bmatrix} V'_x \\ V'_y \end{bmatrix}$

откуда: $\Delta V'_x = V_x \cos \gamma + V_y \sin \gamma$, $V'_y = -V_x \sin \gamma + V_y \cos \gamma$

При столкновении i -й и j -й частиц возникает сила $F = F'_x + F'_y$ (рис.2). Эта сила изменяет значения нормальной составляющей V'_x и тангенциальной состав-

ляющей V'_y относительной скорости частиц на, соответственно, величины $\Delta V'_x$ и $\Delta V'_y$, что приводит к изменению вектора скорости V на величину ΔV .

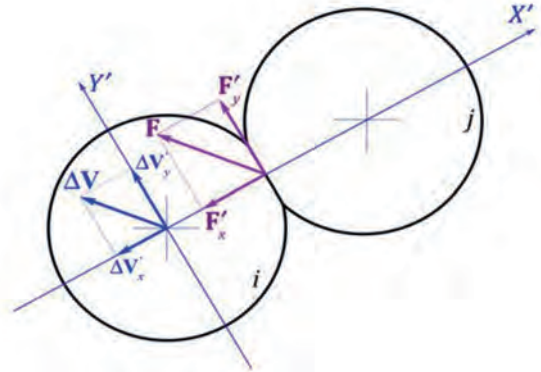


Рисунок 2 - Составляющие силы и вектора приращения скорости при столкновении двух частиц

Поскольку начало координат ОСК совмещено с центром инерции анализируемой частицы в начальный момент времени, то эта частица приобретёт скорость равную ΔV в ОСК, и равную $V_i + \Delta V$ в АСК.

Причиной возникновения составляющей F'_x является деформация частиц при столкновении, поэтому далее F'_x будем называть **силой деформации**. Составляющая F'_y возникает из-за трения между поверхностями частиц, степень которого зависит от материала поверхности частиц, угловых скоростей частиц до столкновения, и от величины F'_x . Заметим, что сила F инвариантна введённым системам отсчёта, поэтому не содержит штриха в обозначении.

Найдем составляющие вектора ΔV в базисе АСК. Запишем его в виде:

$$\Delta V = e \begin{bmatrix} \Delta V_x \\ \Delta V_y \end{bmatrix}. \quad \text{Но, с другой стороны,}$$

$$\Delta V = M e \begin{bmatrix} V'_x \\ V'_y \end{bmatrix}, \quad \text{откуда } e \begin{bmatrix} \Delta V_x \\ \Delta V_y \end{bmatrix} = M e \begin{bmatrix} V'_x \\ V'_y \end{bmatrix}.$$

Следовательно, окончательно имеем:

$$\Delta V_x = V'_x \cos \gamma - V'_y \sin \gamma, \quad \Delta V_y = V'_x \sin \gamma + V'_y \cos \gamma \quad (6)$$

Таким образом, в момент времени t_{k+1} новые значения составляющих скорости i -й частицы будут определяться следующим образом:

$V_{xi}(t_{k+1}) = V_{xi}(t_k) + \Delta V_x, V_{yi}(t_{k+1}) = V_{yi}(t_k) + \Delta V_y$, из чего получаем:

$$V_i(t_{k+1}) = V_{xi}(t_{k+1}) + V_{yi}(t_{k+1}) \quad (7)$$

Новые координаты анализируемой частицы будут определяться в виде:

$$r_i(t_{k+1}) = r_{xi}(t_k) + V_i(t_{k+1}) \cdot (t_{k+1} - t_k) \quad (8)$$

Определим алгоритм расчёта составляющих V'_x и V'_y , при этом силой сопротивления воздуха и силой тяжести будем пока пренебрегать.

Модуль нормальной составляющей V'_x характеризует относительное перемещение центров инерции двух частиц вдоль оси OX' . Сила деформации F'_x является причиной изменения нормальной составляющей скорости анализируемой частицы на величину

$$\Delta V'_{xi} = -\frac{1}{m_i} F'_x(t_k) \cdot (t_{k+1} - t_k), \quad (9)$$

где m_i - масса анализируемой частицы.

Модуль силы деформации $F'_x = |F'_x|$ для сферических частиц, имеющих одинаковый материал и размеры, рассчитывается по выражению [7]:

$$F'_x = \sup\left\{0, \frac{2E\sqrt{R_e}}{2(1-\nu^2)} (\Delta r_{ij}^{\frac{3}{2}} + A_m \sqrt{\Delta r_{ij} V'_x}) \right\}, \quad (10)$$

где E - модуль Юнга, $R_e = \frac{R_i R_j}{(R_i + R_j)}$ -

эффективный радиус сталкивающихся частиц, R_i, R_j - радиусы анализируемой и воздействующей частиц, ν - коэффициент Пуассона, r_{ij} - расстояние между центрами частиц при столкновении (рис.3), $\Delta r_{ij} = R_i + R_j - r_{ij}$ степень деформации, A_m - диссипативная константа, зависящая от вязкости материала частиц.

Предварительные расчеты показали, что время дискретизации модели можно взять равным $10\mu s$, а это, по нашему мнению, вполне приемлемо для расчёта динамики силы деформации с приемлемой точностью.

Если анализируемая частица сталкивается с более чем одной частицей, то результирующая сила деформации определяется как векторная сумма всех сил, возникающих при столкновении с каждой из частиц (рис. 4).

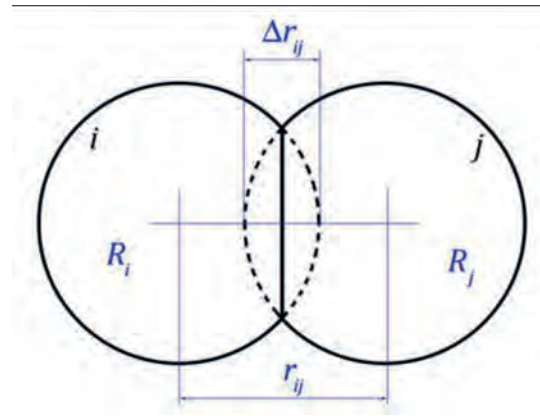


Рисунок 3 - Величины, характеризующие степень деформации

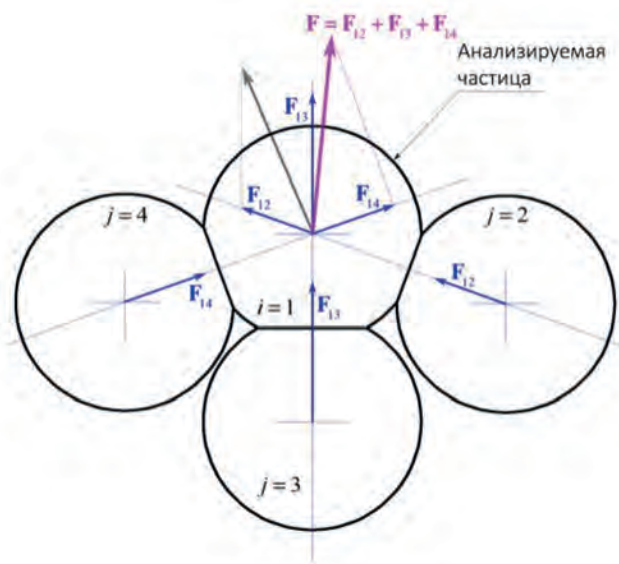


Рисунок 4 - Столкновение нескольких частиц

Причиной изменения тангенциальной составляющей скорости V'_y является действие тангенциальной составляющей силы F'_y , которая зависит от степени трения между поверхностями частиц и относительной скорости поверхностей частиц в точке их соприкосновения [5]. Значение F'_y определяем по приближённому выражению из [7]:

$$F'_y \approx \text{sgn}(V_{Ry}) \min(\gamma |V_R|, \mu_F |F'_x|), \quad (11)$$

где V_R - вектор относительной скорости поверхностей частиц в точке соприкосновения, определяемой линейной скоростью перемещения центров инерции частиц вдоль оси Y' и вращением частиц вокруг своих центров инерции, V_{Ry} - координата вектора V_R по оси OY' (очевидно, что для наших условий $|V_R| = |V_{Ry}|$),

γ_t - некоторый коэффициент (не строго условно назовём его «коэффициентом скорости»), подбираемый эмпирически, μ_F - коэффициент трения, функция $\text{sgn}(V_{Ry})$ определена следующим образом:

$$\text{sgn}(V_{Ry}) = \begin{cases} 1, \forall V_{Ry} > 0 \\ 0, \forall V_{Ry} = 0 \\ -1, \forall V_{Ry} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

В нашей модели зависимость F_y' от относительной скорости поверхностей частиц и модуля силы деформации F_x' выглядит так, как представлено на рисунке 5.

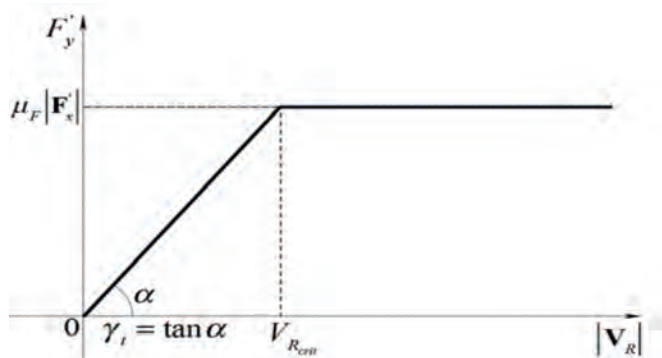


Рисунок 5 - Зависимость тангенциальной силы от относительной скорости поверхностей частиц

Коэффициент γ_t подбирается эмпирически, исходя из наблюдаемого поведения совокупности частиц.

Таким образом, из выражения (11) следует, что сила F_y' определяется одним из элементов: скоростью V_R или силой трения $\mu_F |F_x'|$. Составляющая V_R есть относительная скорость движения точек поверхностей частиц:

$$V_R = V'_{yj} - V'_{yi} + V_{\omega j} - V_{\omega i} = V'_y + V_{\omega}, \quad (13)$$

где $V'_y = V'_{yj} - V'_{yi}$ - вектор линейной скорости воздействующей частицы относительно анализируемой частицы вдоль оси OY' (или вектор относительной тангенциальной скорости центров частиц); $V_{\omega} = V_{\omega j} - V_{\omega i} = [w_j R_j] - [w_i R_i]$ - вектор относительной скорости движения поверхностей частиц из-за их угловых скоростей в точке касания; $V_{\omega j} = [w_j R_j]$, $V_{\omega i} = [w_i R_i]$ - линейные скорости точек поверхностей частиц, вызванные вращением каждой из частиц с векторами угловых скоростей w_j и w_i .

Рисунок 6 иллюстрирует взаимное расположение векторов линейных и угловых скоростей, а также результаты их сложения для i -й и j -й частиц.

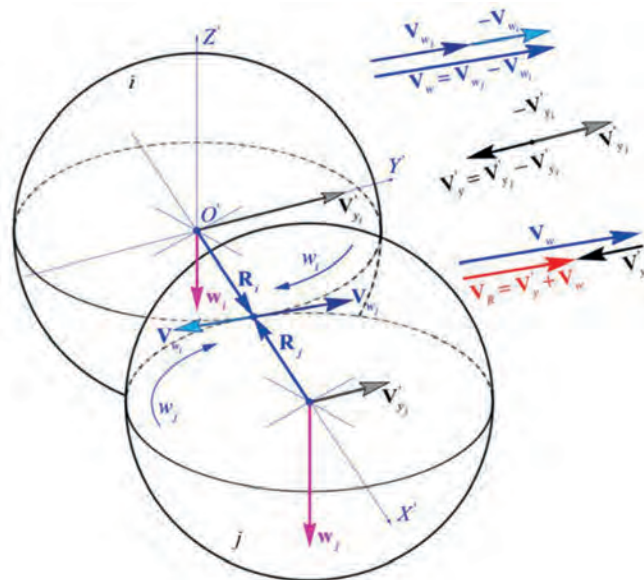


Рисунок 6 - Вектора линейных и угловых скоростей сталкивающихся частиц

Заметим, что результаты векторных произведений $[w_j R_j]$ и $[w_i R_i]$ направлены по касательной к точке столкновения частиц в отрицательную и положительную стороны вдоль оси OY' : $[w_i R_i] = 0 - e_y w_i R_{xi} + 0 = -V_{wi} e_y$.

Частицы же вращаются и перемещаются исключительно в плоскости $X'O'Y'$. Кроме того: $V_{wi} = |V_{wi}| = |[w_i R_i]| = w_i R_i \cdot \sin \alpha = w_i R_i$, где $\alpha = \pi/2$.

Итак, при соударении с воздействующей частицей, на анализируемую частицу начинает действовать сила F_y' , которая зависит от степени трения между поверхностями или относительной скорости V_R в точке соприкосновения.

Учитывая, что в момент времени t_k центр анализируемой частицы совпадает с центром ОСК, значение линейной скорости V'_y центра инерции анализируемой частицы в момент t_{k+1} аналогично (9) равно

$$V'_{yi}(t_{k+1}) = -\frac{1}{m_i} F'_y(t_k) \cdot (t_{k+1} - t_k). \quad (14)$$

Определим алгоритм расчёта составляющей w_y , требуемой для определения значения F_y' в момент времени t_k . Из

основного уравнения динамики вращательного движения [5] момент M_i внешней силы F'_y , действующей на i -ю частицу, определяем по формуле

$$M_i = I_i \cdot a_{wi}, \quad (15)$$

где I_i - момент инерции частицы, a_{wi} - ее угловое ускорение.

Для определения момента инерции i -й частицы массы m_i представим её диском с некоторой малой (не нулевой) толщиной b и радиуса R_i . Согласно [5]:

$$I_i = \frac{1}{2} m_i R_i^2. \quad (16)$$

С другой стороны, моментом силы F' относительно центра инерции i -й частицы называется векторная величина M_i , определяемая выражением [6]

$$M_i = [R_i F'_y], \quad (17)$$

где R_i - радиус-вектор, проведённый из точки O' - центра инерции частицы в точку приложения силы F'_y (точку касания частиц (рис.7)).

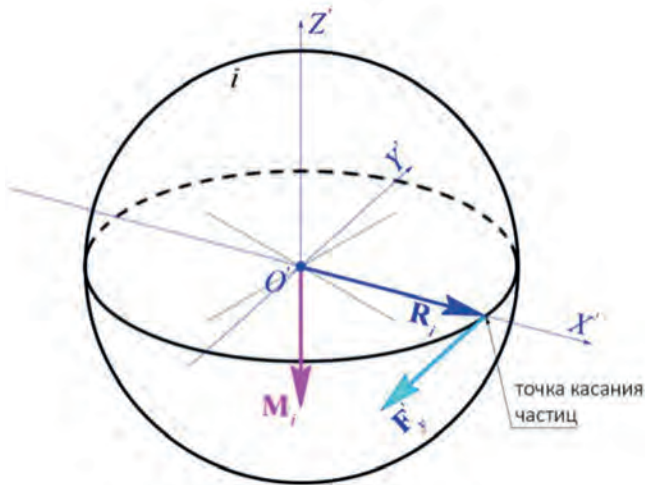


Рисунок 7 - Момент силы, действующей на частицу

Приравнявая (15) и (17), имеем $[R_i F'_y] = I_i \cdot a_{wi}$. Откуда $a_{wi} = [R_i F'_y]/I_i$. А так как $|[R_i F'_y]| = R_i F'_y$, то $|a_{wi}| = a_{wi} = R_i F'_y / I_i$. И, учитывая (16), получаем выражение для углового ускорения i -й частицы:

$$a_{wi} = \frac{R_i F'_y}{I_i} = 2 \frac{R_i F'_y}{m_i R_i^2} = 2 \frac{F'_y}{m_i R_i}. \quad (18)$$

Таким образом, угловая скорость вращения анализируемой частицы в момент

времени t_{k+1} будет определяться выражением вида:

$$\omega_i(t_{k+1}) = \omega_i(t_k) - \frac{2 \cdot F'_y(t_k)}{m_i R_i} \cdot (t_{k+1} - t_k). \quad (19)$$

Итак, предполагаем, что в момент времени t_k нам известны: m_i, m_j - массы частиц, R_i, R_j - размеры (радиусы) частиц, $x_i, y_i; x_j, y_j$ - координаты частиц в АСК, $V_{xi}, V_{yi}; V_{xj}, V_{yj}$ - скорости частиц в АСК, w_i, w_j - угловые скорости вращения частиц; параметры, характеризующие материал и поверхность частиц (см. выше), о составляющие вектора потока воздуха V_{xa}, V_{ya} (рассматривается ниже), $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ - время дискретизации модели.

Тогда алгоритм определения скорости и положения i -й частицы в момент времени t_{k+1} состоит из последовательности следующих действий:

- для момента времени t_k рассчитываются нормальная и тангенциальная составляющие V'_x и V'_y по выражениям (5);
- рассчитывается суммарная сила всех воздействующих частиц и всех воздействующих элементов конструкции с учётом возможной вибрации;
- рассчитывается сила деформации F'_x по выражению (10);
- рассчитывается приращение нормальной составляющей V'_x по формуле (9);
- рассчитывается относительная скорость поверхностей частиц в точке соприкосновения по выражению (13);
- рассчитывается сила F'_y по выражению (11);
- рассчитывается приращение тангенциальной составляющей V'_y по (14);
- рассчитываются составляющие V'_x и V'_y по выражениям (6);
- рассчитываются новые значения составляющих вектора скорости по (7);
- рассчитываются новые координаты в АСК по выражениям (8);
- процедура повторяется для всех остальных частиц.

Выводы. В данной работе на основе законов классической механики, материаловедения, методов линейной алгебры и геометрии разработан алгоритм расчёта положения каждой частицы с задаваемой

точностью в дискретные моменты времени в непрерывном пространстве, начиная с попадания совокупности частиц в устройство и заканчивая рассеиванием на поверхности.

Применение методов математической статистики при обработке полученных вариантов рассеивания частиц позволит определить соответствующие закономерности их распределений.

Отдельными вопросами усложнения модели, которым нужно уделить внимание, есть моделирование взаимодействия частиц с элементами конструкции устройства рассеивания, моделирование влияния воздушного потока на скорость перемещения частиц, моделирование действия гравитационного поля и моделирование вибрации элементов конструкции.

Литература

1. Вайсберг Л.А. Механика сыпучих сред при вибрационных воздействиях: методы описания и математического моделирования / Вайсберг Л.А., Демидов И.В., Иванов К.С. // -Ст-П.: Обогащение руд, № 4, 2015. -С.21-34.

2. Мироненко А.П. Моделирование динамики частиц в вертикальном трехуровневом смесителе сыпучих материалов /Мироненко А.П., Завгородний А.И.//-Харьков: Восточно-Европейский журнал передовых технологий, 1/7 (67) 2014. -С.29-34.

3. Молофеев В.Ю. Математическая модель движения семян по семяпроводу / Молофеев В.Ю. // - М.: Достижения науки и техники АПК, №4. 2007. -С.3-6.

4. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. -М.: Наука. 1978. -224 с.

5. Савельев И.В. Курс общей физики. Том 1. -М.: Наука. 1970. -517 с.

6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. -М.: Наука. 1999. -280 с.

7. Thorsten Püschel, Thomas Schwager Computational Granular Dynamics. -Berlin: 2005. -322 p.

Literature

1. Weisberg L.A. Mechanics of flowing media under vibration effects: methods of description and mathematical modeling / Weisberg L.A., Demidov I.V., Ivanov K.S. // -St-P. : Ore dressing, № 4, 2015. -p.21-34

2. Mironenko A.P. Modeling the dynamics of particles in a vertical three-level mixer of bulk materials / Mironenko A.P., Zavgorodniy A.I.// -Kharkov: East European Journal of Advanced Technologies, 1/7 (67) 2014. - p.29-34

3. Molofeev V.Yu. Mathematical model of seed movement along the seed line / Molofeev V.Yu. // - М. : Achievements of science and technology of agriculture, №4. 2007. - p. 3-6.

4. Chistyakov V.P. Course of probability theory. - М. : Nauka. 1978. -224 p.

5. Saveliev I.V. The course of general physics. Vol.1. - М. : Nauka.1970.-517 p.

6. Ilyin V.A., Poznyak E.G. Linear algebra. -М. : Science. 1999. -280 p.

7. Thorsten Püschel, Thomas Schwager Computational Granular Dynamics. – Berlin: 2005. -322 p.

Literatura

1. Vaysberg L.A. Mehanika syipuchih sred pri vibratsionnyih vozdeystviyah: metodyi opisaniya i matematiceskogo modelirovaniya/ Vaysberg L.A., Demidov I.V., Ivanov K.S.// -St-P.: Obogaschenie rud, # 4, 2015. -S.21-34

2. Mironenko A.P. Modelirovanie dinamiki chastits v vertikalnom trehurovnevom smesitele syipuchih materialov /Mironenko A.P., Zavgorodniy A.I.//-Harkov: Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredovyih tehnologiy, 1/7 (67) 2014. -S.29-34

3. Molofeev V.Yu. Matematicheskaya model dvizheniya semyan po semyaprovodu / Molofeev V.Yu. // - М.: Dostizheniya nauki i tehniky APK, #4. 2007. -S.3-6.

4. Chistyakov V.P. Kurs teorii veroyatnostey. -М.: Nauka. 1978. -224 s.

5. Savelev I.V. Kurs obschey fiziki. Tom 1. -М.: Nauka. 1970. -517 s.

6. Il'in V.A., Poznyak E.G. Lineynaya algebrа. -M.: Nauka. 1999. -280 s.
7. Thorsten Puschel, Thomas Schwager Computational Granular Dynamics. -Berlin: 2005. -322 p.

UDC 519.876.5: 004.942

MODELING OF THE PROCESS OF INTERACTION OF PARTICLES OF GRANULATED ENVIRONMENT DURING SCATTERING

V. Sharko, PhD, e-mail: vadim.vegov@almadavir.com,
<https://orcid.org/0000-0002-4497-4945>,

SC «Almadavir», Kiev

A. Tsulaia, PhD, Sc.,

e-mail: anavats51@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-3943-1831>,

D. Chitaev, StSO, e-mail: denyschytaiev@ukr.net

DNU «L. Pogorelyy UkrNDIPVT»

Summary

Goal. Computation granular dynamics is explored in the article for the conditions of free interaction between particles. The model shall be used to further specific imitations. Such models shall be in demand in the design of various scattering devices. They enhance possibilities to verify technical parameters of the devices without actual physical experiments.

Such modeling may play important roles in agricultural engineering when creating technical means for scattering seeds, spreading fertilizers.

Relevant material available in public libraries still needs further elaboration to build more precise models for granular environments.

Research methods: theoretical mechanics, linear algebra and geometry, materials science and probabilities theory.

Research results. In this paper, based on classical mechanics, linear algebra and geometry, materials science and probabilities theory, we developed an algorithm for constructing a model for the interaction of granular particles in the scattering process. The specifics of this process is the positions and speeds of each of the scattered particles are calculated in time and space with a specified accuracy at discrete points of time in a continuous space. The calculations are done starting with the initial hit of a set of particles in the device and finishing by scattering all the particles on the surface.

The proposed algorithm can be considered as a starting point for subsequent steps to elaborate it. Methods of mathematical statistics are employed to for final data processing, which is crucial for determining the final distributions.

Findings. It is proposed to give a particular attention for modeling of particle interactions with the structural elements of the scattering device. Air flow influence, gravitation field and vibrations are also important components of the modeling.

Key words: modeling, scattering process, granular particle, distribution, random variable, sample space.

УДК 519.876.5: 004.942

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВЗАЄМОДІЇ ЧАСТИНОК ГРАНУЛЬОВАНОГО СЕРЕДОВИЩА ПІД ЧАС РОЗСІЮВАННЯ

В. Шарко, канд. техн. наук, e-mail: vadim.vegov@almadavir.com,
<https://orcid.org/0000-0002-4497-4945>

НЦ «Альмадавир»

А. Чулая, канд. фіз.-мат. наук, e-mail: anavats51@gmail.com
orcid.org/0000-0002-3943-1831,

Д. Читаєв, e-mail: denyschytaiev@ukr.net
ДНУ «УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого»

Анотація

Мета. У статті розглядається проблема моделювання процесу розсіювання частинок гранульованого середовища, які знаходяться у вільній взаємодії, з метою використання результатів для побудови відповідних імітаційних моделей. Зрозуміло, що такі моделі будуть затребувані у проектуванні різних розсіювальних пристроїв, а також доповнять можливості перевірки впливу технічних параметрів пристроїв на розподіл частинок по поверхні без необхідності проведення фізичного експерименту.

Істотну роль імітаційне моделювання може грати в сільгоспмашинобудуванні під час створення технічних засобів для розсіювання (сівби) насіння, розкидання добрив.

Наявні у вільному доступі результати моделювання деяких варіантів процесу розсіювання не закривають дуже багатьох питань їх досліджень і вимагають додаткових зусиль для вирішення таких завдань.

Методи дослідження: теоретична механіка, лінійна алгебра і геометрія, матеріалознавство і теорія ймовірності.

Результати досліджень. У цій роботі на базі класичних методів теоретичної механіки, лінійної алгебри і геометрії, матеріалознавства і теорії ймовірності розроблений алгоритм побудови моделі взаємодії гранульованих часток в процесі розсіювання, особливість якого полягає в тому, що положення і швидкості кожної з розсіюваних часток у часі і фізичному просторі обчислюються із заданою точністю в дискретні моменти часу у безперервному просторі, починаючи з початкового потрапляння сукупності частинок у пристрій і закінчуючи розсіюванням частинок на поверхні.

Запропонований алгоритм є вихідним для подальших кроків з його ускладнення з урахуванням застосування методів математичної статистики під час обробки чисельних результатів розсіювання частинок, що дозволить визначити відповідні закономірності їх розподілів.

Висновки. Пропонується особливо приділити увагу моделюванню взаємодії частинок з елементами конструкції пристрою розсіювання, впливу повітряного потоку на швидкість переміщення частинок, дій на частки гравітаційного поля і вібрації елементів конструкції.

Ключові слова: моделювання, процес розсіювання, гранульована частка, закон розподілу, випадкова величина, простір подій.