

© П.І. Грищук, 2008

УДК 550.831+ 550.838

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка,  
м. Київ*

## **АНАЛІЗ СУЧАСНИХ МЕТОДОЛОГІЧНИХ І ТЕОРЕТИЧНИХ ПІДХОДІВ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОМПЛЕКСНОЇ ІНТЕРПРЕТАЦІЇ ДАНИХ ГРАВІМАГНІТОМЕТРІЇ**

**Вступ.** Розробка ефективної методики геологічної інтерпретації гравімагнітних досліджень є важливою проблемою. Це обумовлено тим, що гравірозвідка та магніторозвідка належить до інформативних і економічних методів розвідувальної геофізики. Потенціальні поля мають фундаментальне значення при вивченні геологічної будови земної кори, пошуках і розвідці запасів мінеральної сировини, а також при археологічних дослідженнях [1]. Методи, що засновані на їх вивченні (граві- та магніторозвідка), є експресними способами геофізичних досліджень. У свою чергу, за результатами інтерпретації гравімагнітних даних можна виконувати оперативну підготовку перспективних площ для пошуково-розвідувального буріння. Впровадження у виробництво нових методик дає змогу прискорити геологічну інтерпретацію і підвищити загальну точність та ефективність результатів гравімагнітних досліджень.

Наявність багатьох підходів в інтерпретації потенціальних полів зумовлена широким застосуванням різноманітних математичних методів. Серед основних з них слід виділити технології, що ґрунтуються на використанні: співвідношення Пуассона, вейвлет-перетворення, формули Ейлера, перетворення Гільберта і Фур'є та ін.

У практиці аналізу гравімагнітних даних розв'язують пряму та обернену задачі геофізики. Пряма задача є функцією просторових координат точок спостереженого поля і параметрів моделі середовища. Під час розв'язання оберненої задачі вихідне поле зіставляють з теоретичним у будь-якій конкретно заданій метриці. Задача зводиться до мінімізації функціоналу, за допомогою якого порівнюють поля. В результаті розв'язання оберненої задачі будують модель, для якої теоретичне поле максимально збігається з вихідним.

У результаті інверсії гравімагнітних даних зазвичай будують розподіл фізичних параметрів (густини, намагнічування) у нижньому півпросторі. При цьому інтерпретаційну модель такого розподілу визначає інтерпрета-

тор у межах певного класу джерел поля (наприклад, циліндрів, призм, паралелепіпедів тощо).

Як зазначає Є.Г. Булах [2], метод автоматизованого підбору збігається, але результат розв'язання цілком залежить від моделі початкового наближення. Стосовно стійкості розв'язку потрібно звернутися до праці В.І. Старостенка і С.М. Оганесяна [3], в якій показано, що градієнтні методи мінімізації більш стійкі до похибок вихідних даних.

Розв'язання обернених задач гравіметрії і магнітометрії належить до некоректних задач математичної фізики. А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенін [4], М.М. Лаврентьев [5]) та інші дослідники показали, що інтерпретаційні задачі мають бути зведені до умовно коректних. Для цього використовують методи регуляризації. В розробці підходів до розв'язку інтерпретаційних задач вагомими результатами отримали такі відомі вчені як В.М. Страхов, В.І. Старостенко, Є.Г. Булах, О.І. Кобрунов та ін.

Гравітаційні і магнітні дані зазвичай обробляють та інтерпретують окремо, а результати інтерпретації повністю поєднуються, в основному, в думці інтерпретатора. Це потребує великого досвіду, спеціальних знань з теорії потенціалу і уявлення про геологію району досліджень.

Сумісний розгляд гравітаційних та магнітних аномалій може бути важливим у з'ясуванні питання, чи створюються ці аномалії одним і тим самим об'єктом або різними, наприклад, об'єктами, що розміщені один під одним. Г.Я. Голіздра [6] розробив методичні підходи комплексної інтерпретації даних гравітаційних, магнітних та електричних полів.

Формалізація процесу комплексної інтерпретації в режимі автоматизованої обробки даних і подання результатів такої інтерпретації у формі карт або розрізів є корисними, оскільки допомагає менш досвідченому інтерпретатору, особливо під час дослідження областей з майже невідомою геологією. Теоретичні засади для спільної інтерпретації гравітаційних і магнітних аномалій добре розроблені [7], їх можна застосовувати у виробництві. Вони пов'язані з використанням співвідношення Пуассона або теореми Пуассона 1979 [8].

Загалом, теорема Пуассона встановлює зв'язок між гравітаційним і магнітним потенціалами. Спільна інтерпретація даних потенціальних полів дає змогу переважно визначати параметри густини та намагніченості і рідше напрямок намагнічування. Інколи цей напрямок приймають таким, що дорівнює напрямку вектора геомагнітної індукції нормального поля, але в областях з великими значеннями залишкової намагніченості це припущення є помилковим і призведе до недостовірної інтерпретації.

Однією з перших спроб з визначення напрямку намагніченості геологічного об'єкта була праця Д.С. Мікова [9]. Намагніченою моделлю тут слу-

гував круговий циліндр. К.Ф. Тяпкін [10] запропонував методику визначення вектора намагнічування для плаstopодібних об'єктів. К.О. Гура [11] розробив методику таблично-аналітичної інтерпретації магнітних аномалій  $Z_a$  та  $H_a$ . За сформованим банком табличних даних для призматичних об'єктів визначали геометричні розміри, напрямок та модуль вектора намагнічування. Пізніше автор статті цей підхід [12] реалізував в автоматизованому режимі для аномалій  $\Delta T_a$ . Є.Г. Булах [13] узагальнив задачу з визначення вектора намагнічування на об'єкт, що складається з набору прямокутних паралелепіпедів.

**Метод підбору.** Метод підбору на цей час є одним із провідних підходів інтерпретації гравімагнітних даних у складнопобудованих геологічних районах. Істотний внесок у розвиток цього методу зробили В.М. Страхов [14], Є.Г. Булах [2, 15–17], В.І. Старостенко [18], І.М. Корчагін [19], О.І. Кобрунов [20] та ін.

В практиці геологічної інтерпретації методика підбору має два чітко окреслені напрями. Один пов'язаний з використанням методу простого моделювання, коли попередньо побудована модель дає змогу розв'язати пряму задачу і візуально порівняти вихідне та теоретичне поля С.С. Красовський [21], В. І. Андрєєв [22] та ін.

Інший підхід пов'язується з методами апроксимаційної побудови геологічної моделі (В. Н. Страхов, [23]). Цей напрям був розвинутий Є.Г. Булахом. За такого підходу геологічну модель описують сукупністю параметрів, в якій у повному обсязі можна врахувати всі апріорні відомості про геологічну будову досліджуваного району.

Слід зауважити, що кожен інтерпретаційну задачу розв'язують у наперед обраному модельному геологічному класі (Є.Г. Булах [2, 24]). До поширених класів гравімагнітних джерел відносять: дайки, пласти, призми, горизонтальні пластини тощо. Для застосування методу підбору дослідник має врахувати дві обставини. Перша – потрібно скласти геологічну модель і орієнтовно вказати чисельні значення параметрів цієї моделі. Друга – має бути відомим правило розв'язання прямої задачі в обраному геологічному класі. Наприклад, задану область апроксимуємо кусково-прямолінійним контуром. Отже, програму обчислень зводимо до визначення аномального ефекту від набору похилих сходинок. Кожен уступ у фіксованій системі координат описуємо геометричними та фізичними параметрами. У фіксованих точках розраховуємо аномальне поле, яке зіставляємо із спостереженням.

Є.Г. Булах і Т.Л. Міхеєва [25] для гравіметричних даних, а J.C. Silva і V.C.F. Barbosa [26] для гравімагнітних полів використовують такий підхід. Модельне тіло, що має надлишкову густину або інтенсивність намагнічування, являє собою двовимірне однорідне джерело з багатокутною формою по-

перечного перерізу. Просторове положення вершин кутів моделі задають у полярних координатах. Перевага цього методу порівняно з іншими способами інтерпретації полягає у мінімізації таких величин, як абсолютна і відносна похибка, мінімальний момент інерції і опуклість, а також у можливості використання відомої геологічної інформації про геометрію джерела. С.А. Mendonca [7] застосував вирази гравітаційних і магнітних полів для розрахунку двовимірного (2D) однорідного джерела під час моделювання вертикальними блоками рельєфу фундаменту однорідного осадового басейну.

В.Н. Страхов [27] запропонував технологію двовимірної інтерпретації локальних гравітаційних аномалій, яка складається з чотирьох етапів:

- поділ поля на локальну та регіональну складові, фільтрація (вилучення, придушення) випадкових помилок, знаходження для локальної складової значень поля у точках, розташованих рівномірно вздовж профілю;
- перехід до так званого симетризованого поля та визначення за допомогою спеціальної апроксимаційної процедури просторового розміщення джерел локальних гравітаційних аномалій;
- знаходження значень поля локальних аномалій у нижньому півпросторі у зовнішніх відносно їх джерел точках;
- визначення розміщення джерел локального гравітаційного поля для його знайденого розподілу з урахуванням точок нижнього півпростору.

Запропоновану технологію, окрім використаної в методі підбору, можна також застосовувати для розв'язання оберненої задачі в класі скінченно-елементного розподілу тіл, тобто для сіткового моделювання.

**Метод сіток.** А.А. Непомнящих [28] запропонував розв'язання оберненої задачі гравіметрії (на основі просторового розподілу поля) методом сіток. Згідно з цим методом, модельну область розбивали прямокутною сіткою елементів, в межах яких густину приймали за сталу. А.А. Юньков і Є.Г. Булах [29] дослідили точність розв'язання оберненої задачі гравіметрії у двовимірному варіанті. Для інтерпретації гравімагнітних даних модель була складена з множини елементарних однорідних прямокутників відомих розмірів за невідомих значень їх густини та намагніченості. Таку модель часто застосовують у практиці гравімагнітних досліджень з метою отримання реалістичнішого опису для джерел поля. Проте такий підхід надзвичайно збільшує кількість пошукових параметрів, що призводить до нестійкості розв'язку оберненої задачі. Нестійкість можна усунути, застосувавши метод регуляризації Тихонова, оскільки всі пошукові параметри є фізичними властивостями (густина, намагнічування).

Існує багато стратегій для стабілізації мінімізуючих функціоналів. Їх запровадження дає змогу ефективно зменшувати допустимий діапазон ва-

ріацій фізичних параметрів у кожній комірці. При цьому в процесі пошуку моделі враховують такі ознаки, як однорідність і компактність джерела (B.J. Last і K. Kubik [30]), його момент інерції (A. Guillen і V. Menichetti [31]), положення осей моделі (J.B. C. Silva і співавт. [32]) або комбінацію цих ознак. Ці підходи дають змогу отримувати достовірнішу інтерпретацію в класі однорідних джерел складної форми. Роздільна здатність методики послідовного використання різних ознак моделі значно вища, ніж у разі інтерпретації за одним критерієм (П.О. Міненко [33]).

Сіткові методи інтерпретації можуть ефективно використовувати обмеження параметрів для фізичних властивостей, разом з тим точність визначення меж джерел залежить від розмірів апроксимуючих комірок.

Дослідники M. Fedi і A. Rapolla [34] запропонували тривимірну інверсію гравітаційних і магнітних даних для двох висотних рівнів спостережень. За допомогою цієї методики була здійснена інтерпретація магнітних даних над вулканом Везувій. В результаті отримано модельне джерело, яке повністю узгоджується з топографічними і геологічними даними.

**Технологія аналітичного сигналу.** Метод ґрунтується на використанні горизонтальних або вертикальних градієнтів (похідних) спостережених аномальних потенціальних полів. Такий підхід розробили з метою створення ефективнішого інструменту визначення геометричних параметрів, типу та місцеположення меж і глибин збурюючих джерел. Зручність цих методів пов'язана з тим, що кількісні розв'язки знаходяться майже без початкових припущень. Наприклад, головна перевага у використанні максимальних амплітуд аналітичного сигналу для визначення місцеположення структурних границь полягає в тому, що результат такого визначення не залежить від напрямків намагніченості магнітних джерел (W.R. Roest і ін., і співавт. [35]). Такий підхід до інтерпретації магнітних даних є досить зручним, особливо якщо індукційну та залишкову намагніченість важко відрізнити.

Оскільки спостережені дані потенціальних полів характеризують суперпозицію ефектів від окремих джерел, то зрозуміло, що точність визначення геологічних меж залежатиме від впливу вміщуючого середовища на значення аномального поля. Це, безперечно, може призводити до помилок у визначенні місцезнаходження тіл. Зменшити ефекти інтерференції або впливу окремих джерел можна за допомогою продовження даних донизу. Ця методика може збільшити точність розв'язання, але, на жаль, є не дуже стійкою щодо обчислення вищих похідних.

Дослідники S. Hsu і співавт. [36] розробили технологію аналітичного сигналу, що застосовується для аналізу тривимірних аномалій потенціальних полів для побудови з високою точністю геологічних меж типу контактів і складок. Запропонована технологія є ефективною, коли вплив залишкової

намагніченості незначний. В ній під час інтерпретації дво- і тривимірних аномалій горизонтальний і вертикальний градієнти аномального поля формують за допомогою перетворення Гільберта.

Застосування технології аналітичного сигналу забезпечує ліпшу візуалізацію особливостей геологічних структур. Цю інформацію можна використовувати для встановлення обмежень у разі інверсії гравімагнітних даних іншими методами.

**Застосування формули Ейлера.** В цьому підході для знаходження місцеположення і глибини двовимірних геологічних меж застосована обернена фільтрація або деконволюція Ейлера (A.V. Reid і співавт. [37]). Пізніше цей спосіб успішно використовували для тривимірних сіткових даних. Недоліком застосування деконволюції Ейлера є те, що користувач попередньо має визначити структурний індекс для кількісних розрахунків. Вибір структурного індексу є одним із визначальних факторів отримання достовірного розв'язку. Структурний індекс характеризує тип джерела (наприклад, контакт, дайка або точкова модель), а отже, і характер спаду поля з відстанню до нього (V.C. Barbosa і співавт., [38]). Глибина розрахунку зміщується відносно дійсної, якщо індекс задано неправильно.

Наявність проблеми неточних розв'язків, пов'язаної зі знанням структурного індексу, разом із неможливістю цим методом оцінити зміну намагніченості, сприйнятливості і кут падіння джерела, характеризують метод Ейлера, як такий, що здебільшого є неприйнятним для інтерпретації потенціальних полів. Із введенням додаткових обмежень (M.F. Mushayandebvu і співавт. [39]) багато недоліків оригінального методу Ейлера були подолані і технологія отримала широке практичне застосування. У профільному варіанті інтерпретацію магнітних даних цим методом виконують для визначення положення контактів і тонких дайкових тіл.

Використання методу Ейлера під час тривимірного моделювання (S.E. Williams і співавт. [40]) засвідчує його достатню ефективність для кількісних розрахунків положення поверхні фундаменту.

**Використання перетворення Фур'є.** Інверсія потенціальних полів у хвильову область становить широкий інтерес для дослідників. Дослідники M. Pilkington і D.J. Crossley [41] застосували ортогональність перетворення Фур'є, щоб отримати підхід, який не потребує матричної інверсії. В цьому випадку використовують фільтрацію низьких частот.

Дослідники J.Xia і D.R. Sprowl [42] розробили ітераційний підхід, який уникає числової нестійкості продовження потенціальних полів донизу і є ефективним для використання з великою множиною даних. Ітераційний розв'язок сходиться швидко, і розрахункові моделі добре узгоджуються з фактичними моделями. Підхід дає змогу визначати розподіл надлишкових

густини і намагніченості в межах хвилястого шару. Таке визначення в результаті інверсії гравімагнітного поля з обмеженнями на глибини меж шарів (наприклад, з урахуванням даних свердловин) допомагає отримати достовірну літологічну характеристику нижнього півпростору.

Методи Фур'є є потужним інструментом аналізу потенціальних полів не тільки завдяки непоганим результатам, які отримують за його допомогою, й тому що швидкий алгоритм перетворення Фур'є робить їх чисельну реалізацію досить ефективною за часом. Ці методи широко застосовують. Інверсії досягають ітераційним наближенням початкової моделі нижнього півпростору до моделі в хвильовій області. Процес інверсії стійкий і ефективний у разі роботи з великими масивами даних.

**Вейвлет-перетворення.** Вейвлет-аналіз належить до важливих технологій обробки та аналізу потенціальних полів (M.N. Nabighian і співавт. [43]). Концепція безперервного вейвлет-перетворення була введена спочатку в обробці сейсмічних даних, тоді як форму дискретного вейвлет-перетворення давно використовували в теорії зв'язку. Технологія була розвинута завдяки швидкому прогресу прикладної математики. Широке застосування нових математичних прийомів отримало втілення в аналізі потенціальних полів, особливо при аналізі даних магнітометричного методу. F. Moreau та співавт. [44] були перші, котрі застосували безперервне вейвлет-перетворення для аналізу потенціальних полів над простими однополосними джерелами. P. Hornby та співавт. [45] незалежно розвивали подібну концепцію і удосконалювали існуючі методи обробки потенціальних полів, трансформуючи їх у форму вейвлет-перетворень. Методи, що засновані на безперервному вейвлет-аналізі, дають змогу визначати місцеположення і межі збурюючих тіл відстеженням екстремумів вейвлет-перетворень.

Інше використання цієї технології пов'язане з обробкою даних і ґрунтується на компактних ортогональних вейвлет-перетвореннях. Вейвлет-аналіз застосовували для інтерпретації гравітаційних і магнітних профілів, а пізніше – під час обробки аеромагнітних даних. Ця методика є дієвою і для аналізу гравітаційних даних. Подальші дослідження дали змогу застосувати концепцію вейвлетів і зменшити перешкоди під час обробки градієнтів гравітаційного потенціалу та для розрахунку і вилучення шумового рівня у вейвлет-області.

Нарешті, дискретне вейвлет-перетворення використовують як засіб поліпшення ефективності звичайних методів обробки. Так, Y. Li та D.W. Oldenburg [46] розробили методику ущільнення матриці тривимірної (3D) інверсії для зменшення розміру даних у пам'яті комп'ютера та часу розрахунку центральним процесором. Цей підхід важливий для виконання великомасштабних 3D обернених задач. Подібний метод був застосований

для продовження ввєрх аномального поля вїд нерївних поверхонь з використанням екївалентних джерел.

Достатньо ефективно можна використовувати вейвлет-аналїз у формуванні баз даних у геоїнформаційних системах (О.С. Долгаль і О.В. Пугїн [47]). Крім масиву значень спостереженого поля зазначена методика дає змогу зберїгати апроксимацію моделї меншої розмїрності. Це забезпечує можливість вїдновлення поля в довїльно обраних точках простору, розташованих зовнї джерел, а також виконання асимптотично оптимальних за точнїстю трансформацій, що враховують реальний рельєф поверхнї спостережень.

**Метод випадкових послїдовностей (метод Монте-Карло).** З розвитком обчислювальної технїки з'явилася можливість застосовувати методи, якї потребують великої кїлькостї обчислень. До такого пїдходу в розв'язаннї задачї їнверсїї належить метод випадкових послїдовностей, або метод Монте-Карло.

Використання методу Монте-Карло для обробки потенціальних полїв ґрунтується на тому, що їснують груповї вїдношення мїж моделлю і простором даних, тобто множина конфїгурацій моделей однаково пояснює данї. Це явище вїдоме в геофїзицї як принцип екївалентностї. Полїпшити результат і зменшити невизначенїсть можна за допомогою доступної їнформацїї про об'єкт досліджень: гравїтацїйнї й магнїтнї данї; статистика розподїлу густини і магнїтної сприйнятливостї; геометричнї обмеження на структуру осадового чохла.

М. Bosch і співавт. [48] розробили пїдхїд, заснований на спїльнїй їнверсїї двовимїрних гравїтацїйних і магнїтних полїв їз застосуванням для комплексної їнтерпретацїї геофїзичних даних статистичного аналізу. Цей метод враховує кїлькїсну їнформацїю гравїтацїйних, магнїтних, петрофїзичних та їнших експериментальних даних з метою побудови структури головного шару і визначення розподїлу фїзичних властивостей всерединї пластїв. Задачу розв'язують методом Монте-Карло і завершують графїком мїнімізуючого функціоналу. Цей метод поєднує гравїтацїйнї і магнїтнї данї з апрїорною їнформацїєю про наявну густину мас і статистику магнїтної сприйнятливостї та статистичнї обмеження на положення моделювальних меж. Результати спїльного моделювання узгоджують зї спостереженими даними і апрїорною статистичною їнформацїєю.

**Висновки.** На цей час розроблено багато методїв розв'язання обернених задач гравїмагнїтометрїї. В статтї розглянуто основнї з них. За використанням цї методи можна подїлити на двї групи. До першої групи належать методи, якї застосовують спїввїдношення Пуассона: просте моделювання, пїдбїр, сїткове моделювання, метод Монте-Карло. У розв'язаннї обернених задач цю групу широко застосовують для їнтерпретацїї локальних аномалїй



або даних, отриманих на невеликих територіях за відсутності апріорної інформації. За наявності додаткових даних (електророзвідка, сейсморозвідка, дані свердловин та ін.) щодо території досліджень цю групу методів використовують для моделювання вздовж довгих профілів або тривимірних задач. До другої групи методів належать аналітичний сигнал, деконволюція Ейлера, перетворення Фур'є та вейвлет-аналіз. Ця група дає змогу виконувати інтерпретацію даних, отриманих на значних площах, або дрібномасштабних карт аномальних полів. На сучасному етапі ці технології застосовують також для комплексної інтерпретації з використанням геофізичних і геологічних даних.

За період розвитку інтерпретаційних технологій так склалося, що першу групу переважно застосовують для аналізу гравіметричних даних під час розвідки рудних покладів, алмазоносних структур та археологічних дослідженнях, а другу – під час картування кристалічного фундаменту та пошуків нафтогазоносних родовищ.

На думку провідних дослідників (В.М. Страхов, Г.Я. Голіздра, В.І. Старостенко, [49]), усвідомлення сутності розроблених методів аналізу потенціальних полів з позицій їх оперативності, достовірності і ефективності має вирішити напрям подальшого розвитку оптимальних інтерпретаційних технологій потенціальних полів. Застосування на практиці різних підходів для розв'язання обернених задач гравімагнітометрії визначає період їх використання. Розвиток комп'ютерної техніки продовжує життя паліативним методам, створює перспективу для нових технологій і розширює їх область застосування. На цей час ще не створено універсальної технології інтерпретації гравімагнітних полів, тому кожен метод має право на існування. Комплексування методів аналізу та технологій допомагає отримувати найдостовірніші дані щодо геологічної будови району досліджень. У свою чергу, створення геоінформативних систем дасть змогу у повному обсязі застосовувати усі відомі технології для ефективної інтерпретації геофізичних даних.

1. Любимов А.А. Геологическая экспресс-интерпретация гравимагнитных данных. – М.: Недра, 1983. – 198 с.
2. Булах Е.Г. К вопросу о методе подбора при решении обратных задач гравиметрии и магнитометрии. Обзор // Физика Земли. – 2006. – № 2. – С. 72–77.
3. Старостенко В.И., Оганесян С.М. Некорректно поставленные задачи по Адамару и их приближенное решение методом регуляризации по А. Н. Тихонову // Геофиз. журн. – 2001. – 23. – № 6. – С. 3–20.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 222 с.
5. Лаврентьев М.М. О некорректных задачах математической физики. – Новосибирск. Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.

6. Голиздра К.Я. Комплексная интерпретация геофизических полей при изучении глубинного строения земной коры. – М.: Недра, 1988. – 212 с.
7. Mendonca C.A. Automatic determination of the magnetization–density ratio and magnetization inclination from the joint interpretation of 2D gravity and magnetic anomalies // *Geophysics*. – 2004. – **69**, № 4. – P. 938–948.
8. Логачов А.А., Захаров В.П. Магниторазведка, 5-е изд. – Л.: Недра, 1979. – 351 с.
9. Миков Д.С. Определение направления намагниченности возмущающих тел по результатам магнитной съемки // *Изв. АН СССР. Сер. Геофиз.* – 1953. – № 5. – С. 418–423.
10. Тяпкин К.Ф. Интерпретация магнитных аномалий, обусловленных пластообразными телами и контактами. – М.: Наука, 1973. – 224 с.
11. Гура К.А. Таблично-аналитическая интерпретация магнитных аномалий: Учеб. пособие. – Киев: УМК ВО, 1990. – 147 с.
12. Гура К.О., Гришук П.І. Інтерпретація магнітних аномалій в автоматизованому режимі: Навч. посіб. для студентів геофіз. спеціальності геол. ф-ту. – К.: ВЦ “Київ. у-т”, 2000. – 155 с.
13. Булах Е.Г. Определение направления намагниченности двухмерных тел по внешнему магнитному полю // *Докл. НАН Украины*. – 2005. – № 5. – С. 96–98.
14. Страхов В.Н. К теории метода подбора // *Изв. АН СССР. Сер. геофиз.* – 1964. – № 4. – С. 494–509.
15. Булах Е.Г. Об автоматическом подборе контура возмущающих тел на ЭЦВМ // *Изв. АН СССР. Физика Земли*. – 1965. – № 8. – С. 85–88.
16. Булах Е.Г. Автоматизированная система интерпретации гравитационных аномалий. – Киев: Наук. думка, 1973. – 111 с.
17. Булах Е.Г., Ржаницын В.А., Маркова М.Н. Применение метода минимизации для решения задач структурной геологии по данным гравиразведки. – Киев: Наук. думка, 1976. – 220 с.
18. Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. – Киев: Наук. думка, 1978. – 228 с.
19. Корчагин И.Н. К вопросу об оптимизации при подборе источников гравимагнитных полей // *Геофизические исследования глубинного строения земной коры*. – Киев: Наук. думка, 1978. – С. 77–85.
20. Кобрунов А.И. Теоретические основы решения обратных задач геофизики. – Ухта: УИИ, 1995. – 228 с.
21. Красовский С.С. Отражение динамики земной коры континентального типа в гравитационном поле. – Киев: Наук. думка, 1981. – 264 с.
22. Андреев В.И. Моделирование геологических образований методами пространственной гравиметрии. – М.: Недра, 1992. – 224 с.
23. Страхов В.Н. Основные направления развития теории интерпретации гравиметрических данных в начале XXI века // *Геофиз. журн.* – 2003. – **25**, № 3. – С. 3–8.
24. Булах Е.Г., Маркова М.Н. Прямая задача магнитометрии для совокупности трехмерных звездных тел класса А. Н. Тихонова // *Геоинформатика*. – 2005. – № 4. – С. 24–30.
25. Булах Е.Г., Михеева Т.Л. Прямые и обратные задачи гравиметрии в классе горизонтальных цилиндрических тел // *Геофиз. журн.* – 2004. – № 5. – С. 23–38.
26. Silva J.B., Barbosa V.C. Generalized radial inversion of 2D potential field data // *Geophysics*. – 2004. – **69**, № 6. – P. 1405–1413.
27. Страхов В.Н. Новая технология интерпретации локальных гравитационных аномалий в двухмерной постановке // *Геоинформатика*. – 2005. – № 1. – С. 27–31.

28. Непомнящих А.А. Об условиях однозначности решения обратной задачи геофизики // Геология, горное дело, металлургия. – М.: Металлургиздат, 1956. – Вып. 13.
29. Юньков А.А., Булах Є.Г. Про точність визначення щільності аномальних мас методом сіток / Доп. АН УРСР. – 1958. – № 11. – С. 1234–1237.
30. Last B.J., Kubik K. Compact gravity inversion // *Geophysics*. – 1983. – **48**. – P. 713–721.
31. Guillen A., Menichetti V. Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional // *Ibid.* – 1984. – **49**. – P. 1354–1360.
32. Silva J.B.C., Medeiros W.E., Barbosa V.C.F. Potential-field inversion: Choosing the appropriate technique to solve a geologic problem // *Geophysics*. – 2001. – **66**, № 2. – P. 511–520.
33. Миненко П.А. Особенности решения обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии // *Геоинформатика*. – 2005. – № 4. – С. 31–35.
34. Fedi M., Rapolla A. 3-D inversion of gravity and magnetic data with depth resolution // *Geophysics*. – 1999. – **64**, № 2. – P. 452–460.
35. Roest W.R., Verhoef J., Pilkington M. Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal // *Ibid.* – 1992. – **57**. – P. 116–125.
36. Hsu S., Sibuet J., Shyu C. High-resolution detection of geologic boundaries from potential-field anomalies: An enhanced analytic signal technique // *Ibid.* – 1996. – **61**, № 2. – P. 373–386.
37. Reid A.B., Allsop J.M., Granser H., Millett A.J., Somerton I.W. Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution // *Ibid.* – 1990. – **55**. – P. 80–91.
38. Barbosa V.C.F., Silva J.B.C., Medeiros W.E. Stability analysis and improvement of structural index estimation in Euler deconvolution // *Ibid.* – 1999. – **64**. – P. 48–60.
39. Mushayandebvu M.F., Driel P., Reid A.B., Fairhead J.D. Magnetic source parameters of two-dimensional structures using extended Euler deconvolution // *Ibid.* – 2006. – **66**, № 3. – P. 814–823.
40. Williams S.E., Fairhead J.D., Flanagan G. Comparison of grid Euler deconvolution with and without 2D constraints using a realistic 3D magnetic basement model // *Geophysics*. – 2005. – **70**, № 3. – P. L13–L21.
41. Pilkington M., Crossley D.J. Determination of crustal interface topography from potential fields // *Ibid.* – 1986. – **51**. – P. 1277–1284.
42. Xia J., Sprowl D.R. Inversion of potential-field data by iterative forward modeling in the wavenumber domain // *Ibid.* – 1992. – **57**, № 1. – P. 126–130.
43. Nabighian M.N., Ander M.E., Grauch V.J.S., Hansen R.O., LaFehr T.R., Li Y., Pearson W.C., Peirce J.W., Phillips J.D, M. E.M. Historical development of the gravity method in exploration // *Geophysics*. – 2005. – **70**, № 6. – P. 63ND–89ND.
44. Moreau F., Gibert D., Holschneider M., Saracco G. Wavelet analysis of potential fields // *Inverse Problems*. – 1997. – **13**. – P. 165–178.
45. Hornby P., Boschetti F., Horowitz F.G. Analysis of potential field data in the wavelet domain // *Geophys. J. Int.* – 1999. – **137**. – P. 175–196.
46. Li Y., Oldenburg D.W. Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and logarithmic barrier method // *Geophys. J. Int.* – 2003. – **152**. – P. 251–265.
47. Долгаль А.С., Пугин А.В. Фрактальный подход к аналитической аппроксимации потенциальных геофизических полей / *Геоинформатика*. – 2006. – № 2. – С. 34–39.
48. Bosch M., Meza R., Jimenez R., Hcnig A. Joint gravity and magnetic inversion in 3D using Monte Carlo methods // *Geophysics*. – 2004. – **71**, № 4. – P. G153–G156.
49. Страхов В.Н., Голиздра Г.Я., Старостенко В.И. Развитие теории и практики интерпретации потенциальных полей в XX веке / *Физика Земли*. – 2000. – № 9. – С. 41–64.