

С.В. КОНДОВИЧ,<sup>1</sup> О.В. ГОМОНАЙ,<sup>1</sup> В.М. ЛОКТЕВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”  
(Просп. Перемоги, 37, Київ 03056; e-mail: ksvitlana@i.ua)

<sup>2</sup> Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголобова НАН України  
(Вул. Метрологічна, 14-б, Київ 03680)

УДК 538.955+537.622.5+  
537.226.86+537.635

## МАГНІТНА ДИНАМІКА МУЛЬТИФЕРОЇКА З АНТИФЕРОМАГНІТНИМ ПРОШАРКОМ

*Ефекти форми для магнітних частинок інтенсивно досліджуються, адже форма і розміри можуть виступати в ролі керуючих параметрів і задавати властивості зразка вже при його виготовленні. Експерименти дозволяють припустити існування впливу форми на властивості антиферомагнітних (АФМ) нанорозмірних зразків, але з теоретичної точки зору цей вплив майже не розглянуто. В даній роботі запропоновано модель для дослідження впливу ефектів форми в АФМ частинках на частоті антиферомагнітного резонансу (АФМР). Методом функцій Лагранжа розраховано спектр резонансних коливань АФМ вектора для синтетичного мультифероїка (п'єзоелектрик + АФМ). Досліджено вплив форми зразка на частоту АФМР у присутності зовнішнього магнітного поля. Розглянуто умови, за яких в магнітній підсистемі виникає: а) резонанс під дією зовнішньої примусової сили; б) параметричний резонанс.*

*Ключові слова:* антиферомагнетики (АФМ), п'єзоелектрик, мультифероїк, наночастинки, метод функцій Лагранжа.

### 1. Вступ

У той час, як вплив форми на магнітні властивості феромагнітних (ФМ) наночастинок широко досліджується [1–3], ефекти форми для нанорозмірних антиферомагнетиків (АФМ) залишаються предметом дискусії. В роботах [4–6] експериментально спостерігався ефект переорієнтації АФМ вектора з положення, що відповідає “легкій” кристалографічній осі в положення, що наводиться витягнутою формою частинки. Це дає змогу говорити про можливість існування ефектів форми в АФМ.

Більшість з існуючих методів спостереження доменної структури АФМ матеріалу і визначення положення АФМ вектора (рентгенівська спектроскопія в поляризованих променях, генерація другої гармоніки тощо) призначені для дослідження

статичних ефектів, а також часто не враховують вплив розмірів і форми зразка на його магнітні властивості. Ми пропонуємо використовувати резонансний метод для дослідження динаміки АФМ вектора і продемонструємо можливість аналізу наведеної формою магнітної анізотропії АФМ кристалів за допомогою спектра АФМР, або спектра одного з типів довгохвильових квазічастинкових збуджень, в теорію яких великий внесок зробив видатний радянський і український вчений О.С. Давидов [7]. Сторіччю від дня його народження і присвячено це дослідження.

Конкретно робота спрямована на вивчення синтетичного мультифероїка, що поєднує АФМ та п'єзоелектричні (ПЕ) властивості. Її метою є: *i*) дослідження впливу залежних від часу (періодичних) деформацій п'єзоелектричної підсистеми на магнітну підсистему в АФМ/ПЕ мультифероїку; *ii*) визначення умов, за яких у зразку можливе виникнення вимушених резонансних коливань або па-

© С.В. КОНДОВИЧ, О.В. ГОМОНАЙ,  
В.М. ЛОКТЕВ, 2013

раметричного резонансу; *iii*) аналіз залежності резонансних частот від геометричних параметрів системи в присутності зовнішнього магнітного поля.

Ідея полягає в тому, щоб за допомогою впливу на пружну підсистему АФМ наночастинки дослідити динаміку магнітної підсистеми (а саме: довгохвильові коливання АФМ вектора) і проаналізувати внесок магнітної анізотропії, індукованої формою. При цьому припускаємо, що механізм впливу форми на магнітну анізотропію АФМ наночастинки має магнітопружний характер і зумовлений так званою “енергією роздеформування” [8].

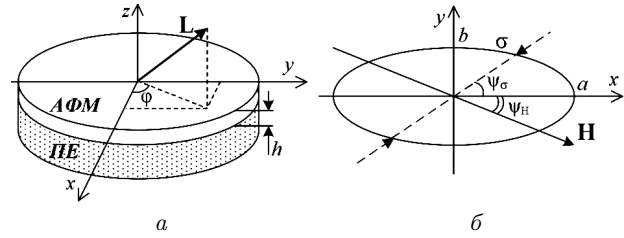
Зауважимо, що вплив форми зразка на динаміку АФМ вектора досліджувався і раніше – зокрема, у роботі [9] проаналізовано залежність щільни в спектрі АФМР від напрямку зовнішнього магнітного поля, яка спричиняється наведеною формою анізотропією. В даній роботі розглядається більш складна ситуація, оскільки запропонований підхід враховує як магнітну, так і пружну підсистеми АФМ зразка. Збурення магнітопружної системи ми моделюємо як такі, що викликані прикладенням змінної електричної напруги до синтетичного АФМ/ПЕ мультифероїка. Окрім форми, в ролі керуючих параметрів виступають зовнішні поля – електричне і магнітне.

## 2. Модель і метод

### 2.1. Досліджуваний зразок

Розглянемо двошаровий синтетичний матеріал, утворений наповненням антиферомагнітної плівки на п'єзоелектричну підкладку (рис. 1, *a*). Для спрощення моделі вважатимемо, що АФМ колінеарний, з двома еквівалентними підґратками, магнітні моменти яких дорівнюють  $\mathbf{M}_1$  і  $\mathbf{M}_2$ . Нехай зразок має форму еліпса з півсями  $a$  і  $b$ , товщина АФМ плівки  $h$ , причому  $a > b \gg h$ . Розміри АФМ підсистеми припустимо достатньо малими, щоб розглядати її у наближенні “макроспіна”, тобто щоб досліджувати динаміку однорідного монодоменого прошарку. Магнітний стан такої системи при температурах, нижчих за температуру Нееля, можна повністю описати АФМ вектором  $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$  фіксованої довжини  $|\mathbf{L}| = 2M_0$ .

Під дією зовнішньої електричної напруги  $V$  в п'єзоелектрику виникає механічне напруження (якому відповідає тензор напруг  $\sigma \sim Vd$ ,  $d$  – п'єзоелектричний тензор), що призводить до дефор-



**Рис. 1.** Модель зразка. АФМ плівка товщиною  $h$ , напилена на ПЕ підкладку (*a*). АФМ вектор  $\mathbf{L}$  (товста стрілка) характеризує магнітний стан системи. Зразок має форму еліпса з півсями  $a$  і  $b$  (*b*). Пунктирні стрілки вказують напрямки сили (кут  $\psi_\sigma$ ), що створює механічне напруження  $\sigma$  у зразку. Напрямок ліній напруження зовнішнього магнітного поля  $\mathbf{H}$  показано тонкою стрілкою, відповідний кут  $\psi_H$

мації зразка:  $u_0 = \sigma_0/(2\mu)$ ,  $\mu$  – модуль зсуву,  $\sigma_0$  – компонента тензора напруг у напрямку дії зовнішньої сили (під кутом  $\psi_\sigma$  до осі  $Ox$ , див. рис. 1, *b*).

Зовнішнє магнітне поле  $\mathbf{H} = H(\cos \psi_H, \sin \psi_H, 0)$  лежить в площині  $xOy$  (рис. 1, *b*).

### 2.2. Моделювання функції Лагранжа

Для розрахунку спектра АФМР застосуємо стандартну методику на основі методу функцій Лагранжа (див., наприклад, [10]).

Густина функції Лагранжа АФМ зразка:

$$\mathcal{L}_{\text{AFM}} = \frac{\chi}{2g^2M_0^2} \dot{\mathbf{L}}^2 - \frac{\chi}{2gM_0^2} (\dot{\mathbf{L}}, \mathbf{L}, \mathbf{H}) + \frac{\chi}{8M_0^2} [\mathbf{L} \times \mathbf{H}]^2 - w_{\text{an}}(\mathbf{L}) - w_{\text{destr}} - \Delta w_{\text{destr}}(\sigma), \quad (1)$$

де  $g$  – гіромагнітне співвідношення,  $\chi$  – магнітна сприйнятливості матеріалу,

$$w_{\text{an}}(\mathbf{L}) = \frac{K_{\parallel}}{4M_0^2} L_z^2 - \frac{K_{\perp}}{16M_0^4} (L_x^4 + L_y^4) \quad (2)$$

– густина магнітної енергії анізотропії<sup>1</sup> для АФМ типу “легка площина”;  $K_{\parallel} \gg K_{\perp} > 0$  – константи анізотропії;

$$w_{\text{destr}} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{K_{\parallel}^{\text{el}}}{4M_0^2} (L_y^2 - L_x^2) + \frac{K_{\text{is}}^{\text{el}}}{16M_0^4} \left[ (L_x^2 - L_y^2)^2 + 4(L_x L_y)^2 \right] - \frac{K_{\perp}^{\text{el}}}{16M_0^4} \left[ (L_x^2 - L_y^2)^2 - 4(L_x L_y)^2 \right] \right\} \quad (3)$$

<sup>1</sup> Енергія анізотропії (2) відповідає припущенню щодо тетрагональної симетрії магнітного впорядкування в АФМ прошарку.

– густина енергії роздеформування<sup>2</sup> [8],  $K_{\parallel}^{\text{el}}$ ,  $K_{\text{is}}^{\text{el}}$  і  $K_{\perp}^{\text{el}}$  – магнітопружні коефіцієнти, які залежать від форми зразка (див. Додаток);

$$\Delta w_{\text{destr}}(\sigma) = \frac{1}{4\mu} \sigma_0 \cos 2\psi_{\sigma} \left\{ (K_{\parallel}^{\text{el}} + \Delta K_{\parallel}) \frac{L_y^2 - L_x^2}{4M_0^2} - (K_{\perp}^{\text{el}} + \Delta K_{\perp}) \frac{(L_x^2 - L_y^2)^2 - 4(L_x L_y)^2}{16M_0^4} \right\} \quad (4)$$

– поправка до  $w_{\text{destr}}$ , що виникає під дією зовнішньої напруги за рахунок зміни форми зразка при деформації [11], вирази для  $\Delta K_{\parallel, \perp}$  див. у Додатку.

### 2.3. Параметризація АФМ вектора

Дослідимо виникнення резонансних коливань АФМ вектора  $\mathbf{L}$  в околі рівноважного положення  $\mathbf{L}_{\text{eq}}$  і проаналізуємо вплив форми зразка на його резонансні частоти.

За відсутності зовнішніх полів АФМ вектор лежить в площині  $xOy$ , і його можна параметризувати кутом  $\varphi_{\text{eq}}$  відносно осі  $Ox$ :  $\mathbf{L}_{\text{eq}} = 2M_0 (\cos \varphi_{\text{eq}}, \sin \varphi_{\text{eq}}, 0)$ . Якщо кристалографічні осі матеріалу співнапрямлені з осями еліпса, і магнітопружний внесок (3), (4) не враховується, то цей кут може набувати значення  $\varphi_{\text{eq}1} = 0$  та  $\varphi_{\text{eq}2} = \pi/2$ ; у загальному ж випадку кут  $\varphi_{\text{eq}}$  може бути довільним. Зовнішнє магнітне поле також змінюватиме положення АФМ вектора.

Вважатимемо, що за умови збігання структури кристалічних ґраток АФМ і ПЕ матеріалів деформація підкладки під впливом зовнішньої електричної напруги передається в АФМ плівку, що викликає малий поворот АФМ вектора:  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_{\text{eq}} + \mathbf{l}$ ,  $|\mathbf{l}| \ll |\mathbf{L}_{\text{eq}}|$ . При цьому  $\mathbf{l} \perp \mathbf{L}_{\text{eq}}$ . У такій ситуації зручно ввести таку параметризацію для вектора  $\mathbf{L}$ :

$$\begin{aligned} L_x &= 2M_0 \cos \varphi_{\text{eq}} \left( 1 - l_{\perp}^2/2 - l_{\parallel}^2/2 \right) - 2M_0 l_{\perp} \sin \varphi_{\text{eq}}; \\ L_y &= 2M_0 \sin \varphi_{\text{eq}} \left( 1 - l_{\perp}^2/2 - l_{\parallel}^2/2 \right) + 2M_0 l_{\perp} \cos \varphi_{\text{eq}}; \\ L_z &= 2M_0 l_{\parallel}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут  $l_{\perp}$  і  $l_{\parallel}$  – компоненти вектора  $\mathbf{l}$  у площині та в проекції на вісь  $Oz$ , відповідно.

<sup>2</sup> Енергія роздеформування (3) записана для монодоменої плівки (тобто, геометричні розміри зразка достатньо малі, щоб знехтувати неоднорідністю магнітної підсистеми) у припущенні ізотропності пружних властивостей кристала.

### 3. Коливання АФМ вектора під дією зовнішньої сили

Нехай за відсутності зовнішніх полів АФМ/ПЕ зразок є недеформованим. Представимо змінне механічне напруження, що виникає в зразку під дією зовнішньої електричної напруги з частотою  $\omega$ , у вигляді  $\sigma(t) = \text{Re} \{ \sigma_0 e^{i\omega t} \}$ , вважаючи амплітуду  $\sigma_0$  малою величиною.

Стійкі рівноважні стани АФМ вектора (параметризовані кутами  $\varphi_{\text{eq}}$ ), визначені стандартним чином з умови мінімуму потенціальної енергії, задовольняють такі співвідношення:

$$(2K_{\perp} + 4K_{\perp}^{\text{el}*}) \sin 4\varphi_{\text{eq}} + 2K_{\parallel}^{\text{el}*} \sin 2\varphi_{\text{eq}} - \chi H^2 \sin 2(\varphi_{\text{eq}} - \psi_{\text{H}}) = 0; \quad (6)$$

$$\Omega_{\perp}^2 \equiv \frac{g^2}{2\chi} \left[ (2K_{\perp} + 4K_{\perp}^{\text{el}*}) \cos 4\varphi_{\text{eq}} + K_{\parallel}^{\text{el}*} \cos 2\varphi_{\text{eq}} - \frac{1}{2} \chi H^2 \cos 2(\varphi_{\text{eq}} - \psi_{\text{H}}) \right] \geq 0; \quad \Omega_{\parallel}^2 \approx \frac{g^2 K_{\parallel}}{2\chi} \geq 0, \quad (7)$$

де величини  $\Omega_{\perp}$ ,  $\Omega_{\parallel}$  збігаються з частотами власних однорідних коливань АФМ вектора у площині зразка та перпендикулярно до площини, відповідно (див. далі). Магнітопружні коефіцієнти  $K_{\parallel}^{\text{el}*}$ ,  $K_{\perp}^{\text{el}*}$  враховують поправки  $\Delta K_{\parallel, \perp}$ , що виникають під дією механічного напруження  $\sigma(t)$ , прикладеного в напрямку  $\psi_{\sigma}$ :

$$\begin{aligned} K_{\parallel}^{\text{el}*} &= K_{\parallel}^{\text{el}} + \frac{1}{2\mu} \sigma (K_{\parallel}^{\text{el}} + \Delta K_{\parallel}) \cos 2\psi_{\sigma}; \\ K_{\perp}^{\text{el}*} &= K_{\perp}^{\text{el}} + \frac{1}{2\mu} \sigma (K_{\perp}^{\text{el}} + \Delta K_{\perp}) \cos 2\psi_{\sigma}. \end{aligned} \quad (8)$$

Щоб отримати рівняння коливань АФМ вектора, параметризуємо функцію Лагранжа (1) і перейдемо до малих відхилень  $l_{\perp}$  і  $l_{\parallel}$  від рівноважних положень (див. (5)). Враховуючи вираз для рівноважних станів АФМ вектора (6) і нехтуючи доданками з  $\sigma_0 l_{\perp}^2$  і  $\sigma_0 l_{\parallel}^2$  (як малими третього порядку), знаходимо рівняння Лагранжа:

$$\begin{aligned} \ddot{l}_{\perp} + 2\gamma_{\text{AFM}} \dot{l}_{\perp} - \Omega_{\text{H}} \dot{l}_{\parallel} + \Omega_{\perp}^2 l_{\perp} &= -\Phi \sigma_0 e^{i\omega t}; \\ \ddot{l}_{\parallel} + 2\gamma_{\text{AFM}} \dot{l}_{\parallel} + \Omega_{\text{H}} \dot{l}_{\perp} + \Omega_{\parallel}^2 l_{\parallel} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Коефіцієнт  $\gamma_{\text{AFM}}$  (ширина АФМ резонанса) моделює згасання коливань. В (9) введено такі позначення:

$$\Omega_{\text{H}} = g\text{H} \cos(\varphi_{\text{eq}} - \psi_{\text{H}});$$

$$\Phi \equiv \Phi(\Delta K_{\parallel,\perp}, \varphi_{\text{eq}}, \psi_{\sigma}) = \frac{1}{8\mu} \frac{g^2}{\chi} \left[ (K_{\parallel}^{\text{el}*} + \Delta K_{\parallel}) \times \right. \\ \left. \times \sin 2\varphi_{\text{eq}} + 2(K_{\perp}^{\text{el}*} + \Delta K_{\perp}) \sin 4\varphi_{\text{eq}} \right] \cos 2\psi_{\sigma},$$

де  $\varphi_{\text{eq}}$  – розв’язок рівняння (6), а кути  $\psi_{\text{H}}$  і  $\psi_{\sigma}$  визначено вище (див. рис. 1, б).

Функція  $\Phi$  в (9) враховує зміну форми зразка при деформації і впливає на величину амплітуди зовнішнього впливу; змінюючи кут  $\psi_{\sigma}$ , що визначає напрямок деформації зразка, можна керувати амплітудою коливань АФМ вектора.

Частоти  $\Omega_{\perp}$  і  $\Omega_{\parallel}$  – частоти власних коливань компонент АФМ вектора  $l_{\perp}$  і  $l_{\parallel}$ . Вони відрізняються для різних рівноважних орієнтацій вектора  $\mathbf{L}$  і залежать від магнітопружних констант і магнітного поля  $\mathbf{H}$ . Зауважимо, що  $\Omega_{\parallel} \gg \Omega_{\perp}$ , оскільки  $K_{\parallel} \gg K_{\perp}$ .

Резонанс в АФМ/ПЕ системі виникає на частотах:

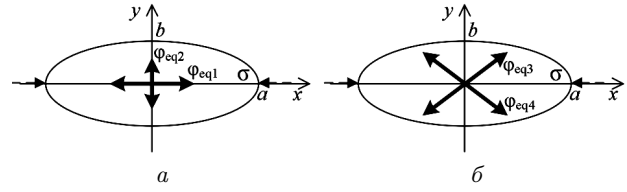
$$\omega^2 = \omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left( \Omega_{\perp}^2 + \Omega_{\parallel}^2 + \Omega_{\text{H}}^2 - 2\gamma_{\text{AFM}}^2 \pm \sqrt{(\Omega_{\perp}^2 + \Omega_{\parallel}^2 + \Omega_{\text{H}}^2)^2 - 4\Omega_{\perp}^2 \Omega_{\parallel}^2 - 4\gamma_{\text{AFM}}^2 \Omega_{\text{H}}^2} \right). \quad (10)$$

За відсутності магнітного поля можливі чотири різні рівноважні орієнтації АФМ вектора в монодоменому зразку (отримані з рівняння (6) при  $\mathbf{H} = 0$ ):

$$\varphi_{\text{eq}1} = 0; \quad \varphi_{\text{eq}2} = \frac{\pi}{2}; \\ \cos 2\varphi_{\text{eq}3,4} = \frac{-K_{\parallel}^{\text{el}*}}{(2K_{\perp} + 4K_{\perp}^{\text{el}*})}. \quad (11)$$

Стійкість рівноважних станів (11) досліджувалась в роботі [11]. Зауважимо, що для вектора  $\mathbf{L}$  одночасно стійкими можуть бути не більше двох орієнтацій (див. рис. 2): або під кутами  $\varphi_{\text{eq}1,2}$ , або під кутами  $\varphi_{\text{eq}3,4}$ . Якщо еліпс витягнутий і відношення його півосей перевищує деяке критичне значення  $(a/b)_{\text{crit}}$  [8], то для АФМ вектора реалізується лише одна стійка рівноважна орієнтація – вздовж осі  $Ox$ .

Для визначеності покладемо, що деформація зразка відбувається вздовж довшої осі еліпса ( $\psi_{\sigma} = 0$ ). Спричинена деформацією зміна форми



**Рис. 2.** Рівноважні орієнтації АФМ вектора. Пунктирними стрілками позначено напрямок деформації зразка (вздовж осі  $Ox$ ). Товстими стрілками зображено стани АФМ вектора, що можуть бути стійкими одночасно:  $a$  – під кутами  $\varphi_{\text{eq}1} = 0$  і  $\varphi_{\text{eq}2} = \pi/2$  до осі  $Ox$ ;  $b$  – під кутами  $\varphi_{\text{eq}3,4}$  (див. (11))

впливатиме на поведінку магнітної системи залежно від того, в якому з стійких станів перебуває АФМ вектор. В околі рівноважних орієнтацій під кутами  $\varphi_{\text{eq}1} = 0$  або  $\varphi_{\text{eq}2} = \pi/2$  резонанс під дією зовнішньої сили не спостерігатиметься (оскільки  $\Phi = 0$  в системі рівнянь (9)). Деформація призведе лише до зсуву частот власних коливань  $\Omega_{\perp}$  і  $\Omega_{\parallel}$  відповідно до поправок в (8).

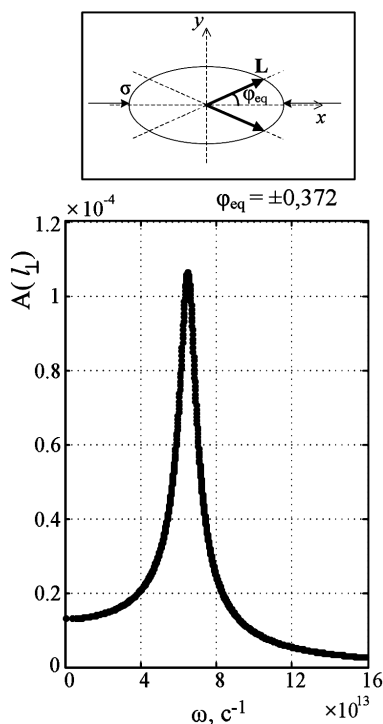
В околі ж рівноважних положень  $\varphi_{\text{eq}3,4}$  (рис. 2, б) в АФМ/ПЕ системі при зміні форми можливе виникнення коливань. Ефективна проекція механічного напруження  $\sigma$  відхилятиме АФМ вектор від стійкого рівноважного стану, і в площині зразка можуть відбуватись резонансні коливання вектора  $\mathbf{L}$  навіть за відсутності магнітного поля (рис. 3).

Слід зауважити, що для отримання резонансу за таких умов необхідно ретельно підбирати геометрію системи та взаємні напрямки осей еліптичного зразка і кристалографічних осей матеріалу (для виконання умови  $K_{\perp}^{\text{el}} < 0$ , яка визначає стійкість “діагональних” рівноважних положень).

Аналізуючи (9) у присутності магнітного поля, бачимо, що коливання окремих компонент АФМ вектора “переплутуються”, і коливання  $\mathbf{L}$  відбуваються як у площині зразка, так і перпендикулярно до неї.

Якщо знехтувати згасанням ( $\gamma_{\text{AFM}} = 0$ ) і записати розв’язки для компонент АФМ вектора:

$$l_{\perp} = \frac{\Phi \sigma_0 (\omega^2 - \Omega_{\parallel}^2)}{(\omega^2 - \Omega_{\perp}^2) (\omega^2 - \Omega_{\parallel}^2) - \Omega_{\text{H}}^2 \omega^2} \cos \omega t; \\ l_{\parallel} = -\frac{\Phi \sigma_0 \Omega_{\text{H}} \omega}{(\omega^2 - \Omega_{\perp}^2) (\omega^2 - \Omega_{\parallel}^2) - \Omega_{\text{H}}^2 \omega^2} \sin \omega t, \quad (12)$$



**Рис. 3.** Амплітудно-частотна характеристика коливань АФМ вектора  $\mathbf{L}$ . Зовнішнє магнітне поле відсутнє.  $A(l_{\perp})$  – амплітуда відносного відхилення орієнтації вектора  $\mathbf{L}$  від рівноважної. На вставці: коливання вектора  $\mathbf{L}$  (товста стрілка) відбуваються в площині  $xOy$ , кути  $\varphi_{eq}$  відповідають стійким рівноважним орієнтаціям вектора  $\mathbf{L}$ , тонкими стрілками зображено напрямок прикладення зовнішнього механічного напруження  $\sigma$  (вздовж осі  $Ox$ ,  $\psi_{\sigma} = 0$ ). Моделювання виконувалося для АФМ NiO з відношенням півосей еліпса  $a/b = 20$ , параметри моделювання наведені у таблиці

**Фізичні характеристики антиферромагнетика NiO, що використовуються для моделювання (див. [8, 12–14] і Додаток)**

Характеристика	$a/b = 2,4$	$a/b = 20$
$\chi$	$1,28 \cdot 10^{-3}$	
$g, c^{-1}/Tл$	$2,5\gamma_e = 4,4 \cdot 10^{11}$	
$K_{\parallel}, Дж/м^3$	500	
$K_{\perp}, Дж/м^3$	28,8	
$K_{\parallel}^{el}, Дж/м^3$	20	90
$ K_{\perp}^{el} , Дж/м^3$	5	45

то можна одразу побачити, що при ввімкненні зовнішнього магнітного поля змінюється характер коливань: замість двох лінійно-поляризованих мод

(“м’яка” мода в площині  $xOy$  та “жорстка” перпендикулярно площині) коливанням вектора  $\mathbf{L}$  відповідають еліптично-поляризовані моди, степінь еліптичності яких залежить від  $\mathbf{H}$ . Нерівнозначність амплітуд коливань компонент  $l_{\perp}$  і  $l_{\parallel}$  видно на рис. 4. Резонансні частоти цих мод залежать від рівноважної орієнтації АФМ вектора, в околі якої відбуваються коливання, і даються виразом (10).

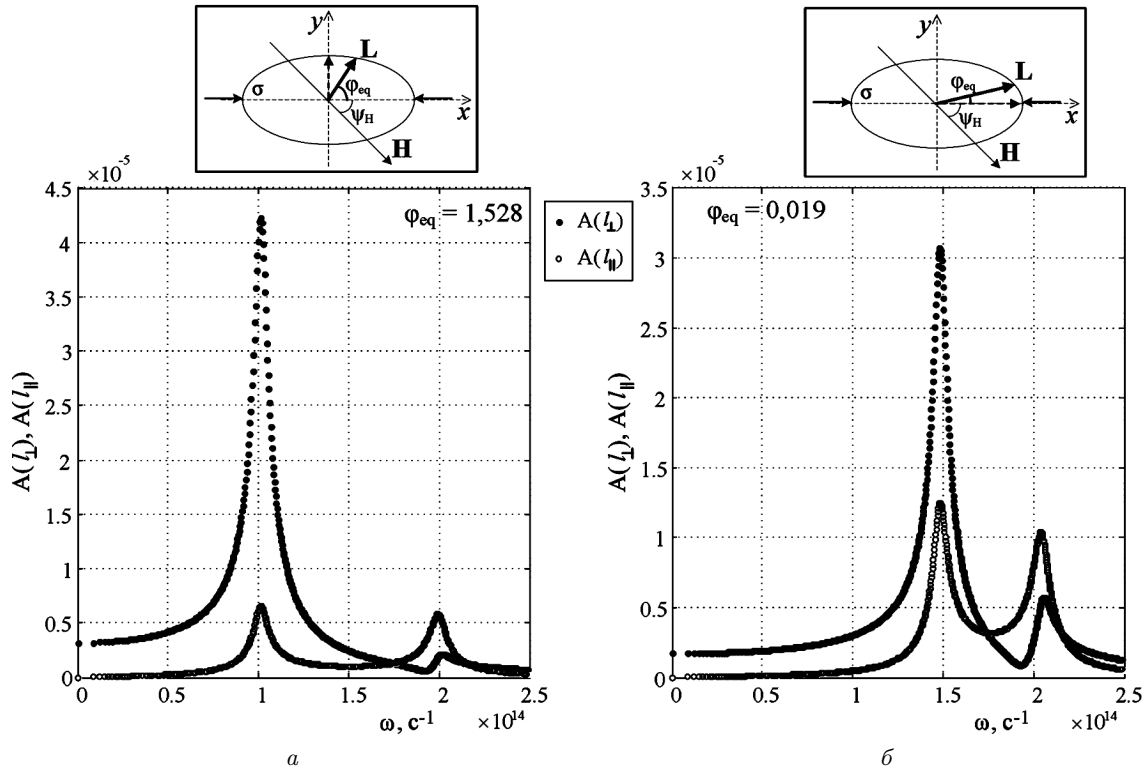
Якщо  $\mathbf{H} \neq 0$ , то рівноважні положення АФМ вектора змінюються: магнітне поле повертає вектор  $\mathbf{L}$  (див. вставки на рис. 4). Будемо позначати:  $\varphi_{eq1}$  – рівноважне положення АФМ вектора поблизу 0, а  $\varphi_{eq2}$  – поблизу  $\pi/2$ ; ці кути є розв’язками рівняння (6).

На рис. 4 зображено амплітудно-частотну характеристику коливань в околі рівноважних станів  $\varphi_{eq1}$  і  $\varphi_{eq2}$ . На положення максимумів (резонансні частоти (10)) впливає врахування форми зразка у функції Лагранжа (поправки  $\Delta K_{\parallel, \perp}$  залежать від відношення півосей еліпса  $a/b$ , яке параметризує форму). Орієнтація АФМ вектора визначається не лише розташуванням кристалографічних осей і напрямком зовнішнього магнітного поля, а ще й “легкою” віссю, заданою формою (вздовж довшої осі еліпса). Наведена формою магнітна одновісна анізотропія знімає енергетичне виродження різних рівноважних станів АФМ вектора (у наближенні нескінченного зразка за відсутності зовнішніх полів стани  $\varphi = 0$  і  $\varphi = \pi/2$  еквівалентні), і частоти коливань поблизу цих рівноважних орієнтацій розщеплюються.

Залежність частот коливань від напрямку і величини зовнішнього магнітного поля, а також форми еліптичного зразка наведено на рис. 5. На цьому графіку можна побачити низку таких закономірностей:

1. Форма зразка (параметризована як відношення півосей еліпса  $a/b$ ) впливає на величину резонансних частот: порівнюючи випадки (а) та (б) на рис. 5 бачимо, що частота “м’якої” моди  $\omega_2$  зростає майже вдвічі зі збільшенням ексцентриситету  $a/b$ . Частота “жорсткої” моди  $\omega_1$  при цьому майже не змінюється. Це пов’язано з тим, що при зростанні параметра  $a/b$  деформація вносить більшу поправку до  $K_{\parallel}^{el}$ , ніж до  $K_{\perp}^{el}$  (8).

2. “М’які” моди більш чутливі до анізотропії. Це зрозуміло, оскільки для різних рівноважних станів залежності від напрямку магнітного поля витягнуті вздовж різних напрямків; вісь, вздовж якої



**Рис. 4.** Амплітудно-частотна характеристика коливань вектора  $\mathbf{L}$  у присутності магнітного поля, розрахована за виразом (10).  $A(l_{\perp})$  і  $A(l_{\parallel})$  – амплітуди відносних відхилень вектора  $\mathbf{L}$  від рівноваги у площині  $xOy$  та вздовж осі  $Oz$ , відповідно; (а) і (б) відповідають різним рівноважним орієнтаціям АФМ вектора (б), схематично зображеним на *вставках* пунктирними стрілками. Тонкими стрілками на *вставках* зображено напрямки прикладення зовнішнього механічного напруження  $\sigma$  (вздовж осі  $Ox$ ,  $\psi_{\sigma} = 0$ ). Моделювання виконувалося для АФМ NiO з відношенням півосей еліпса  $a/b = 20$ , параметри моделювання наведені у таблиці. Зовнішнє магнітне поле  $\mathbf{H}$  напрямлене під кутом  $\psi_H = -\pi/4$ ,  $H = 100 \text{ E} \approx 7,7 \cdot 10^3 \text{ A/m}$

втягнута кутова діаграма, відповідає стану з меншою енергією (взаємно перпендикулярній орієнтації векторів  $\mathbf{H}$  і  $\mathbf{L}$ ).

3. При збільшенні параметра  $a/b$  частота  $\omega_2$  коливань АФМ вектора в околі  $\varphi_{\text{eq}2} = \pi/2$  зменшується для певних значень напрямку магнітного поля (кута  $\psi_H$ ) – про це свідчить викривлення кутових діаграм на рис. 5 у випадках (б) і (з). Отримана залежність дозволяє досліджувати вплив ефекту форми на динаміку магнітної підсистеми АФМ/ПЕ зразка.

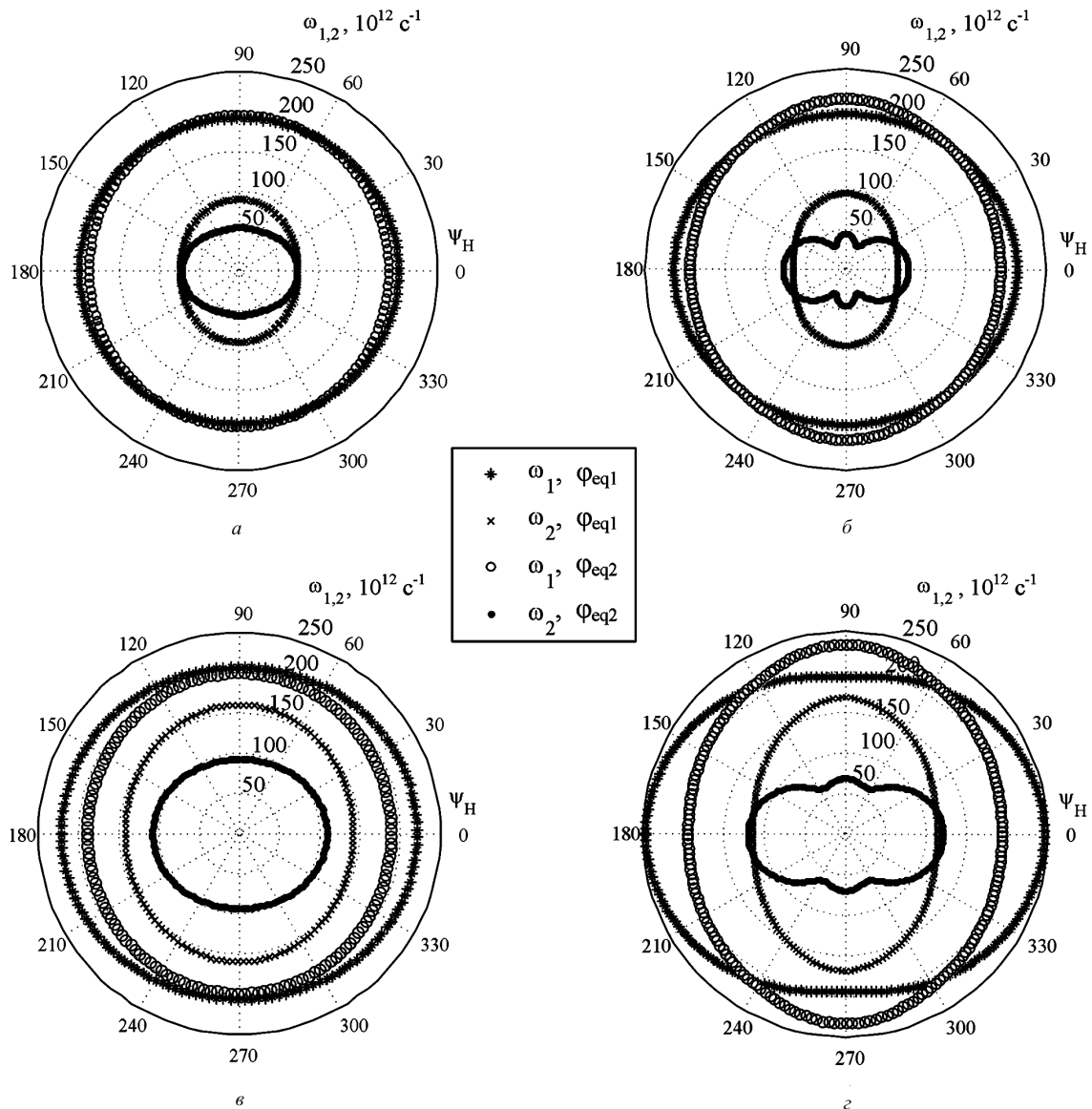
#### 4. Параметричний резонанс

Покажемо, що у присутності змінного електричного поля у АФМ/ПЕ системі можливе виникнення параметричного резонансу. Для цього залишимо у рівняннях Лагранжа (9) доданки наступного по-

рядку малості ( $\sigma_0 l_{\perp}^2$  і  $\sigma_0 l_{\parallel}^2$ ) та представимо механічне напруження, що виникає в системі внаслідок прикладення змінної електричної напруги, у вигляді:  $\sigma(t) = \sigma_0 \cos \omega t$ . Отримаємо рівняння

$$\begin{aligned} \ddot{l}_{\perp} + 2\gamma_{\text{AFM}} \dot{l}_{\perp} - \Omega_H \dot{l}_{\parallel} + \Omega_{\perp}^2 \left( 1 + \frac{\sigma_0 \Phi_{\perp}}{\Omega_{\perp}^2} \cos \omega t \right) l_{\perp} &= 0; \\ \ddot{l}_{\parallel} + 2\gamma_{\text{AFM}} \dot{l}_{\parallel} + \Omega_H \dot{l}_{\perp} + \Omega_{\parallel}^2 \left( 1 + \frac{\sigma_0 \Phi_{\parallel}}{\Omega_{\parallel}^2} \cos \omega t \right) l_{\parallel} &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

де  $\Phi_{\perp}$ ,  $\Phi_{\parallel}$  – функції магнітопружних коефіцієнтів  $K_{\perp, \parallel}^{\text{el}}$ , поправок  $\Delta K_{\perp, \parallel}$ , напрямку прикладення зовнішньої напруги  $\psi_{\sigma}$  і рівноважного стану АФМ вектора, в околі якого спостерігаються резонансні коливання (розв'язки рівняння (6)).



**Рис. 5.** Залежність частот  $\omega_{1,2}$  коливань АФМ вектора в околі двох різних рівноважних станів  $\varphi_{eq1}$  і  $\varphi_{eq2}$  (див. вставки з рисунками з еліпсів на рис. 4) від напрямку магнітного поля (кута  $\psi_H$ ), розрахована за (10). Випадки (а) та (б) розглянуті для зразка з відношенням напівосей  $a/b = 2,4$ ; для випадків (в) та (г)  $a/b = 20$ ; величина магнітного поля у випадках: а та в –  $H = 100$  Е; б –  $H = 140$  Е; г –  $H = 200$  Е. Моделювання виконувалося для АФМ NiO, параметри моделювання наведені у таблиці

За відсутності магнітного поля ( $\Omega_H = 0$ ) рівняння коливань (13) незалежні. Кожне з рівнянь набуває стандартного вигляду рівняння Мат'є [15]. Параметричний резонанс з найбільшою шириною смуги виникає на частотах:

$$\omega = 2\Omega_{\perp} \pm \Delta\omega_{\perp}/2; \quad \omega = 2\Omega_{\parallel} \pm \Delta\omega_{\parallel}/2,$$

де ширина першої смуги для компоненти  $l_{\perp}$  рівна

$$\Delta\omega_{\perp} = 2\sqrt{(\sigma_0\Phi_{\perp}/2\Omega_{\perp})^2 - 4\gamma_{AFM}^2},$$

а для компоненти  $l_{\parallel}$  –

$$\Delta\omega_{\parallel} = 2\sqrt{(\sigma_0\Phi_{\parallel}/2\Omega_{\parallel})^2 - 4\gamma_{AFM}^2}.$$

Зважаючи на те, що  $\Omega_{\parallel} \gg \Omega_{\perp}$ , зрозуміло, що ви-кликати одночасно параметричний резонанс у площині та перпендикулярно площині досить складно. Ширина першої резонансної полоси  $\Delta\Omega_{\parallel}$  для коливань вздовж  $Oz$  є меншою порівняно з коливаннями у площині, це є наслідком того факту, що досліджуваний АФМ типу “легка площина”, і мода коливань вздовж  $Oz$  є більш жорсткою.

Залежність ширини резонансної смуги від  $\Phi_{\perp, \parallel}$  дозволяє регулювати її підбором форми зразка.

Параметричний резонанс також виникає в околі частот  $\omega = 2\Omega_{\perp}/n$  і  $\omega = 2\Omega_{\parallel}/n$ , де  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Ширина смуг при цьому зменшується як  $(\Delta\omega_{\perp})_n^2 \sim (\sigma_0/\Omega_{\perp}^2)^{2n}$ ,  $(\Delta\omega_{\parallel})_n^2 \sim (\sigma_0/\Omega_{\parallel}^2)^{2n}$ .

Розглянутий частковий випадок може мати місце не лише коли  $\mathbf{H} = 0$ , а і при орієнтації  $\mathbf{H}$  перпендикулярно одній з легких осей АФМ зразка (вздовж  $Ox$  або  $Oy$ ). Тоді вектор  $\mathbf{L}$  займатиме рівноважне положення  $\varphi_{\text{eq}1} = 0$  або  $\varphi_{\text{eq}} = \pi/2$  відповідно.

У присутності магнітного поля ( $\mathbf{H} \neq 0$ ) слід розв’язувати повну систему рівнянь (13). Для цього спочатку перейдемо до нормальних мод коливань  $Q_{1,2}$ ; власні частоти нормальних коливань збігаються з  $\omega_{1,2}$  з виразу (10). Застосуємо теорему Флоке і шукаємо розв’язок у вигляді

$$Q_1 \sim \exp(i\beta t) \sum_n a_n \exp(i\omega n t);$$

$$Q_2 \sim \exp(i\beta t) \sum_n b_n \exp(i\omega n t).$$

У результаті отримаємо систему рівнянь для коефіцієнтів  $a_n$ ,  $b_n$ . Досліджуючи за допомогою цієї системи параметричний резонанс в околі, наприклад,  $\omega \approx \omega_1$  (для  $n = 2$ ), маємо для ширини резонансної смуги:

$$\Delta\omega_{(n=2)} \approx 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_0^2 \Phi_{\perp}^2}{8\omega_1^3}\right)^2 - 4\gamma_{\text{АФМ}}^2}.$$

Таким чином, ширину смуги параметричного резонансу коливань вектора  $\mathbf{L}$  в АФМ частинці можна контролювати як за допомогою її геометричних параметрів (що дозволяє коригувати величини резонансних частот вже при виготовленні зразка), так і прикладенням зовнішніх полів, електричного та/або магнітного.

## 5. Обговорення і висновки

У роботі досліджено вплив ефектів форми на резонансні властивості АФМ частинок. Запропонована модель АФМ/ПЕ мультифероїка дозволяє одночасно розглядати як пружні, так і магнітні властивості системи; поєднання ПЕ та АФМ в одному зразку робить можливим керування станом системи за допомогою і електричного, і магнітного поля.

Показано, що в АФМ/ПЕ системі виникає додаткова одновісна магнітна анізотропія, яка залежить від форми зразка. Ця анізотропія робить одну з “легких” осей антиферомагнетика (утворених орієнтацією кристалографічних осей або прикладенням зовнішнього магнітного поля) більш енергетично вигідною, тобто знімає виродження двох еквівалентних рівноважних орієнтацій АФМ вектора.

Збудження коливань АФМ вектора в околі стійкої рівноваги можливе у декількох випадках. Якщо за відсутності зовнішніх полів “легка” вісь АФМ не збігається з легкими осями, наведені форми зразка (наприклад, вздовж осей еліпса), то деформація зразка може сприяти повороту АФМ вектора до більш енергетично вигідного положення. При цьому, якщо до АФМ/ПЕ частинки прикласти змінну електричну напругу, вона спричинить виникнення змінних механічних напружень у зразку, а отже, змінну деформацію, внаслідок цього відбуваються малі коливання АФМ вектора в площині зразка (рис. 3).

За певної геометрії системи механічне напруження не може збудити резонансні коливання АФМ вектора (при прикладенні вздовж “легких” осей, див. рис. 2, а). Зовнішнє магнітне поле приводить до повороту вектора  $\mathbf{L}$  і появи ефективної проєкції механічного напруження, а отже, до виникнення коливань АФМ вектора внаслідок змінної деформації зразка (рис. 4). Крім того, магнітне поле “переплутує” “м’яку” моду коливань у площині з перпендикулярною до неї “жорсткою” модою, і коливання вектора  $\mathbf{L}$  набувають еліптично-поляризованого характеру.

Важливо, що частоти резонансних коливань АФМ вектора залежать від форми зразка (наприклад, від відношення півосей еліпса  $a/b$ ), а також від величини та напрямку зовнішнього магнітного поля (рис. 5). Це дозволяє контролювати і передбачати властивості АФМ частинки вже при її ство-



ренні: вибирати форму, розміри і відповідну орієнтацію кристаліграфічних осей в площині зразка залежно від специфіки використання частинки.

У роботі також продемонстровано можливість виникнення параметричного резонансу в АФМ/ПЕ системі. Ширина смуги параметричного резонансу визначається величиною створеного в зразку механічного напруження і формою зразка. Отже, підбираючи форму і розміри зразка, можна контролювати область виникнення параметричного резонансу при змінних деформаціях.

Насамкінець, зауважимо, що отримані в даній роботі залежності можуть бути використані для прямої експериментальної перевірки ефекту форми в АФМ.

*Робота виконана в рамках Цільової програми фундаментальних досліджень НАН України, а також за часткової підтримки гранту МОНМС України.*

#### ДОДАТОК

##### Магнітопружні коефіцієнти і поправки до них, що враховують форму зразка

Для наноплівки еліптичної форми ( $a > b \gg h$ ) магнітопружні коефіцієнти мають вигляд [8]:

$$K_{\parallel}^{\text{el}} = \frac{h}{b} \frac{[(\lambda')^2(2 - 3\nu) + \lambda\nu\lambda']J_{\parallel}(k)}{4\mu(1 - \nu)},$$

$$K_{\text{is}}^{\text{el}} = \frac{(\lambda')^2(3 - 4\nu)}{8\mu(1 - \nu)}, \quad K_{\perp}^{\text{el}} = \frac{h}{b} \frac{2(\lambda')^2J_{\perp}(k)}{3\mu(1 - \nu)},$$

де  $\mu$  – модуль зсуву,  $\nu$  – співвідношення Пуассона,  $\lambda\nu$  і  $\lambda'$  – модулі магнітопружності. Інтеграли форми  $J_{\parallel}(k)$ ,  $J_{\perp}(k)$  залежать від геометрії зразка через параметр  $k^2 = 1 - b^2/a^2$ :

$$J_{\parallel}(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{(k^2 \sin^2 \phi + \cos 2\phi)d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}},$$

$$J_{\perp}(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{(1 - 8 \cos 2\phi - k^2 \sin^2 \phi + 8 \cos 2\phi/k^2)d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}}.$$

Пружна деформація зразка модифікує константи анізотропії 2-го і 4-го порядку, створюючи внесок до енергії роздеформування (4). Поправки  $\Delta K_{\parallel, \perp}$  залежать від лінійних розмірів зразка і інтегралів форми таким чином [11]:

$$\Delta K_{\parallel} = 4 \frac{h}{b} \frac{[(\lambda')^2(2 - 3\nu) + \lambda\nu\lambda']}{4\mu(1 - \nu)} (1 - k^2) \frac{dJ_{\parallel}(k)}{d(k^2)},$$

$$\Delta K_{\perp} = 4 \frac{h}{b} \frac{2(\lambda')^2}{3\mu(1 - \nu)} (1 - k^2) \frac{dJ_{\perp}(k)}{d(k^2)}.$$

Введення цих поправок дозволяє дослідити, яким чином зміна форми зразка впливає на стан магнітної підсистеми АФМ/ПЕ мультиферроїка.

1. R.P. Cowburn, J. Phys. D: Appl. Phys. **33**, R1 (2000).
2. E.Y. Vedmedenko, H.P. Oepen, and J. Kirschner, J. Magn. Magn. Mater. **256**, 237 (2003).
3. Yi Li, Yiran Lu, and W.E. Bailey, J. Appl. Phys. **113**, 17B506 (2013).
4. E. Folven, T. Tybell, A. Scholl, A. Young, S.T. Retterer, Y. Takamura, and J.K. Grepstad, Nano Lett. **10**, 4578 (2010).
5. E. Folven, A. Scholl, A. Young, S.T. Retterer, J.E. Boscher, T. Tybell, Y. Takamura, and J.K. Grepstad, Phys. Rev. B **84**, 220410 (2011).
6. E. Folven, A. Scholl, A. Young, S.T. Retterer, J.E. Boscher, T. Tybell, Y. Takamura, and J.K. Grepstad, Nano Lett. **12**, 2386 (2012).
7. А.С. Давыдов, Теория молекулярных экситонов (Наука, Москва, 1969).
8. H.V. Gomonay and V.M. Loktev, Phys. Rev. B **75**, 174439 (2007).
9. H.V. Gomonay, E.G. Kornienko, and V.M. Loktev, Ukr. J. Phys. **50**, 816 (2005).
10. Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меншин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев, Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков (ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2001).
11. С.В. Кондович, О.В. Гомонай, Вісник Львів. Ун-ту. Серія фізична **47**, 159 (2012).
12. P. de V. Du Plessis, S.J. van Tonder, and L. Alberts, J. Phys. C **4**, 1983 (1971).
13. P. de V. Du Plessis, S.J. van Tonder, and L. Alberts, J. Phys. C **4**, 2565 (1971).
14. M.T. Hutchings and E.J. Samuelsen, Phys. Rev. B **6**, 3447 (1972).
15. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика. Механика (ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2007), Т. 1.

Одержано 29.03.2013

С.В. Кондович, О.В. Гомонай, В.М. Локтев

##### МАГНИТНАЯ ДИНАМИКА МУЛЬТИФЕРРОИКА С АНТИФЕРРОМАГНИТНЫМ СЛОЕМ

##### Резюме

Эффекты формы для магнитных частиц интенсивно исследуются, поскольку форма и размеры могут выступать в качестве управляющих параметров и задавать свойства образца уже при его изготовлении. Эксперименты позволяют предположить существование влияния формы на свойства антиферромагнитных (АФМ) наноразмерных образцов, но с теоретической точки зрения это влияние почти не изучено. В данной работе мы предлагаем модель для исследования влияния эффектов формы в АФМ частицах на частоте антиферромагнитного резонанса (АФМР). Методом функций Лагранжа рассчитан спектр резонансных колебаний АФМ вектора для синтетического мультиферроика (пьезоэлектрик + АФМ). Изучено влияние формы образца на частоту АФМР в присутствии внешнего магнитного

поля. Рассмотрены условия, при которых в магнитной подсистеме возникает: а) резонанс под воздействием внешней вынуждающей силы, б) параметрический резонанс.

*S.V. Kondovych, H.V. Gomonay, V.M. Loktev*

MAGNETIC DYNAMICS OF A MULTIFERROIC  
WITH AN ANTIFERROMAGNETIC LAYER

S u m m a r y

Shape effects in magnetic particles are widely studied, because of the ability of the shape and the size to control the parameters of a sample during its production. Experiments with nano-

sized samples show that the shape can affect also the properties of antiferromagnetic (AFM) materials. However, the theoretical interpretation of these effects is under discussion. A model to study the shape-induced effects in AFM particles at the AFM resonance frequency is proposed. The Lagrange function method is used to calculate the spectrum of resonance oscillations of the AFM vector in a synthetic multiferroic (piezoelectric + antiferromagnet). The influence of the specimen shape on the AFM resonance frequency in the presence of an external magnetic field is studied. Conditions for a resonance under the action of an external force or for a parametric resonance to arise in the magnetic subsystem are considered.