О.Г. ДАНИЛЕВИЧ [1, 2]

[1] Інститут Магнетизму НАН та МОН України
*(Бульв. Академіка Вернадського, 36б, Київ 03142; e-mail: alek_tony@ukr.net)*
[2] Національний технічний університет України "КПІ"
*(Просп. Перемоги, 37, Київ 03056)*

УДК 537.622.4, 534.011

# ВЗАЄМОДІЯ ПРУЖНИХ ТА СПІНОВИХ ХВИЛЬ В ФЕРОМАГНЕТИКУ ОДНООСНОЇ СИМЕТРІЇ

*Розраховано закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для основних станів "легка вісь" та "легка площина" феромагнетика одноосної симетрії. Показано, що в даних основних станах не всі звукові моди взаємодіють із спіновим хвилями. Отримані закони дисперсії показують, що коефіцієнт магнітопружної взаємодії залежить як від напрямку магнітного моменту феромагнетика, так і від напрямку хвильового вектора пружних коливань. Показано, що магнітопружна взаємодія між звуковими та спіновими хвилями в одноосному феромагнетику характеризується виключно константами $B_{44}$ та $B_{66}$, інші магнітопружні константи відповідають тільки за формування магнітопружної щілини у спектрі зв'язаних коливань.*

*Ключові слова*: магнітопружна взаємодія, закон дисперсії, одноосний феромагнетик, пружний модуль.

## 1. Вступ

Дослідження феромагнетиків одноосної симетрії становить особливий інтерес, оскільки для них існують вироджені основні стани, для яких магнітний момент не спрямований уздовж легкої осі [1, 2] і спектр спінових хвиль в таких основних станах є безщілинним. Це зумовлює виникнення у кристалі спінових хвиль голдстоунівського типу і супроводжується низкою характерних особливостей [2]. У той самий час, добре відомо, що в магнітовпорядкованих матеріалах, у спектрі спінових хвиль виникає магнітопружна щілина, зумовлена взаємодією спінових і звукових хвиль. У роботі [3] було висловлене міркування, що поява магнітопружної щілини пов'язана з порушенням симетрії магнітного гамільтоніана при введенні магнітопружної взаємодії, нещодавно були зроблені окремі розрахунки спінових спектрів для цього явища [4], але повного дослідження законів дисперсії зв'язаних магнітопружних коливань не проводилося.

Врахування магнітопружних взаємодій в одноосному феромагнетику проводилося досить давно і за різних умов [1, 5], при цьому розглядався тільки основний стан "легка вісь", який не є виродженим, а розрахунки для інших напрямків намагнічування не були проведені. Сучасні експериментальні дані [6, 7] вказують на залежність пружних властивостей матеріалів від напрямку зовнішнього магнітного поля та відповідно намагніченості зразка, однак послідовних теоретичних розрахунків залежності магнітопружної взаємодії від магнітного стану для одноосних феромагнетиків також не проводилось. Це й спонукало автора провести відповідні теоретичні дослідження.

## 2. Закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль в одноосному феромагнетику

Феноменологічний опис динамічних властивостей феромагнітного кристала базується на записі виразу для вільної енергії, що визначається відповідною симетрією феромагнетика [1]. Для врахування магнітопружної взаємодії, повну енергію феромагнетика необхідно записати у вигляді

$$F = F_m + F_e + F_{me}, \tag{1}$$

де $F_m$ – магнітна енергія кристала, що для одноосного феромагнетика визначається виразом [1]:

$$F_m = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial\mu}{\partial x_i}\frac{\partial\mu}{\partial x_k} - \frac{1}{2}K_1\mu_z^2 - \frac{1}{4}K_2\mu_z^4 - \mathbf{MH}, \tag{2}$$

де $\alpha$ – стала неоднорідної обмінної взаємодії (для спрощення будемо розглядати випадок $\alpha_{ik} = \alpha$), $K_1$ і $K_2$ – константи одноосної анізотропії (всі константи мають розмірність енергії), $\mathbf{M}$ та $\mathbf{H}$ – вектори намагніченості та зовнішнього магнітного поля, $\mu = \mathbf{M}/M_0$ – нормований вектор намагніченості, $M_0$ – намагніченість насичення, $F_e$ – густина пружної енергії, яка має вигляд [8]:

$$F_e = \frac{1}{2}C_{11}(\mathrm{E}_{xx} + \mathrm{E}_{yy})^2 + \frac{1}{2}C_{33}\mathrm{E}_{zz}^2 +$$
$$+ C_{13}(\mathrm{E}_{xx} + \mathrm{E}_{yy})\mathrm{E}_{zz} +$$
$$+ 2C_{44}(\mathrm{E}_{xz} + \mathrm{E}_{yz})^2 + \frac{1}{2}C_{66}(\mathrm{E}_{xx}^2 + \mathrm{E}_{yy}^2 + 2\mathrm{E}_{xy}^2), \tag{3}$$

де $\mathrm{E}_{ik}$ – компоненти тензора деформацій, $C_{ik}$ – пружні модулі другого прядка для одноосного кристала, $F_m$ визначає взаємодію між магнітною і пружною підсистемами [5, 9]:

$$F_{me} = \frac{1}{2}B_{11}(\mu_x^2 + \mu_y^2)(\mathrm{E}_{xx} + \mathrm{E}_{yy}) +$$
$$+ \frac{1}{2}B_{13}\mu_z^2(\mathrm{E}_{xx} + \mathrm{E}_{yy}) + \frac{1}{2}B_{31}(\mu_x^2 + \mu_y^2)\mathrm{E}_{zz} +$$
$$+ \frac{1}{2}B_{33}\mu_z^2\mathrm{E}_{zz} + \frac{1}{2}B_{44}(\mu_x\mu_z\mathrm{E}_{xz} + \mu_y\mu_z\mathrm{E}_{yz}) +$$
$$+ \frac{1}{2}B_{66}(\mu_x^2\mathrm{E}_{xx} + \mu_y^2\mathrm{E}_{yy} + 2\mu_x\mu_y\mathrm{E}_{xy}), \tag{4}$$

де $B_{ik}$ – константи магнітопружної взаємодії для випадку одноосної симетрії.

З умови мінімізації магнітної частини енергії (2) можна показати, що в одноосному феромагнетику у відсутності зовнішнього магнітного поля ($\mathbf{H} = 0$) існує три основних стани для вектора намагніченості: вздовж легкої осі намагнічування $\mathbf{M}|| \langle 001\rangle$ – фаза "легка вісь" (умова існування $K_1 + K_2 > 0$); в базисній площині (наприклад, $\mathbf{M}|| \langle 100\rangle$) – фаза "легка площина" (умова існування $K_1 < 0$); під деяким кутом $\theta$ до легкої осі намагнічування, що визначається за виразом $\cos^2\theta = -K_1/K_2$ – "кутова фаза" (умови існування $K_2 < 0$, $0 < K_1 < -K_2$) [2]. Основні стани "легка площина" та "кутова фаза" є виродженими і за відсутності зовнішнього магнітного поля спектри спінових хвиль для них є безщілинними [2].

У реальних експериментах по дослідженню пружних та магнітних властивостей матеріалів зовнішнє магнітне поле $\mathbf{H}$, як правило, направляють вздовж напрямків $\langle 001\rangle$ та $\langle 100\rangle$, отже, нижче будемо розглядати відповідні основні стани "легка вісь" та "легка площина".

Відповідно до стандартної методики феноменологічного опису динаміки магнітного моменту [1, 2], будемо розглядати малі адіабатичні коливання густини магнітного моменту $\mu$ феромагнетика. Відповідно до цього можна записати, що:

$$\mu(\mathbf{r}, t) = \mu_0 + \mathbf{m}(\mathbf{r}, t), \tag{5}$$

де $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ – малі відхилення від рівноважного значення $\mu_0$ внаслідок флуктуацій, а рівноважне значення вектора намагніченності буде, відповідно, мати компоненти: $\mu_0 = (0, 0, 1)$ – "легка вісь"; $\mu_0 = (1, 0, 0)$ – "легка площина".

Аналогічно тому, як і для магнітного моменту $\mu$, компоненти тензора деформацій $\mathrm{E}_{ik}$ також можуть бути представлені у вигляді суми рівноважних значень $\mathrm{E}_{ik}^0$ і малих відхилень від них $\varepsilon_{ik}$:

$$\mathrm{E}_{ik} = \mathrm{E}_{ik}^0 + \varepsilon_{ik}. \tag{6}$$

Рівноважні значення $\mathrm{E}_{ik}^0$ компонент тензора деформацій для основних станів одноосного феромагнетика легко знайти з умови $\partial F/\partial \mathrm{E}_{ik} = 0$, наведемо їх нижче для кожного основного стану окремо. Неоднорідна частина тензора пружних деформацій може бути виражена через вектор зміщень частинок $\mathbf{U}$ за формулою [10]:

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i}\right). \tag{7}$$

Закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль можна розрахувати за допомогою рівняння динаміки для вектора намагніченості $\mu$ (рівняння Ландау–Ліфшица) та рівняння динаміки вектора зміщень частинок $\mathbf{U}$ [1, 8]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\gamma\mu \times \mathbf{H}_{\text{eff}}, \tag{8}$$

$$\rho\ddot{\mathbf{U}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{U}}, \qquad (9)$$

де $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\delta F/\delta\mathbf{M}$ – ефективне магнітне поле, $\gamma = g|\mu_B|/\hbar \approx 2|\mu_B|/\hbar$ – гіромагнітне співвідношення, $\rho$ – густина матеріалу.

Для проведення подальших розрахунків розкладемо густину повної енергії (1) за степенями малих відхилень $m_i$ і $\varepsilon_{ik}$ та підставивши її у динамічні рівняння (8) та (9) проведемо їх лінеарізацію. Перейдемо у цих рівняннях до компонент Фур'є по часу $t$ та координатах $\mathbf{r}$ для малих відхилень $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \exp\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}$, $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 \exp\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}$, де $\omega$ – частота, а $\mathbf{k}$ – хвильовий вектор колективних хвиль. Тоді рівняння (8) та (9) приводять до системи з 6-ти рівнянь для компонент векторів $\mathbf{m}_0$ та $\mathbf{U}_0$. Наведемо отримані системи рівнянь для двох основних станів одноосного феромагнетика.

*Фаза "легка вісь":* $\mathbf{H}||\mathbf{M}||\langle 001\rangle$.

У даному основному стані є відмінні від нуля рівноважні значення компонент тензора деформацій, які легко отримати з умови $\partial F/\partial \mathrm{E}_{ik} = 0$:

$$\begin{aligned} \mathrm{E}^0_{xx} = \mathrm{E}^0_{yy} &= \frac{B_{13}C_{33} - B_{33}C_{13}}{2(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}, \\ \mathrm{E}^0_{zz} &= \frac{-B_{13}C_{13} - B_{33}(2C_{11} + C_{66})}{2(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Система динамічних рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} &(\rho\omega^2 - (C_{11} + C_{66})k_x^2 - \frac{1}{2}C_{66}k_y^2 - C_{44}k_z^2)U_{0x} - \\ &- \left(\left(C_{11} + \frac{1}{2}C_{66}\right)k_xk_y + C_{44}k_z^2\right)U_{0y} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_xk_z + C_{44}k_yk_z)U_{0z} + \\ &+ i\frac{1}{4}B_{44}k_zm_{0x} + iB_{13}k_xm_{0z} = 0; \end{aligned} \qquad (11a)$$

$$\begin{aligned} &- \left(\left(C_{11} + \frac{1}{2}C_{66}\right)k_xk_y + C_{44}k_z^2\right)U_{0x} + \\ &+ \left(\rho\omega^2 - \frac{1}{2}C_{66}k_x^2 - (C_{11} + C_{66})k_y^2 - C_{44}k_z^2\right)U_{0y} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_yk_z + C_{44}k_xk_z)U_{0z} + \\ &+ i\frac{1}{4}B_{44}k_zm_{0y} + iB_{13}k_ym_{0z} = 0; \end{aligned} \qquad (11b)$$

$$\begin{aligned} &- ((C_{13} + C_{44})k_xk_z + C_{44}k_yk_z)U_{0x} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_yk_z + C_{44}k_xk_z)U_{0y} + \\ &+ (\rho\omega^2 - C_{44}(k_x + k_y)^2 - C_{33}k_z^2)U_{0z} + \\ &i\frac{1}{4}B_{44}k_xm_{0x} + i\frac{1}{4}B_{44}k_ym_{0y} + iB_{33}k_ym_{0z} = 0; \end{aligned} \qquad (11c)$$

$$\begin{aligned} &- i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_xU_{0y} - i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_yU_{0z} + \\ &+ i\omega m_{0x} - \gamma M_0\omega_{m\|}m_{0y} = 0; \end{aligned} \qquad (11d)$$

$$\begin{aligned} &i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_zU_{0x} + i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_xU_{0z} + \\ &+ \gamma M_0\omega_{m\|}m_{0x} + i\omega m_{0y} = 0; \end{aligned} \qquad (11e)$$

$$i\omega m_{0z} = 0. \qquad (11f)$$

У виразах (11d) та (11e) введено такі позначення:

$$\omega_{m\|} = \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{K_{me}}{M_0^2} + \frac{K_1}{M_0^2} + \frac{K_2}{M_0^2}, \qquad (12)$$

де $K_{me} = (B_{11} - B_{13} + B_{66})\mathrm{E}^0_{xx} + (B_{11} - B_{13})\mathrm{E}^0_{yy} + (B_{31} - B_{33})\mathrm{E}^0_{zz}$.

*Фаза "легка площина":* $\mathbf{H}||\mathbf{M}||\langle 100\rangle$.

Рівноважні значення компонент тензора деформацій в цьому основному стані мають вигляд

$$\begin{aligned} \mathrm{E}^0_{xx} &= -\frac{B_{66}}{4C_{66}} - \frac{2B_{31}C_{13} - C_{33}(2B_{11} + B_{66})}{4(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}, \\ \mathrm{E}^0_{yy} &= \frac{B_{66}}{4C_{66}} - \frac{2B_{31}C_{13} - C_{33}(2B_{11} + B_{66})}{4(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}, \\ \mathrm{E}^0_{zz} &= \frac{B_{31}(2C_{11} + C_{66}) - C_{13}(2B_{11} + B_{66})}{2(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11} + C_{66}))}. \end{aligned} \qquad (13)$$

Система динамічних рівнянь має вигляд

$$\begin{aligned} &\left(\rho\omega^2 - (C_{11} + C_{66})k_x^2 - \frac{1}{2}C_{66}k_y^2 - C_{44}k_z^2\right)U_{0x} - \\ &- \left(\left(C_{11} + \frac{1}{2}C_{66}\right)k_xk_y + C_{44}k_z^2\right)U_{0y} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_xk_z + C_{44}k_yk_z)U_{0z} + \\ &+ i(B_{11} + B_{66})k_xm_{0x} + i\frac{1}{2}B_{66}k_ym_{0y} + \\ &+ i\frac{1}{4}B_{44}k_zm_{0z} = 0; \end{aligned} \qquad (14a)$$

$$\begin{aligned} &- \left(\left(C_{11} + \frac{1}{2}C_{66}\right)k_xk_y + C_{44}k_z^2\right)U_{0x} + \\ &+ \left(\rho\omega^2 - \frac{1}{2}C_{66}k_x^2 - (C_{11} + C_{66})k_y^2 - C_{44}k_z^2\right)U_{0y} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_yk_z + C_{44}k_xk_z)U_{0z} + \\ &+ iB_{11}k_ym_{0x} + i\frac{1}{2}B_{66}k_xm_{0y} = 0; \end{aligned} \qquad (14b)$$

$$\begin{aligned} &- ((C_{13} + C_{44})k_xk_z + C_{44}k_yk_z)U_{0x} - \\ &- ((C_{13} + C_{44})k_yk_z + C_{44}k_xk_z)U_{0y} + \\ &+ (\rho\omega^2 - C_{44}(k_x + k_y)^2 - C_{33}k_z^2)U_{0z} + \\ &+ iB_{31}k_zm_{0x} + i\frac{1}{4}B_{44}k_xm_{0z} = 0; \end{aligned} \qquad (14c)$$

$$i\omega m_{0x} = 0; \tag{14d}$$

$$-i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_zU_{0x} - i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{44}k_xU_{0z} + $$
$$+ i\omega m_{0y} - \gamma M_0\omega_{m1\perp}m_{0z} = 0; \tag{14e}$$

$$i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{66}k_yU_{0x} + i\frac{1}{4M_0}\gamma B_{66}k_xU_{0y} + $$
$$+ \gamma M_0\omega_{m2\perp}m_{0y} + i\omega m_{0z} = 0. \tag{14f}$$

В виразах (14e) та (14f) введені такі позначення:

$$\begin{aligned}\omega_{m1\perp} &= \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} - \frac{K_1}{M_0^2} - \frac{K_{me}}{M_0^2},\\ \omega_{m2\perp} &= \frac{\alpha k^2}{M_0^2} + \frac{H}{M_0} + \frac{B_{66}^2}{2M_0^2C_{66}}.\end{aligned} \tag{15}$$

З умови рівності нулю визначника системи динамічних рівнянь отримаємо закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль, для основних станів одноосного феромагнетика. При цьому розглянемо декілька напрямків хвильового вектора пружних хвиль, які використовуються при експериментальних дослідженнях звукових хвиль в феромагнетиках одноосної симетрії: вздовж "легкої осі" та в "легкій площині".

*Фаза "легка вісь":* $\mathbf{H}||\mathbf{M}||\langle 001\rangle$.

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 100\rangle$ та $\mathbf{k}||\langle 010\rangle$

$$\left(\omega^2 - \frac{(C_{11}+C_{66})}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{C_{66}}{2\rho}k^2\right)\left[\left(\omega^2 - \frac{C_{44}}{\rho}k^2\right)\times\right.$$
$$\left.\times(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m\|}^2) - B_{44}^2\left\{\frac{\omega_{m\|}\gamma^2k^2}{16\rho}\right\}\right] = 0. \tag{16}$$

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 001\rangle$

$$\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left[\omega^2\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m\|}^2) - \right.$$
$$\left.- B_{44}^2\left\{\frac{\omega_{m\|}\gamma^2k^2}{8\rho}\left(\omega^2 - \frac{C_{44}}{\rho}k^2\right)\right\}\right] = 0. \tag{17}$$

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 110\rangle$

$$\left(\omega^2 - \frac{(C_{11}+C_{66})}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{C_{66}}{2\rho}k^2\right)\left[\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)\times\right.$$
$$\left.\times(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m\|}^2) - B_{44}^2\left\{\frac{\omega_{m\|}\gamma^2k^2}{16\rho}\right\}\right] = 0. \tag{18}$$

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 1\bar{1}0\rangle$ та $\mathbf{k}||\langle \bar{1}10\rangle$

$$\left(\omega^2 - \frac{(C_{11}+C_{66})}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{C_{66}}{2\rho}k^2\right)\times$$
$$\times\left[\omega^2(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m\|}^2) - B_{44}^2\left\{\frac{\omega_{m\|}\gamma^2k^2}{16\rho}\right\}\right] = 0. \tag{19}$$

*Фаза "легка площина":* $\mathbf{H}||\mathbf{M}||\langle 100\rangle$.

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 100\rangle$ та $\mathbf{k}||\langle 010\rangle$

$$\left(\omega^2 - \frac{(C_{11}+C_{66})}{\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{C_{44}}{\rho}k^2\right)\left[\left(\omega^2 - \frac{C_{66}}{2\rho}k^2\right)\times\right.$$
$$\left.\times(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m1\perp}\omega_{m2\perp}) - B_{66}^2\left\{\frac{\omega_{m1\perp}\gamma^2k^2}{4\rho}\right\}\right] = 0. \tag{20}$$

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 001\rangle$

$$\left(\omega^2 - \frac{C_{33}}{\rho}k^2\right)\left[\omega^2\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)\times\right.$$
$$\times(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m1\perp}^2\omega_{m2\perp}) - $$
$$\left.- B_{44}^2\left\{\frac{\omega_{m2\perp}\gamma^2k^2}{16\rho}\left(\omega^2 - \frac{C_{44}}{\rho}k^2\right)\right\}\right] = 0. \tag{21}$$

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 110\rangle$

$$\left(\omega^2 - \frac{C_{66}}{2\rho}k^2\right)\left(\omega^2 - \frac{2C_{44}}{\rho}k^2\right)\left[\left(\omega^2 - \frac{(C_{11}+C_{66})}{\rho}k^2\right)\times\right.$$
$$\left.\times(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m1\perp}\omega_{m2\perp}) - B_{66}^2\left\{\frac{\omega_{m1\perp}\gamma^2k^2}{4\rho}\right\}\right] = 0. \tag{22}$$

Випадок: $\mathbf{k}||\langle 1\bar{1}0\rangle$ та $\mathbf{k}||\langle \bar{1}10\rangle$

$$\omega^2\left(\omega^2 - \frac{C_{66}}{2\rho}k^2\right)\left[\left(\omega^2 - \frac{(C_{11}+C_{66})}{\rho}k^2\right)\times\right.$$
$$\left.\times(\omega^2 - \gamma^2M_0^2\omega_{m1\perp}\omega_{m2\perp}) - B_{66}^2\left\{\frac{\omega_{m1\perp}\gamma^2k^2}{4\rho}\right\}\right] = 0. \tag{23}$$

Отже вирази (16)–(23) є законами дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для феромагнетика одноосної симетрії в загальному вигляді. За структурою ці дисперсійні рівняння мають стандартний вигляд [1, 10], а при нехтуванні магнітопружною взаємодією ($B_{ik} \to 0$) розпадаються на класичні закони дисперсії для спінових хвиль [1] та пружних хвиль в одноосних кристалах [8].

### 3. Аналіз отриманих результатів та висновки

Розраховані закони дисперсії зв'язаних магнітопружних хвиль для феромагнетика одноосної симетрії (16)–(23) дають можливість оцінити вплив магнітної підсистеми на пружні властивості кристала, а саме на відповідні пружні модулі. З цих законів дисперсії випливає, що в одноосному феромагнетику зі спіновими хвилями взаємодіють такі звукові моди: $s_1^2 = C_{44}/\rho$, $s_2^2 = 2C_{44}/\rho$, $s_3^2 = C_{66}/2\rho$, $s_4^2 = (C_{11} + C_{66})/\rho$, а звукова мода $s_5^2 = C_{33}/\rho$ взагалі не взаємодіє зі спіновими хвилями в даних основних станах.

Вплив магнітопружної взаємодії на будь-який звук $s_i$ (і відповідний пружний модуль $C_{ii}$), як правило, можна описати розглядаючи магнітоакустичний резонанс на відповідній частоті $\omega_{ph} = s_i k$ [11, 12]. При цьому закони дисперсії зв'язаних магнітопружних коливань переходять у наступне дисперсійне рівняння, що має загальний вигляд для всіх основних станів і напрямків хвильового вектора:

$$(\omega^2 - \omega_{ph}^2)(\omega^2 - \omega_{sw}^2) - B_{ii}^2\xi = 0, \qquad (24)$$

де $\omega_{sw}$ – частота спінових хвиль, що залежить від магнітного стану ($\omega_{sw} = \gamma M_0 \omega_{m\|}$ для основного стану "легка вісь", $\omega_{sw} = \gamma M_0(\omega_{m1\perp}\omega_{m2\perp})^{1/2}$ для основного стану "легка площина"), $\xi$ – коефіцієнт магнітопружної взаємодії, він залежить як від напрямку магнітного моменту кристала, так і від напрямку хвильового вектора пружних коливань і є пропорційним величині $\frac{\omega_{mi}\gamma^2 k^2}{\rho}$.

Для одновісного феромагнетика, як випливає з (16)–(23) у більшості випадків закони дисперсії відразу розпадаються на рівняння (24) і спектри звукових мод, що у данному, конкретному випадку не взаємодіють зі спіновими хвилями. Таким чином, у цих випадках оцінка магнітопружної взаємодії не має частотних обмежень. Тільки у випадках (17) та (21) необхідно розглядати магнітоакустичний резонанс, а отже, частоти повинні вибиратися близькими до $\omega_{ph} = (2C_{44}/\rho)^{1/2}k$.

Для більшої наглядності представимо таблицю, в якій відображено наявність магнітопружної взаємодії для кожної звукової моди залежно від напрямку магнітного моменту одноосного феромагнетика. За наявності такої взаємодії будемо вказувати відповідні магнітопружні константи, що характеризують її.

Розв'язок рівняння (24) має такий вигляд:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2}\left\{\omega_{ph}^2 + \omega_{sw}^2 \pm [4\xi B_{ii}^2 + (\omega_{ph}^2 - \omega_{sw}^2)^2]^{1/2}\right\}. \qquad (25)$$

Цей закон дисперсії складається з двох гілок: квазімагнонної та квазіфононної [11, 12]. З виразу (25) легко бачити, що при наближенні системи до магнітоакустичного резонансу $\omega_{sw} \to \omega_{ph}$ саме величини $\xi$ та $B_{ii}$ визначають "розштовхування" квазімагнонної та квазіфононної гілки.

З таблиці легко бачити, що звукові моди $s_3$ та $s_4$ не взаємодіють зі спіновими хвилями в основному стані "легка вісь", а звукова мода $s_1$ – в основному стані "легка площина". Магнітопружна взаємодія між звуковими та спіновими хвилями характеризується виключно константами $B_{44}$ (звукові моди $s_1$ та $s_2$) та $B_{66}$ (звукові моди $s_3$ та $s_4$), інші магнітопружні константи відповідають тільки за формування магнітопружної щілини у спектрі зв'язаних коливань (див. вирази (12) та (15)).

З виразу (15) також випливає, що магнітопружна взаємодія знімає виродження основного стану "легка площина" [4]. Виродження знімається і за відсутності зовнішнього магнітного поля, і навіть у разі ізотропного магнетика ($K_1 = 0$), що знаходиться в повній відповідності з загальними принципами, викладеними в роботі [3], та результатами, отриманими в [4].

**Взаємодія звукових мод зі спіновими хвилями в феромагнетику одноосної симетрії**

| Звукова мода та напрямок хвильового вектора | Фаза "легка вісь": $\mathbf{H}\|\|\mathbf{M}\|\|\langle 001\rangle$ | Фаза "легка площина": $\mathbf{H}\|\|\mathbf{M}\|\|\langle 100\rangle$ |
|---|---|---|
| $s_1$ $\mathbf{k}\|\|\langle 100\rangle$ та $\mathbf{k}\|\|\langle 010\rangle$ | $B_{44}$ | Не взаємодіє |
| $s_2$ $\mathbf{k}\|\|\langle 001\rangle$ | $B_{44}$ | $B_{44}$ |
| $s_2$ $\mathbf{k}\|\|\langle 110\rangle$ | $B_{44}$ | Не взаємодіє |
| $s_3$ $\mathbf{k}\|\|\langle 100\rangle$ та $\mathbf{k}\|\|\langle 010\rangle$ | Не взаємодіє | $B_{66}$ |
| $s_4$ $\mathbf{k}\|\|\langle 110\rangle$ | Не взаємодіє | $B_{66}$ |
| $s_4$ $\mathbf{k}\|\|\langle 1\bar{1}0\rangle$ | Не взаємодіє | $B_{66}$ |

Із законів дисперсії (16)–(23) також випливає, що коефіцієнт магнітопружної взаємодії $\xi$ може залежати не тільки від магнітного стану, а й від напрямку хвильового вектора пружних коливань (у випадках (17) та (21) $\xi$ має інші значення). Хоча варто зауважити, що у випадку одноосної симетрії така залежність проявляється в меншій мірі, ніж для кубічного феромагнетика [11, 12].

*Автор висловлює щиру подяку Академіку В.Г. Бар'яхтару за цінні обговорення та зауваження. Робота виконувалась при підтримці проекту Національної академії наук України (№ 0112U001009).*


1. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны* (Москва, Наука, 1967).
2. В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич, ФНТ **39**, 1279 (2013).
3. В.Г. Барьяхтар, Д.А. Яблонский, Физ. Мет. и Металловед. **43**, 645 (1977).
4. В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич, ФНТ **41**, 486 (2015).
5. В.Г. Барьяхтар, В.М. Локтев, С.М. Рябченко, ЖЭТФ **88**, 1752 (1985).
6. L. Dai, J. Cullen and M. Wuttig, J. Appl. Phys. **95**, 6957 (2004).
7. O. Heczko, H. Seiner, P. Sedlák, J. Kopeиek and M. Landa, J. Appl. Phys. **111**, 07A929 (2012).
8. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория упругости* (Наука, Москва, 1987).
9. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (Москва, Наука, 1987).
10. V.G. Baryakhtar and E.A. Turov, in *Spin waves and Magnetic Excitations*, edited by A.S. Borovik-Romanov and S.K. Sinha (North Holland, Amsterdam, 1988).
11. V.G. Bar'yakhtar, A.G. Danilevich and V.A. L'vov, Ukr. J. Phys. **56**, 1068 (2011).
12. О.Г. Данилевич, УФЖ **59**, 1009 (2014).


Одержано 20.04.15

*А.Г. Данилевич*

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ
И СПИНОВЫХ ВОЛН В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ
ОДНООСНОЙ СИММЕТРИИ

Р е з ю м е

Рассчитаны законы дисперсии связанных магнитоупругих волн для основных состояний “легкая ось” и “легкая плоскость” ферромагнетика одноосной симметрии. Показано, что в данных основных состояниях не все звуковые моды взаимодействуют со спиновыми волнами. Полученные законы дисперсии показывают, что коэффициент магнитоупругого взаимодействия зависит как от направления магнитного момента ферромагнетика, так и от направления волнового вектора упругих колебаний. Показано, что магнитоупругое взаимодействие между звуковыми и спиновыми волнами в одноосном ферромагнетике характеризуется исключительно константами $B_{44}$ и $B_{66}$, другие магнитоупругие константы отвечают только за формирование магнитоупругой щели в спектре связанных колебаний.

*A.G. Danilevich*

INTERACTION OF ELASTIC AND SPIN
WAVES IN A UNIAXIAL FERROMAGNET

S u m m a r y

The dispersion laws of coupled magnetoelastic waves have been calculated for all ground states in a uniaxial ferromagnet. The magnetoelastic interaction is shown to take place not for all sound modes in those ground states. The obtained dispersion laws testify that the magnetoelastic interaction coefficient depends on both the magnetization direction and the wave vector direction. It is demonstrated that the magnetoelastic interaction between sound and spin waves in the uniaxial ferromagnet is characterized by the constants $B_{44}$ and $B_{66}$, whereas the other magnetoelastic constants govern only the formation of a magnetoelastic gap in the spectrum of coupled waves.