

І.В. БОЙКО

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя  
(Вул. Руська, 56, Тернопіль 46001; e-mail: boyko.i.v.theory@gmail.com)

## ВНЕСОК ДВОФОТОННИХ ЕЛЕКТРОННИХ ПЕРЕХОДІВ У ФОРМУВАННЯ АКТИВНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ ТРИБАР'ЄРНИХ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНИХ СТРУКТУР ІЗ ПОСТІЙНИМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ПОЛЕМ

УДК 538.935, 538.915,  
538.971

*У наближенні ефективних мас та прямокутних потенціальних ям і бар'єрів для електрона, з використанням знайдених розв'язків повного рівняння Шредінгера, розвинена теорія активної динамічної провідності трибар'єрної резонансно-тунельної структури з прикладним постійним поздовжнім електричним полем у слабкому електромагнітному полі з урахуванням внеску лазерних одно- та двофотонних електронних переходів з різними частотами. Показано, що для лазерних електронних переходів величина внеску двофотонних переходів у формування загальної величини активної динамічної провідності в лазерних переходах не більша за 38%. Встановлено геометричні конфігурації резонансно-тунельної структури, для яких за рахунок двофотонних лазерних електронних переходів отримуються зростання інтенсивності лазерного випромінювання.*

*Ключові слова:* резонансно-тунельна структура, квантовий каскадний лазер, квантовий каскадний детектор, активна динамічна провідність, двофотонний електронний перехід.

### 1. Вступ

Розвиток сучасних нанотехнологій, в яких застосовуються квантові каскадні лазери (ККЛ) [1, 2] та квантові каскадні детектори (ККД) [3, 4], нерозривно пов'язаний із дослідженням транспортних властивостей плоских багатопшарових напівпровідникових резонансно-тунельних структур (РТС) та фізичних процесів, що у них протікають. Вибір геометричного дизайну РТС, що є активними елементами каскадів ККЛ і ККД, та використання постійного поздовжнього електричного поля (у випадку ККЛ) визначає не тільки робочу частоту (енергію) цих наноприладів, а і забезпечує ефективну узгоджену роботу каскадів наноприладів. Як було показано в роботах [5–7], розгляд РТС як відкритих наносистем й дослідження таких фізичних процесів, які приводять до підсилення величини активного струму, пов'язаного з активною динамічною провідністю, що виникає у РТС в електромагнітному полі внаслідок квантових переходів між електронними станами з випромінюванням чи поглинанням електромагнітного поля, дає ефек-

тивний метод оптимізації робочих характеристик ККЛ і ККД. Також одним із способів підсилення вихідного з РТС струму є фотон-супровідне тунелювання у потужному електромагнітному полі [8, 9], коли виникають нові нерезонансні канали прозорості наноструктури [10, 11]. Випадок двофотонних квантових переходів між електронними квазістаціонарними станами з випромінюванням фотонів однакової частоти або різних частот було досліджено в роботах [12, 13] у рамках грубої моделі  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів РТС та єдиної ефективної маси електрона. У зв'язку з цим, основні результати, отримані у цитованих роботах, носять лише якісний характер і, як відомо [14], не можуть бути застосованими для оптимізації геометричного дизайну активної зони чи каскаду ККЛ і ККД. Необхідна теорія повинна ґрунтуватися на більш реалістичній моделі прямокутних потенціалів та різних ефективних мас електрона у різних середовищах відкритої наноРТС, що дозволяє врахувати суттєвий фактор скінченності часів життя електрона у квазістаціонарних станах, який частково визначає величину динамічної провідності та є одним з чинників можливості реалізації оптимальної роботи наноприладу.

© І.В. БОЙКО, 2016

У даній роботі, в моделі ефективних мас електрона та прямокутних потенціальних ям і бар'єрів, на основі наближення слабого сигналу із застосуванням теорії збурень, розвинена квантово-механічна теорія активної динамічної провідності трибар'єрної активної зони ККЛ із одно- і двофотонними електронними переходами з різними частотами. На прикладі експериментально досліджуваної трибар'єрної РТС як активної зони ККЛ з GaAs – ямами та Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As – бар'єрами залежно від її геометричного дизайну досліджено еволюцію спектральних характеристик електронних квазістаціонарних станів та динамічної провідності, що формується одно- і двофотонними квантовими переходами електронів із випромінюванням електромагнітних хвиль. Виявлено геометричні конфігурації трибар'єрної РТС, в яких реалізуються умови двофотонної лазерної генерації із підсиленням інтенсивності випромінювання ККЛ до 38%.

## 2. Теорія активної динамічної провідності трибар'єрної активної зони квантового каскадного лазера у випадку двофотонного електронного переходу

У декартовій системі координат розглядається трибар'єрна РТС, яка розташована так, що вісь OZ є перпендикулярною до меж поділу середовищ наносистеми (рис. 1). Перпендикулярно до шарів РТС прикладене постійне електричне поле з напруженістю  $\vec{F}$ . З урахуванням незначної різниці між сталими ґраток шарів-ям та шарів-бар'єрів для електрона застосовується модель ефективних мас та прямокутних потенціалів:

$$m(z) = m_0 \sum_{p=0}^3 [\theta(z - z_{2p-1}) - \theta(z - z_{2p})] + m_1 \sum_{p=0}^2 [\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})], \quad (1)$$

$$U(z) = U_0 \sum_{p=0}^2 [(\theta(z - z_{2p}) - \theta(z - z_{2p+1})) - eF \{z [\theta(z) - \theta(z - z_5)] + z_5 \theta(z - z_5)\}], \quad (2)$$

де  $\theta(z)$  – одинична функція Хевісайда,  $z_{-1} \rightarrow -\infty$ ,  $z_6 \rightarrow \infty$ , а  $m_0$  і  $m_1$  – ефективні маси електрона в потенціальних ямах та бар'єрах РТС відповідно. Вираз (2) для  $U(z)$  описує потенціальну енергію

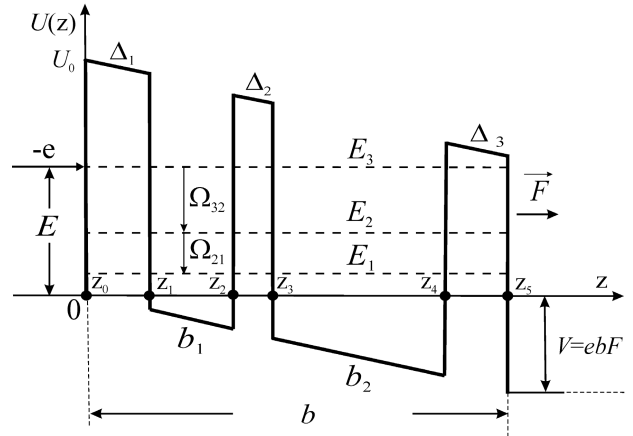


Рис. 1. Геометрична та енергетична схеми трибар'єрної РТС

електрона в РТС з урахуванням впливу постійного електричного поля, де  $U_0$  – потенціальна енергія електрона за його відсутності.

Вважається, що моноенергетичний потік електронів з енергією  $E$ , близькою до енергії третього енергетичного рівня  $E \approx E_3$ , та концентрацією  $n_0$  падає зліва вздовж осі OZ перпендикулярно до площин трибар'єрної РТС. За таких умов хвильова функція  $\Psi(z, t)$  електрона повинна задовольняти повне рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t} = [H_0(z) + H(z, t)] \Psi(z, t), \quad (3)$$

де

$$H_0(z) = \frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) \quad (4)$$

– гамільтоніан стаціонарної задачі для електрона,

$$H(z, t) = -e \left[ \mathcal{E}_1 (e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t}) + \mathcal{E}_2 (e^{i\omega_2 t} + e^{-i\omega_2 t}) [z\theta(z) + (z_5 - z)\theta(z - z_5)] \right] \quad (5)$$

– гамільтоніан, який у дипольному наближенні описує взаємодію електронів із слабким змінним двочастотним електромагнітним полем, яке характеризується частотами  $\omega_1$  і  $\omega_2$  та амплітудами напруженості його електричних складових  $\mathcal{E}_1$  і  $\mathcal{E}_2$ .

У наближенні слабого сигналу, за умови реалізації двофотонних переходів між електронними

станами з випромінюванням та поглинанням електромагнітних хвиль, розв'язок рівняння Шредінгера (3) шукається у другому порядку теорії збурень у вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi(z, t) = & \Psi_0(z)e^{-i\omega_0 t} + \\ & + \Psi_{-1}(z)e^{-i(\omega_0 - \omega_1)t} + \Psi_{+1}(z)e^{-i(\omega_0 + \omega_1)t} + \\ & + \Psi_{-2}(z)e^{-i(\omega_0 - \omega_1 - \omega_2)t} + \Psi_{+2}(z)e^{-i(\omega_0 + \omega_1 + \omega_2)t}, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\omega_0 = E/\hbar$ .

У результаті підстановки (6) в (3) отримуємо систему рівнянь для визначення хвильової функції  $\Psi_0(z)$  і поправок до неї першого  $\Psi_{\pm 1}(z)$  та другого  $\Psi_{\pm 2}(z)$  порядків відповідно:

$$[H_0(z) - E] \Psi_0(z) = 0, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} [H_0(z) - (E \pm \Omega_1)] \Psi_{\pm 1}(z) - \\ - e\mathcal{E}_1 [z\theta(z) + (z_5 - z)\theta(z - z_5)] \Psi_0(z) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} [H_0(z) - (E \pm (\Omega_1 + \Omega_2))] \Psi_{\pm 2}(z) - \\ - e\mathcal{E}_2 [z\theta(z) + (z_5 - z)\theta(z - z_5)] \Psi_{\pm 1}(z) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\Omega_1 = \hbar\omega_1$ ,  $\Omega_2 = \hbar\omega_2$ .

Розв'язок стаціонарного рівняння Шредінгера (7), визначений у кожній з областей РТС, є відомим [5, 6], а тому функція  $\Psi_0(E, z)$  може бути записана у вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi_0(E, z) = & \Psi_0^{(0)}(E, z)\theta(-z) + \Psi_0^{(6)}(E, z)\theta(z - z_5) + \\ & + \sum_{p=1}^5 \Psi_{E,0}^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\ = & (A_0^{(0)} e^{ik_0^{(0)}z} + B_0^{(0)} e^{-ik_0^{(0)}z})\theta(-z) + \\ & + A_0^{(6)} e^{ik_0^{(6)}(z-z_5)}\theta(z - z_5) + \\ & + \sum_{p=1}^5 [A_0^{(p)} Ai(\xi^{(p)}(z)) + B_0^{(p)} Bi(\xi^{(p)}(z))] \times \\ & \times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)], \end{aligned} \quad (10)$$

де  $A_0^{(0)}$ ,  $B_0^{(0)}$  та  $B_0^{(6)}$  – коефіцієнти у розв'язках рівняння (7) ліворуч та праворуч зовні РТС відповідно,  $A_0^{(p)}$ ,  $B_0^{(p)}$  – усередині неї,  $Ai(\xi)$ ,  $Bi(\xi)$  – функції Ейрі,

$$k_0^{(0)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 E}, \quad k_0^{(6)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 (E + eF z_5)},$$

$$\begin{aligned} \xi^{(1)}(z) = \xi^{(3)}(z) = \xi^{(5)}(z) = \\ = (2m_1 eF/\hbar^2)^{1/3 [(U_0 - E)/eF - z]}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\xi^{(2)}(z) = \xi^{(4)}(z) = - (2m_0 eF/\hbar^2)^{1/3} [E/eF + z].$$

Хвильова функція  $\Psi_0(E, z)$ , що визначена згідно зі співвідношенням (10), задовольняє умову нормування

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_0^*(k', z) \Psi_0(k, z) dz = \delta(k - k') \quad (12)$$

і дозволяє виконати аналітичний розрахунок функції розподілу густини ймовірності знаходження електрона у межах РТС:

$$W(E, z) = \frac{1}{z_5} \int_0^{z_5} |\Psi_0(E, z)|^2 dz, \quad (13)$$

яка визначає спектральні характеристики електронних квазістаціонарних станів, – резонансні енергії ( $E_n$ ) та часи життя ( $\tau_n$ ) [14].

З урахуванням аналітичної складності рівнянь (8) і (9) їх доцільно розв'язувати виконуючи лінійну апроксимацію ефективного потенціалу  $U_{\text{eff}}(z) = U(z)$  на всіх шарах РТС (наприклад, [15]). Тоді апроксимований ефективний потенціал для електрона набуває вигляду

$$\tilde{U}_{\text{eff}}(z) = \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N U(z_{p_l}) [\theta(z - z_{p_l}) - \theta(z - z_{p_{l+1}})], \quad (14)$$

де

$$z_{p_l} = \frac{l}{2N} (z_p - z_{p-1}), \quad p = 1-5; \quad z_0 = 0, \quad (15)$$

$N$  – кількість розбиттів  $p$ -го шару РТС.

Тепер, знайдений з необхідною точністю, розв'язок стаціонарного рівняння Шредінгера (7) отримується у вигляді:

$$\begin{aligned} \Psi_0(E, z) = & \Psi_0^{(0)}(z)\theta(-z) + \Psi_0^{(6)}(z)\theta(z - z_5) + \\ & + \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N \Psi_{0l}^{(p)}(z) [\theta(z - z_{p_l}) - \theta(z - z_{p_{l+1}})] = \\ = & (A_0^{(0)} e^{ik_0^{(0)}z} + B_0^{(0)} e^{-ik_0^{(0)}z})\theta(-z) + \\ & + A_0^{(6)} e^{ik_0^{(6)}(z-z_5)}\theta(z - z_5) + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N [A_{0l}^{(p)} e^{ik_0^{(p)}(z-z_{p_l})} + B_{0l}^{(p)} e^{-ik_0^{(p)}(z-z_{p_l})}] \times$$

$$\times [\theta(z-z_{p_l}) - \theta(z-z_{p_{l+1}})], \quad (16)$$

$$k_0^{(p)} = \begin{cases} \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E + eFz_{p_l})}, \\ z_{p_l} \in (z_1, z_2) \cup (z_3, z_4); \\ \hbar^{-1} \sqrt{2m_1(E - U_0 + eFz_{p_l})}, \\ z_{p_l} \in (z_0, z_1) \cup (z_2, z_3) \cup (z_4, z_5), \end{cases} \quad (17)$$

де  $A_{0l}^{(p)}$ ,  $B_{0l}^{(p)}$  – коефіцієнти в розв'язках рівняння (7) для  $l$ -го розбиття  $p$ -го шару РТС. Ці коефіцієнти, як і коефіцієнти  $A_0^{(p)}$ ,  $B_0^{(p)}$ , визначаються з умов неперервності хвильової функції  $\Psi_0(E, z)$  та потоків її густин ймовірності на гетеромежах усіх шарів наноструктури й меж їх розбиттів, що отримуються при апроксимації ефективного потенціалу.

Згадана вище необхідна точність, з якою визначаються розв'язки (16), визначається очевидною умовою:

$$\varepsilon = \frac{\left| \left| \Psi_0(E, z) \right|^2 - \left| \tilde{\Psi}_0(E, z) \right|^2 \right|}{\left| \Psi_0(E, z) \right|^2} \ll 1 \quad (18)$$

де  $\Psi_0(E, z)$  – розв'язки, отримані згідно з (10), а  $\tilde{\Psi}_0(E, z)$  – розв'язки, отримані згідно з (16).

Розв'язки рівнянь (8), (9) мають вигляд суперпозиції функцій:

$$\Psi_{\pm\alpha}(z) = \psi_{\pm\alpha}(z) + \Phi_{\pm\alpha}(z) \quad (\alpha = 1, 2), \quad (19)$$

де

$$\psi_{\pm\alpha}(z) = \psi_{\pm\alpha}^{(0)}(z)\theta(-z) + \psi_{\pm\alpha}^{(6)}(z)\theta(z-z_5) +$$

$$+ \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N \psi_{\pm\alpha l}^{(p)}(z) [\theta(z-z_{p_l}) - \theta(z-z_{p_{l+1}})] =$$

$$= B_{\pm\alpha}^{(0)} e^{-ik_{\pm\alpha}^{(0)}z} \theta(-z) + A_{\pm\alpha}^{(6)} e^{ik_{\pm\alpha}^{(6)}(z-z_5)} \theta(z-z_5) +$$

$$+ \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N [A_{\pm\alpha l}^{(p)} e^{ik_{\pm\alpha l}^{(p)}(z-z_{l-1})} + B_{\pm\alpha l}^{(p)} e^{-ik_{\pm\alpha l}^{(p)}(z-z_{l-1})}] \times$$

$$\times [\theta(z-z_{p_l}) - \theta(z-z_{p_{l+1}})] \quad (20)$$

– розв'язки однорідних рівнянь (8), (9), а знаки “+” та “-” відповідають процесам, пов'язаним із

випромінюванням та поглинанням електромагнітного поля;

$$\Phi_{\pm 1}(z) = \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N \Phi_{\pm 1 l}^{(p)}(z) [\theta(z-z_{p_l}) - \theta(z-z_{p_{l+1}})] +$$

$$+ \Phi_{\pm 1}^{(6)}(z)\theta(z-z_5) =$$

$$= \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N \left[ \mp \frac{U_1}{\Omega_1} \frac{z}{z_5} \Psi_{0l}^{(p)}(z) + \frac{\hbar^2 U_1}{m_l z_5 \Omega_1^2} \frac{d\Psi_{0l}^{(p)}(z)}{dz} \right] \times$$

$$\times [\theta(z-z_{p_l}) - \theta(z-z_{p_{l+1}})] \mp \frac{U_1}{\Omega_1} \Psi_0^{(6)}(z)\theta(z-z_5), \quad (21)$$

$$\Phi_{\pm 2}(z) = \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N \Phi_{\pm 2 l}^{(p)}(z) [\theta(z-z_{p_l}) - \theta(z-z_{p_{l+1}})] +$$

$$+ \Phi_{\pm 2}^{(6)}(z)\theta(z-z_5) =$$

$$= \sum_{p=1}^5 \sum_{l=0}^N \left[ \frac{U_1 U_2}{\Omega_1(\Omega_1 + \Omega_2)} \left( \frac{\hbar^2}{m_{p_l} z_5^2} \frac{\Omega_1 + \Omega_2 \mp 4E_0}{(\Omega_1 + \Omega_2)^2} + \right. \right.$$

$$\left. + \left( \frac{z}{z_5} \right)^2 \right) \Psi_{0l}^{(p)}(z) + \left( \frac{\hbar^2 \sqrt{U_1 U_2}}{m_{p_l} z_5 \Omega_1 (\Omega_1 + \Omega_2)} \right)^2 \frac{d^2 \Psi_{0l}^{(p)}(z)}{dz^2} \mp$$

$$\mp \frac{\hbar^2}{m_{p_l} z_5^2} \frac{U_1 U_2 (3\Omega_1 + \Omega_2)}{\Omega_1^2 (\Omega_1 + \Omega_2)^2} z \frac{d\Psi_{0l}^{(p)}(z)}{dz} \mp$$

$$\mp \frac{U_2}{\Omega_2} \frac{z}{z_5} \psi_{\pm 1 l}^{(p)}(z) + \frac{\hbar^2 U_2}{m_{p_l} z_5 \Omega_2^2} \frac{d\psi_{\pm 1 l}^{(p)}(z)}{dz} \left. \right] \times$$

$$\times [(z-z_{p_l}) - \theta(z-z_{p_{l+1}})] +$$

$$+ \left( \frac{U_1 U_2}{\Omega_1 (\Omega_1 + \Omega_2)} \Psi_0^{(6)}(z) \mp \frac{U_2}{\Omega_2} \psi_{\pm 1}^{(6)}(z) \right) \theta(z-z_5) \quad (22)$$

– розв'язки неоднорідних рівнянь (8), (9), де  $U_1 = e\mathcal{E}_1 z_5$ ,  $U_2 = e\mathcal{E}_2 z_5$ ,

$$m_{p_l} = \begin{cases} m_0, & z_{p_l} \in (z_1, z_2) \cup (z_3, z_4); \\ m_1, & z_{p_l} \in (z_0, z_1) \cup (z_2, z_3) \cup (z_4, z_5), \end{cases} \quad (23)$$

$$k_{\pm 1}^{(p)} = \begin{cases} \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E + eFz_{p_l} \pm \Omega_1)}, \\ z_{p_l} \in (z_1, z_2) \cup (z_3, z_4); \\ \hbar^{-1} \sqrt{2m_1(E - U_0 + eFz_{p_l} \pm \Omega_1)}, \\ z_{p_l} \in (z_0, z_1) \cup (z_2, z_3) \cup (z_4, z_5), \end{cases} \quad (24)$$

$$k_{\pm 2}^{(p)} = \begin{cases} \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E + eFz_{p_l} \pm (\Omega_1 + \Omega_2))}, \\ z_{p_l} \in (z_1, z_2) \cup (z_3, z_4); \\ \hbar^{-1} \sqrt{2m_1(E - U_0 + eFz_{p_l} \pm (\Omega_1 + \Omega_2))}, \\ z_{p_l} \in (z_0, z_1) \cup (z_2, z_3) \cup (z_4, z_5). \end{cases} \quad (25)$$

Усі невідомі коефіцієнти  $A_0^{(0)}, B_0^{(0)}, A_0^{(6)}, A_{0l}^{(p)}, B_{0l}^{(p)}, B_{\pm 1}^{(0)}, A_{\pm 1}^{(6)}, A_{\pm 1l}^{(p)}, B_{\pm 1l}^{(p)}, B_{\pm 2}^{(0)}, A_{\pm 2}^{(6)}, A_{\pm 2l}^{(p)}, B_{\pm 2l}^{(p)}$  ( $p = 0-5, l = 0-N$ ) однозначно визначаються з умов неперервності хвильової функції  $\Psi(z, t)$  та потоків її густин ймовірності на всіх гетеромежах РТС у довільний момент часу  $t$ :

$$\Psi^{(p_l)}(z_{p_l}, t) = \Psi^{(p_{l+1})}(z_{p_l}, t);$$

$$\frac{1}{m_{p_l}} \frac{d\Psi^{(p_l)}(z, t)}{dz} \Big|_{z=z_{p_l}} = \frac{1}{m_{p_{l+1}}} \frac{d\Psi^{(p_{l+1})}(z, t)}{dz} \Big|_{z=z_{p_l}}, \quad (26)$$

що разом з умовою нормування (12) однозначно визначає хвильову функцію  $\Psi_0(z)$  та поправки до неї  $\Psi_{\pm 1}(z), \Psi_{\pm 2}(z)$ , а, отже, і повну хвильову функцію  $\Psi(z, t)$ .

Виконавши аналітичний розрахунок енергії взаємодії електрона з електромагнітним полем, як суму енергій електронних хвиль, що виходять з обох сторін наноРТС, у квазікласичному наближенні знаходиться дійсна частина активної провідності  $\sigma$  через густини потоків електронних хвиль, що виходять з обох сторін наноРТС [5–7]:

$$\begin{aligned} \sigma^{(II)}(\Omega_1, \Omega_2, E) = & \frac{\Omega_1}{2z_5 e \mathcal{E}_1^2} \{ [j_{+1}(E + \Omega_1, z = z_5) - \\ & - j_{-1}(E - \Omega_1, z = z_5)] - [j_{+1}(E + \Omega_1, z = z_0) - \\ & - j_{-1}(E - \Omega_1, z = z_0)] \} + \\ & + \frac{(\Omega_1 + \Omega_2)}{2z_5 e \mathcal{E}_2^2} \{ [j_{+2}(E + \Omega_1 + \Omega_2, z = z_5) - \\ & - j_{-2}(E - (\Omega_1 + \Omega_2), z = z_5)] - \\ & - [j_{+2}(E + \Omega_1 + \Omega_2, z = z_0) - \\ & - j_{-2}(E - (\Omega_1 + \Omega_2), z = z_0)] \}, \quad (27) \end{aligned}$$

де перші чотири доданки описують густини електронних потоків, які виникають в однофотонних електронних переходах, а наступні чотири – у двофотонних.

Згідно із квантовою механікою густини електронних струмів, які виникають у РТС, у результаті квантових переходів між електронними станами з випромінюванням чи поглинанням енергії у однофотонних ( $\Psi_{\pm 1}(z)$ ) та двофотонних ( $\Psi_{\pm 2}(z)$ ) переходах визначаються виразом:

$$j_{\pm \alpha}(E, z) = \frac{ie\hbar n_0}{2m_0} \left( \Psi_{\pm \alpha}(E, z) \frac{d\Psi_{\pm \alpha}^*(E, z)}{dz} - \Psi_{\pm \alpha}^*(E, z) \frac{d\Psi_{\pm \alpha}(E, z)}{dz} \right), \quad \alpha = 1, 2. \quad (28)$$

$$- \Psi_{\pm \alpha}^*(E, z) \frac{d\Psi_{\pm \alpha}(E, z)}{dz} \Big), \quad \alpha = 1, 2. \quad (28)$$

Дійсна частина динамічної провідності РТС  $\sigma$ , з урахуванням (29) подається у вигляді суми двох парціальних складових:

$$\sigma^{(II)}(\Omega_1, \Omega_2) = \sigma^{(1)}(\Omega_1) + \sigma^{(2)}(\Omega_1, \Omega_2), \quad (29)$$

де

$$\sigma^{(1)}(\Omega_1) = \sigma^{(1)+}(\Omega_1) + \sigma^{(1)-}(\Omega_1) \quad (30)$$

– провідність, знайдена у першому порядку теорії збурень (сформована однофотонними електронними переходами),

$$\sigma^{(2)}(\Omega_1, \Omega_2) = \sigma^{(2)+}(\Omega_1, \Omega_2) + \sigma^{(2)-}(\Omega_1, \Omega_2) \quad (31)$$

– провідність у другому порядку теорії збурень (сформована двофотонними електронними переходами).

Тут

$$\begin{aligned} \sigma^{(1)+}(\Omega_1) = & \frac{e^2 \hbar \Omega_1 z_5 n_0}{2m_0 U_1^2} \left( k_{+1}^{(6)} |A_{+1}^{(6)}|^2 - \right. \\ & \left. - k_{-1}^{(6)} |A_{-1}^{(6)}|^2 + \frac{U_1}{2\Omega_1} (P_{01}^+ - P_{01}^-) \right), \quad (32) \end{aligned}$$

$$\sigma^{(1)-}(\Omega_1) = \frac{e^2 \hbar \Omega_1 z_5 n_0}{2m_0 U_1^2} \left( k_{+1}^{(0)} |B_{+1}^{(0)}|^2 - k_{-1}^{(0)} |B_{-1}^{(0)}|^2 \right), \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \sigma^{(2)+}(\Omega_1, \Omega_2) = & \frac{e^2 \hbar (\Omega_1 + \Omega_2) z_5 n_0}{m_0 U_2^2} \times \\ & \times \left( \frac{U_2}{2\Omega_2} (P_{12}^+ - P_{12}^-) + k_{+2}^{(6)} |A_{+2}^{(6)}|^2 - k_{-2}^{(6)} |A_{-2}^{(6)}|^2 + \right. \\ & \left. + \frac{U_1 U_2}{2\Omega_1 (\Omega_1 + \Omega_2)} (P_{02}^+ - P_{02}^-) + \right. \\ & \left. + \left( \frac{U_2}{\Omega_2} \right)^2 \left( k_{+1}^{(6)} |A_{+1}^{(6)}|^2 - k_{-1}^{(6)} |A_{-1}^{(6)}|^2 \right) + \right. \\ & \left. + \frac{U_1 U_2^2}{2\Omega_1 \Omega_2 (\Omega_1 + \Omega_2)} (P_{01}^+ - P_{01}^-) \right), \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^{(2)-}(\Omega_1, \Omega_2) = & \frac{e^2 \hbar (\Omega_1 + \Omega_2) z_5 n_0}{m_0 U_2^2} \times \\ & \times \left( k_{+2}^{(0)} |B_{+2}^{(0)}|^2 - k_{-2}^{(0)} |B_{-2}^{(0)}|^2 \right), \quad (35) \end{aligned}$$

$$P_{01}^{\pm} = \mp (k_0^{(6)} + k_{\pm 1}^{(6)}) \left( A_0^{(6)} A_{\pm 1}^{(6)*} + A_0^{(6)*} A_{\pm 1}^{(6)} \right), \quad (36)$$

$$P_{02}^{\pm} = (k_0^{(6)} + k_{\pm 2}^{(6)}) \left( A_0^{(6)} A_{\pm 2}^{(6)*} + A_0^{(6)*} A_{\pm 2}^{(6)} \right), \quad (37)$$

$$P_{12}^{\pm} = \mp(k_{\pm 1}^{(6)} + k_{\pm 2}^{(6)}) \left( A_{\pm 1}^{(6)} A_{\pm 2}^{(6)*} + A_{\pm 1}^{(6)*} A_{\pm 2}^{(6)} \right). \quad (38)$$

Введені парціальні складові  $\sigma^+$  та  $\sigma^-$  визначають провідності електронних потоків, які спрямовані на вихід ( $\sigma^+(\Omega)$ ) та вхід ( $\sigma^-(\Omega)$ ) РТС по відношенню до напрямку початкового електронного потоку.

Зазначимо, що, як видно зі співвідношень (21), (32), (33), (36) ( $A_{\pm 1}^{(6)}, A_{\pm 1}^{(6)*}, B_{\pm 1}^{(6)}, P_{01}^{\mp} \sim U_1$ ), динамічна провідність, знайдена у першому порядку теорії збурень, не залежить від напруженості електричних складових електромагнітного поля [5–7]. При цьому, як видно з (22), (34), (35), (37), (38) ( $A_{\pm 2}^{(6)}, A_{\pm 2}^{(6)*}, B_{\pm 2}^{(6)}, P_{02}^{\mp} \sim U_1 U_2, P_{12}^{\mp} \sim U_1^2 U_2$ ), динамічна провідність, яка знайдена у другому порядку теорії збурень, виявляється залежною від напруженостей електричних складових електромагнітного поля, на відміну від провідності у першому порядку.

### 3. Обговорення результатів

З фізичних міркувань зрозуміло, що оптимальна робота ККЛ з довільним геометричним дизайном активної зони визначається існуванням у потрібному частотному діапазоні максимальної величини динамічної провідності  $\sigma^+(\Omega)$ , що формується прямим електронним потоком. Підхід до оптимізації роботи каскадних наноприладів, що працюють у одномодовому режимі, який був розвинений у роботах [5–7], може бути узагальнений на випадок оптимізації геометричного дизайну активної зони ККЛ при умові реалізації процесів двофотонної генерації.

Конкретні розрахунки виконувались на прикладі експериментально досліджуваної трибар'єрної РТС [16] з GaAs-потенціальними ямами та Al<sub>0,15</sub>Ga<sub>0,85</sub>As-потенціальними бар'єрами з відомими фізичними параметрами:  $n_0 = 3,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ;  $m_0 = 0,063m_e$ ;  $m_1 = 0,075m_e$ ,  $U = 516 \text{ меВ}$ ;  $F = 17 \text{ кВ/см}$ ;  $m_e$  – маса вільного електрона. Геометричні параметри трибар'єрної РТС, яка досліджувалась, такі: ширини потенціальних ям  $b_1 = 7,1 \text{ нм}$ ,  $b_2 = 16,7 \text{ нм}$ , товщини вхідного, внутрішнього, вихідного потенціальних бар'єрів  $\Delta_1 = 5,6 \text{ нм}$ ,  $\Delta_2 = 3,1 \text{ нм}$ ,  $\Delta_3 = 5,6 \text{ нм}$  відповідно. Результати розрахунків резонансних енергій ( $E_1, E_2, E_3$ ) та часів життя ( $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ ) для перших трьох квазістаціонарних станів електрона за-

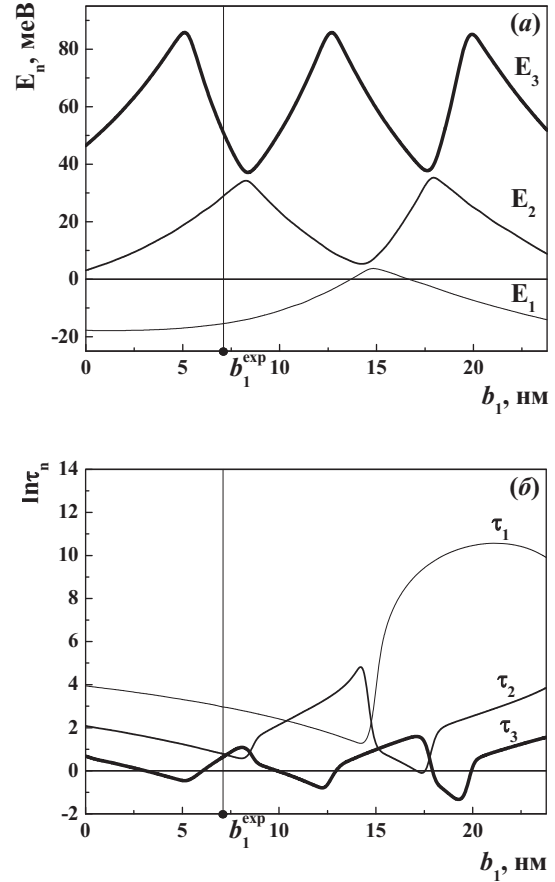


Рис. 2. Залежності резонансних енергій ( $E_n$ ) (а) та часів життя електрона ( $\tau_n$ ) в одиницях  $\tau_0 = 1 \text{ пс}$  (б) від положення внутрішнього бар'єра  $b_1$  у загальній потенціальній ямі

лежно від положення внутрішнього бар'єра  $b_1$  у загальній потенціальній ямі  $b$  при фіксованих решті геометричних параметрів РТС, наведено на рис. 2, а, б. Для експериментально реалізованої геометричної конфігурації РТС ( $b_1^{\text{exp}}$ ) теоретично розраховані в даній роботі енергії квантових переходів  $\Omega_{32}^{\text{theor}} = E_3 - E_2 = 20,8 \text{ меВ}$ ;  $\Omega_{21}^{\text{theor}} = E_2 - E_1 = 41,1 \text{ меВ}$  відрізняються від експериментально отриманих у роботі [16]  $\Omega_{32}^{\text{exp}} = 19 \text{ меВ}$ ;  $\Omega_{21}^{\text{exp}} = 37 \text{ меВ}$  не більше ніж на 10%. Часи життя електрона у перших трьох робочих квазістаціонарних станах такі:  $\tau_1 = 19,22 \text{ пс}$ ;  $\tau_2 = 2,20 \text{ пс}$ ;  $\tau_3 = 1,89 \text{ пс}$ .

Для дослідження внеску двофотонних процесів у формуванні електронної активної динамічної провідності РТС, згідно із розвинутою у попере-

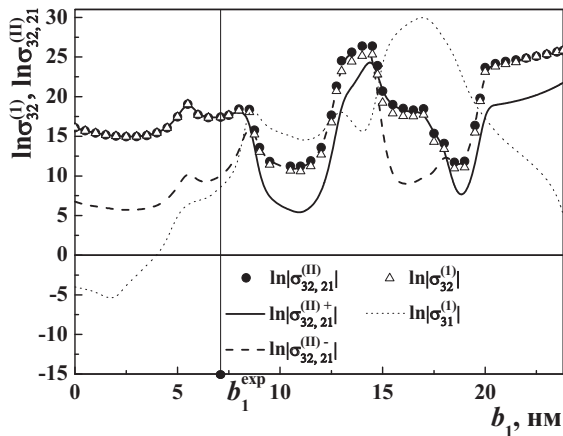


Рис. 3. Залежності динамічної провідності, сформованої у однофотонному ( $\sigma^{(I)}$ ) та двофотонному ( $\sigma^{(II)}$ ) лазерних квантових переходах в одиницях  $\sigma_0 = 1$  С/см, від положення внутрішнього бар'єра  $b_1$  у загальній потенціальній ямі

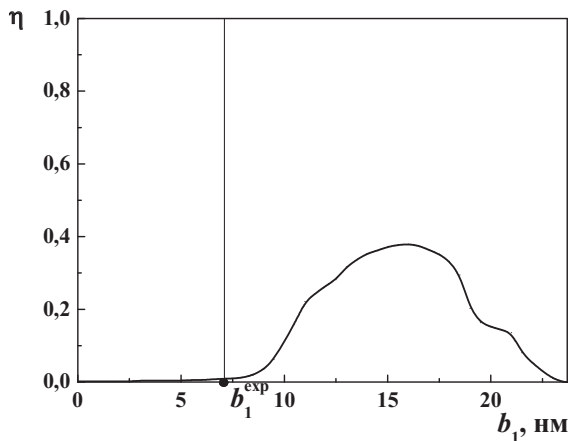


Рис. 4. Залежність величини відносного підсилення  $\eta$  від положення внутрішнього бар'єра  $b_1$  у загальній потенціальній ямі

дньому розділі теорію, виконувався розрахунок провідності у однофотонному та двофотонному наближеннях для лазерних квантових переходів з третього збудженого електронного стану. Для того, щоб задовольнити виконання умов наближення слабкого сигналу ( $U_1 = e\mathcal{E}_1 z_5 \ll \Omega_1$ ;  $U_2 = e\mathcal{E}_2 z_5 \ll \Omega_2$ ) величини  $U_1$  і  $U_2$  вибирались малими ( $U_1 = 10^{-3}\Omega_1$ ;  $U_2 = 10^{-3}\Omega_2$ ).

Результати розрахунків у одно- та двофотонному наближеннях активної динамічної провідності та її парціальних складових залежно від положе-

ння внутрішнього бар'єра  $b_1$  у загальній потенціальній ямі  $b$  наведено на рис. 3. Розрахунки виконувались для лазерних квантових переходів з третього квазістаціонарного стану, які пов'язані з випромінюванням одного фотона енергії  $\Omega_1 = \Omega_{32}$  (при переході  $3 \rightarrow 2$  – в однофотонному наближенні)  $\sigma_{32}^{(I)}$  (трикутники) та двох фотонів енергії  $\Omega_1 = \Omega_{32} = E_3 - E_2$  і  $\Omega_2 = \Omega_{21} = E_2 - E_1$  (при послідовних переходах  $3 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 1$  – у двофотонному наближенні)  $\sigma_{32,21}^{(II)}$  (кружечки),  $\sigma_{32,21}^{(II)+}$  (суцільна лінія),  $\sigma_{32,21}^{(II)-}$  (штрихова лінія). Також на рис. 3 наведено залежності від  $b_1$  розрахованої у однофотонному наближенні провідності  $\sigma_{31}^{(I)}$  (пунктирна лінія), що виникає у переході  $3 \rightarrow 1$ , конкуруючому до переходу  $3 \rightarrow 2$ .

Внесок двофотонних переходів у сумарну величину динамічної провідності, порівняно з однофотонним наближенням, будемо характеризувати, розраховуючи величину відносного підсилення  $\eta = (\sigma^{(II)} - \sigma^{(I)})/\sigma^{(II)}$ . Залежність величини  $\eta$  від  $b_1$  наведено на рис. 4. З рис. 4 видно, що на розглядуваній залежності можна виділити два інтервали зміни  $b_1$ :  $0 \text{ нм} \leq b_1 \leq 8 \text{ нм}$  та  $8 \text{ нм} \leq b_1 \leq 23,8 \text{ нм}$ .

Основною вимогою оптимізації роботи активної зони чи каскаду ККЛ чи ККД є реалізація в певній їх геометричній конфігурації максимальної величини динамічної провідності в необхідному квантовому переході. Як було встановлено у роботах [5–7], ця провідність визначається електронним потоком на вихід з наносистеми та повинна бути значно більшою порівняно зі складовою провідностями, що формуються в інших квантових переходах.

В першому інтервалі зміни  $b_1$ , що містить експериментальну геометричну конфігурацію  $b_1^{\text{exp}}$ , згадана умова виконується, оскільки  $\sigma_{32}^{(I)} \approx \sigma_{32}^{(I)+} \gg \sigma_{32}^{(I)-}, \sigma_{31}^{(I)}$ . З рис. 4 видно, що для першого інтервалу зміни  $b_1$  внесок двофотонних процесів є малим ( $\eta < 2\%$ ), а тому двофотонна лазерна генерація не відбувається. Отже, для згаданого інтервалу зміни  $b_1$  досліджувана РТС може ефективно працювати як активна зона ККЛ, в якій реалізуються однофотонні лазерні переходи з частотою  $\Omega = \Omega_{32}$ .

Для другого інтервалу зміни  $b_1$  умова оптимізації роботи активної зони ККЛ не виконується, оскільки при  $8 \text{ нм} \leq b_1 \leq 12 \text{ нм}$ :  $\sigma_{31}^{(I)} \gg$

$\gg \sigma_{32}^{(1)}, \sigma_{32,21}^{(II)}$  (переважає провідність, що формується у переході  $3 \rightarrow 1$ ); при  $12 \text{ нм} \leq b_1 \leq 14,7 \text{ нм}$ :  $\sigma_{32,21}^{(II)} \approx \sigma_{32,21}^{(II)-} \gg \sigma_{32,21}^{(II)+}, \sigma_{31}^{(1)}$  (переважає провідність, яка визначається потоком у зворотному напрямі до виходу з РТС); при  $14,7 \text{ нм} \leq b_1 \leq 19,7 \text{ нм}$ :  $\sigma_{31}^{(1)} \gg \sigma_{32}^{(1)}, \sigma_{32,21}^{(II)}$  (переважає провідність, що формується у переході  $3 \rightarrow 1$ ); при  $19,7 \text{ нм} \leq b_1 \leq 23,8 \text{ нм}$ :  $\sigma_{32,21}^{(II)} \approx \sigma_{32,21}^{(II)-} \gg \sigma_{32,21}^{(II)+}, \sigma_{31}^{(1)}$  (переважає провідність, яка визначається потоком у зворотному напрямі до виходу з РТС).

З рис. 4 видно, що в інтервалі  $8 \text{ нм} \leq b_1 \leq 23,8 \text{ нм}$  залежність  $\eta$  від  $b_1$  при  $8 \text{ нм} \leq b_1 \leq 16 \text{ нм}$  плавно зростає, формуючи при  $b_1 \approx 16 \text{ нм}$  максимум  $\eta \approx 0,38$ , а далі при  $16 \text{ нм} \leq b_1 \leq 23,8 \text{ нм}$  плавно зменшується до нуля.

Отже, зміною  $b_1$  можна отримати такі геометричні конфігурації досліджуваної РТС, як активної зони ККЛ, в яких, за рахунок двофотонних електронних переходів, отримується підсилення лазерної генерації до 38% ( $b_1 \approx 16 \text{ нм}$ ,  $\sigma_{32,21}^{(II)} \gg \sigma_{32}^{(1)}, \sigma_{31}^{(1)}$ ). Для цих конфігурацій РТС сумарна величина провідності, що формується у одно- та двофотонних переходах визначається в значній мірі парціальною складовою електронного потоку, спрямованого у напрямку протилежному до виходу з наноструктури. Як видно з рис. 2, б, у отриманих геометричних конфігураціях часи життя електрона у робочих квазістаціонарних станах стають великими, що є суттєвим негативним фактором, який перешкоджає узгодженому когерентному електронному транспорту електронів через активну зону та каскад ККЛ. Тому для цих конфігурацій РТС не виконуються умови оптимізації роботи ККЛ [5–7].

#### 4. Висновки

На основі знайдених точних розв'язків повного рівняння Шредінгера в дипольному наближенні розвинена квантово-механічна теорія активної динамічної провідності трибар'єрної активної зони ККЛ у слабкому електромагнітному полі, в якій реалізуються процеси одно- та двофотонної лазерної генерації.

Встановлено, що зміною положення внутрішнього бар'єра в загальній потенціалній ямі наноструктури отримуються такі її геометричні конфігурації, в яких внесок двофотонних випромінювальних

процесів у формуванні сумарної величини динамічної провідності стає суттєвим і становить не менше 38%.

Розрахунок активної динамічної провідності дозволив встановити, що для досліджуваної РТС процеси двофотонної генерації проявляються у тих її геометричних конфігураціях, в яких сумарна величина динамічної провідності визначається в основному електронним потоком у зворотному напрямку до виходу з наноструктури. Встановлено, що у експериментально досліджуваній конфігурації РТС виконуються умови ефективної однофотонної лазерної генерації у квантовому переході між третім та другим електронними квазістаціонарними станами.

*Автор щиро вдячний завідувачу кафедри теоретичної фізики Чернівецького національного університету імені Ю.Федьковича, доктору фізикоматематичних наук, професору М.В. Ткачу за корисні поради під час написання роботи та обговорення отриманих результатів.*

1. D. Bachmann, M. Rosch, C. Deutsch, M. Krall, G. Scalari, M. Beck, J. Faist, K. Unterrainer, and J. Darmo, Appl. Phys. Lett. **105**, 181118 (2014).
2. J.M. Wolf, A. Bismuto, M. Beck, and J. Faist, Opt. Express **22**, 2111 (2014).
3. A. Buffaz, M. Carras, L. Doyennette, A. Nedelcu, X. Marcadet, and V. Berger, Appl. Phys. Lett. **96**, 172101 (2010).
4. D. Hofstetter, F.R. Giorgetta, E. Baumann, Q. Yang, C. Manz, and K. Kohler, Appl. Phys. Lett. **93**, 221106 (2008).
5. M.V. Tkach, Ju.O. Seti, I. V. Boyko, and O.M. Voitsekhivska, Condens. Matter Phys. **16**, 33701 (2013).
6. M. Tkach, Ju. Seti, I. Boyko, and O. Voitsekhivska, Rom. Rep. Phys. **65**, 1443 (2013).
7. М.В. Ткач, Ю.О. Сети, В.О. Матієк, І.В. Бойко, Журнал фізичних досліджень **16**, 4701 (2012).
8. E. Saczuk and J.Z. Kaminski, Phys. Status Solidi B **240**, 603 (2003).
9. E. Saczuk and J.Z. Kaminski, Laser Phys. **15**, 1691 (2005).
10. N.V. Tkach and Ju.A. Seti, JETP Lett. **95**, 271 (2012).
11. Н.В. Ткач, Ю.А. Сети, ФТП **48**, 610 (2014).
12. А.В. Пашковскій, JETP Lett. **89**, 30 (2009).
13. А.Б. Пашковскій, ФТП **45**, 759 (2011).
14. N.V. Tkach and Yu.A. Seti, Low Temp. Phys. **35**, 556 (2009).
15. Y. Ando and T. Itoh, J. Appl. Phys. **61**, 1497 (1987).



16. S. Kumar, C. Wang, I. Chan, Q. Hu, and J.L. Reno, Appl. Phys. Lett. **95**, 141110 (2009).

Одержано 02.02.15

*I. V. Boyko*

ВКЛАД ДВУХФОТОННЫХ  
ЭЛЕКТРОННЫХ ПЕРЕХОДОВ В ФОРМИРОВАНИЕ  
АКТИВНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ  
ТРЕХБАРЬЕРНЫХ РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНЫХ  
СТРУКТУР С ПОСТОЯННЫМ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Резюме

В приближении эффективных масс и прямоугольных потенциальных ям и барьеров для электрона, с использованием найденных решений полного уравнения Шредингера, развита теория активной динамической проводимости трехбарьерной резонансно-туннельной структуры с приложенным постоянным продольным электрическим полем в слабом электромагнитном поле с учетом вклада лазерных одно- и двухфотонных электронных переходов с разными частотами. Показано, что для лазерных электронных переходов величина вклада двухфотонных переходов в формирование общей величины активной динамической проводимости в лазерных переходах не больше 38%. Установлены геометрические конфигурации резонансно-туннельной

структуры, для которых за счет двухфотонных лазерных электронных переходов получается увеличение интенсивности лазерного излучения.

*I. V. Boyko*

ROLE OF TWO-PHOTON ELECTRONIC  
TRANSITIONS IN THE FORMATION OF ACTIVE  
DYNAMIC CONDUCTIVITY  
IN A THREE-BARRIER  
RESONANCE TUNNELING STRUCTURE  
WITH AN APPLIED DC ELECTRIC FIELD

S u m m a r y

The theory of active dynamic conductivity in a three-barrier resonance tunneling structure subjected to the combined action of a weak electromagnetic field and a longitudinal dc electric field is developed with regard for the contribution of laser-induced one- and two-photon electronic transitions with different frequencies. For this purpose, the full Schrödinger equation is solved in the effective mass approximation and with the use of the model of rectangular potential wells and barriers for an electron. The maximum contribution of two-photon transitions to the formation of the total active dynamic conductivity in laser-induced transitions is shown not to exceed 38%. Geometric configurations of the resonance tunneling structure, for which the laser radiation intensity increases due to laser-induced two-photon electronic transitions, are determined.