

А.І. ЛЕСЮК, М.Ф. ЛЕДНЕЙ, О.С. ТАРНАВСЬКИЙ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
(Просп. Академіка Глушкова, 4, Київ 03127; e-mail: lesyuk.andrey@gmail.com,  
ledney@univ.kiev.ua, smalko1@bigmir.net)**ОРІЄНТАЦІЙНА НЕСТІЙКІСТЬ В КОМІРЦІ  
НЕМАТИЧНОГО РІДКОГО КРИСТАЛА З ВІД'ЄМНОЮ  
ДИЕЛЕКТРИЧНОЮ АНІЗОТРОПІЄЮ  
В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ**

УДК 532.783

*Досліджується орієнтаційна нестійкість директора в гомеотропній комірці нематичного рідкого кристала з від'ємною діелектричною анізотропією в постійному електричному полі. Враховується проковзування осі легкого орієнтування директора в площині, перпендикулярній до однієї з полімерних підкладок комірки. Проковзування легкої осі зумовлено переорієнтацією еластичних частин молекул полімерної підкладки, що є наслідком взаємодії з електричним полем їх власних або наведених дипольних моментів. Встановлено, що в обох випадках взаємодії орієнтаційна нестійкість директора рідкого кристала є пороговою. Досліджена часова поведінка директора і легкої осі з моменту ввімкнення електричного поля з наступним виходом системи в стаціонарний стан та закінчуючи поверненням системи в вихідний однорідний стан після вимкнення напруги. Проведено порівняння розрахункових часових залежностей кута відхилення легкої осі з відповідними даними експериментальних робіт.*

*Ключові слова:* нематичний рідкий кристал, від'ємна діелектрична анізотропія, орієнтаційна нестійкість, проковзування легкої осі, час ввімкнення/вимкнення, перехід Фредерікса.

**1. Вступ**

Проведені в останнє десятиліття інтенсивні дослідження в області фізики рідких кристалів (РК) сприяли стрімкому розвитку рідкокристалічних дисплейних технологій. Технологічні застосування РК тісно пов'язані з можливостями керування орієнтаційним впорядкуванням мезофази в РК-комірці, яка є базовим конструктивним елементом будь-якого РК-пристрою відображення інформації [1]. Зазначимо, що орієнтаційне впорядкування в об'ємі комірки РК суттєво залежить від умов для директора на її поверхні, зокрема, і від напрямку осі легкого орієнтування директора на підкладці комірки. Виявляється, що вісь легкого орієнтування директора, наведена на полімерній підкладці РК-комірки, зокрема, методом фотоорієнтування [1, 2], може змінювати свою орієнтацію (проковзувати) під дією зовнішнього магнітного або електричного поля низької частоти. Як результат, це розширює можливості відносно легкого впливу на

орієнтаційне впорядкування в об'ємі РК-комірки шляхом створення керованих зовнішніми полями умов для директора на її поверхні. Для пояснення явища проковзування легкої осі було запропоновано декілька механізмів. Так, проковзування легкої осі в площині поверхні (азимутальному напрямку) полімерної підкладки комірки нематичного рідкого кристала (НРК) у присутності електричного [3] і магнітного [4] поля, на думку авторів, зумовлене взаємодією молекул приповерхневого шару нематика з еластичними ("м'якими") фрагментами молекул полімерного орієнганта. Унаслідок такої взаємодії, вплив зовнішнього поля на орієнтування приповерхневого шару НРК призводить до зміни орієнтації легкої осі на підкладці комірки. Таке саме пояснення знайшло проковзування легкої осі під дією електричного поля, проте, в напрямку, перпендикулярному поверхні (полярному напрямку) підкладки комірки НРК [5, 6]. Зокрема в [6] розглянуто проковзування легкої осі на підкладці комірки стабілізовано полімером НРК з від'ємною діелектричною анізотропією. Також автори розглянули динаміку переорієнтації молекул

© А.І. ЛЕСЮК, М.Ф. ЛЕДНЕЙ,  
О.С. ТАРНАВСЬКИЙ, 2017

полімерного стабілізатора за умови нанесення його на поверхню комірки в ролі орієтанта, проте, без додавання в об'єм НРК. Інший механізм зміни орієнтації легкої осі пояснюється адсорбцією молекул НРК на поверхні полімерної підкладки. У цьому випадку вплив зовнішнього поля на об'єм НРК призводить до повороту адсорбованих на поверхні молекул НРК. Наслідком такого впливу є зміщення легкої осі під дією зовнішнього електричного поля на поверхні підкладки нематичної комірки, як в азимутальному [7,8], так і в полярному [9] напрямках. Напруженості полів, необхідні для проковзування легкої осі, та характерні часи рухів директора і легкої осі виявляються на декілька порядків величини більшими за наявності адсорбції молекул НРК на поверхні полімерної підкладки комірки, ніж за відсутності такої. Зокрема, в [9] характерний час проковзування легкої осі на поверхні підкладки, зумовлений явищем адсорбції молекул НРК, становив порядку 100 год. Авторами робіт [10–12] запропонована, основана на явищі адсорбції молекул НРК, феноменологічна модель переорієнтації легкої осі на поверхні полімерної підкладки, проте, в азимутальному напрямку, під дією електричного поля. Модель враховує гальмівну дію полімеру, в'язкість руху легкої осі та вплив на рух останньої об'єму нематика. Обидва описані вище механізми згадувалися при розгляді проковзування легкої осі в азимутальному напрямку полімерної підкладки комірки НРК під дією магнітного поля в [13]. Крім того, причиною проковзування легкої осі, зокрема, в електричному полі може бути переорієнтація еластичних частин молекул полімерної підкладки, яка зумовлена взаємодією з електричним полем їх власних або наведених дипольних моментів [14]. Саме так пояснювалося наведення постійним електричним полем орієнтаційної анізотропії на поверхні електрочувливого полімеру в [15].

У даній роботі досліджується орієнтаційна нестійкість директора в комірці гомеотропно орієнтованого НРК з від'ємною діелектричною анізотропією у постійному електричному полі. Вважається, що вісь легкого орієнтування директора на одній із полімерних підкладок комірки взаємодіє з електричним полем. Наслідком такої взаємодії є проковзування легкої осі в площині, перпендикулярній поверхні підкладки. Внесок взаємодії легкої осі з електричним полем у густину поверхневої

вільної енергії комірки НРК вважається лінійним або квадратичним по величині напруженості поля відповідно до того, дипольні моменти еластичних частин молекул полімерної підкладки є власними чи наводяться електричним полем. Встановлено, що незалежно від характеру взаємодії легкої осі з електричним полем орієнтаційна нестійкість НРК є пороговою. Встановлена часова поведінка кутів відхилення директора і рухомої легкої осі починаючи з моменту ввімкнення електричного поля із наступним виходом системи в стаціонарний стан та закінчуючи її поверненням у вихідний однорідний стан після вимкнення поля. Із порівняння розрахункової та взятої з [6] експериментальної часових залежностей кута рухомої легкої осі встановлені значення таких параметрів системи, як енергія зчеплення НРК з підкладкою, коефіцієнт в'язкості легкої осі та параметр взаємодії останньої з електричним полем.

## 2. Вільна енергія НРК та рівняння для директора

Нехай маємо плоскопаралельну комірку НРК, обмежену площинами  $z = 0$  і  $z = L$ , з початковою однорідною орієнтацією директора вздовж осі  $Oz$ . Між підкладками комірки підтримується постійна різниця потенціалів  $U$ . НРК у комірці характеризується від'ємним значенням анізотропії статичної діелектричної проникності ( $\epsilon_a < 0$ ). Зчеплення НРК з нижньою  $z = 0$  підкладкою однорідне і нескінченно сильне. Вважаємо, що на верхній  $z = L$  полімерній підкладці комірки вісь  $\mathbf{e}$  легкого орієнтування директора взаємодіє з електричним полем  $\mathbf{E}$ . Унаслідок такої взаємодії має місце проковзування легкої осі  $\mathbf{e}$  в площині, перпендикулярній підкладці комірки [6].

Вільна енергія комірки НРК може бути записана у вигляді

$$\begin{aligned}
 F &= F_{el} + F_E + F_S + F_{SE}, \\
 F_{el} &= \frac{1}{2} \int_V \left\{ K_1 (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \right. \\
 &\quad \left. + K_3 [\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n}]^2 \right\} dV, \\
 F_E &= -\frac{1}{8\pi} \int_V \mathbf{E} \mathbf{D} dV, \\
 F_S &= -\frac{W}{2} \int_S (\mathbf{e} \mathbf{n})^2 dS,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$F_{SE} = -\frac{\alpha}{m} \int_S (\mathbf{eE})^m dS.$$

Тут  $F_{el}$  – пружна енергія НРК,  $F_E$  – анізотропний внесок у вільну енергію постійного електричного поля,  $F_S$  – внесок у поверхневу вільну енергію взаємодії НРК з верхньою  $z = L$  підкладкою комірки, записаний у формі потенціалу Рапіні,  $F_{SE}$  – внесок у поверхневу вільну енергію взаємодії осі легкого орієнтування директора на верхній  $z = L$  полімерній підкладці з електричним полем,  $K_1, K_2, K_3$  – пружні сталі НРК,  $\mathbf{n}$  – директор,  $\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E}$  – вектор електричної індукції,  $\hat{\epsilon} = \epsilon_{\perp}\hat{\mathbf{1}} + \epsilon_a\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$ ,  $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp} < 0$  – відповідно тензор та анізотропія статичної діелектричної проникності НРК,  $W$  – полярна енергія зчеплення НРК з верхньою підкладкою, пов'язана з відхиленнями директора в площині  $xOz$ . Параметр  $m$  приймається рівним 1 або 2 залежно від наявності у молекул полімерного орієнтанту власних або наведених дипольних моментів відповідно.

Будемо розглядати плоскі деформації поля директора НРК [6]. Вісь  $Ox$  декартової системи координат спрямуємо так, щоб відхилення директора лежали в площині  $xOz$ . Унаслідок однорідності системи в площині  $xOy$ , директор  $\mathbf{n}$  в об'ємі та легку вісь  $\mathbf{e}$  на верхній підкладці комірки запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \mathbf{i} \sin \theta(z, t) + \mathbf{k} \cos \theta(z, t), \\ \mathbf{e} &= \mathbf{i} \sin \psi(t) + \mathbf{k} \cos \psi(t), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\theta(z, t)$ ,  $\psi(t)$  – кути відхилення директора і рухомої легкої осі від напрямку початкової орієнтації вздовж осі  $Oz$ ,  $\mathbf{i}, \mathbf{k}$  – орти декартової системи координат.

Очевидно рівняння для директора необхідно розглядати сумісно з рівняннями для електричного поля в об'ємі нематика. Вектор напруженості електричного поля в об'ємі НРК згідно з рівнянням  $\text{rot } \mathbf{E} = 0$  набуває вигляду  $\mathbf{E} = (0, 0, E_z(z))$ . Тоді компонента  $D_z = \epsilon_{zz}E_z$  є сталою, що впливає із рівняння  $\text{div } \mathbf{D} = 0$ . Оскільки різниця потенціалів  $U = \int_0^L E_z dz$ , матимемо

$$D_z = U \left[ \int_0^L (\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta)^{-1} dz \right]^{-1}. \quad (3)$$

Віднесена до одиниці площі поверхні комірки вільна енергія (1) набуває вигляду

$$F = \frac{1}{2} \int_0^L (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \left( \frac{d\theta}{dz} \right)^2 dz - \frac{UD_z}{8\pi} - \frac{W}{2} \cos^2(\theta_L - \psi) - \frac{\alpha D_z \cos \psi}{\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta_L}, \quad (4)$$

де компонента  $D_z$  вектора електричної індукції дається виразом (3),  $\theta_L = \theta(z = L)$  – кут відхилення директора на верхній підкладці комірки.

Мінімізуючи вільну енергію (4) за кутами  $\theta$  і  $\psi$ , отримуємо рівняння

$$\begin{aligned} (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \theta''_{zz} - (K_3 - K_1) \theta'_z{}^2 \sin \theta \cos \theta + \\ + \frac{D_z^2}{U} \left( \frac{U}{4\pi} + \frac{\alpha \cos \psi}{\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta_L} \right) \frac{|\epsilon_a| \sin \theta \cos \theta}{(\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta)^2} = \eta_1 \theta'_t \end{aligned} \quad (5)$$

і межові умови до нього

$$\theta|_{z=0} = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (K_1 \sin^2 \theta_L + K_3 \cos^2 \theta_L) \theta'_z|_{z=L} + \frac{W}{2} \sin 2(\theta_L - \psi) + \\ + 2\alpha D_z \cos \psi \frac{|\epsilon_a| \sin \theta_L \cos \theta_L}{(\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta_L)^2} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

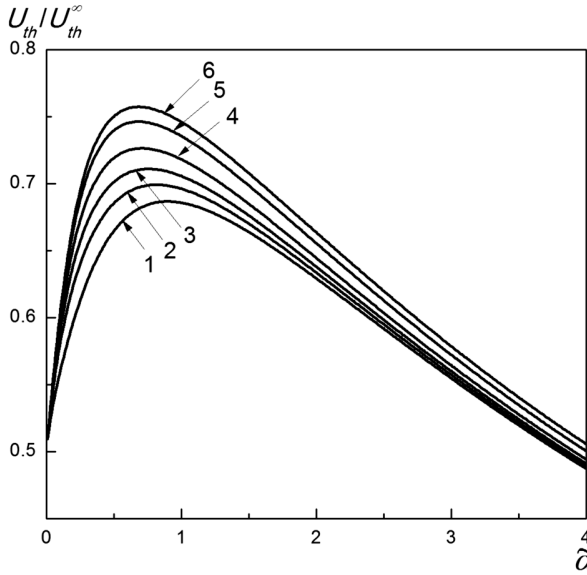
$$\frac{W}{2} \sin 2(\theta_L - \psi) - \frac{\alpha D_z \sin \psi}{\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta_L} = \eta_2 \psi'_t. \quad (8)$$

Тут  $\eta_1$  – коефіцієнт об'ємної в'язкості НРК,  $\eta_2$  – коефіцієнт в'язкості легкої осі, штрихи біля функцій  $\theta$  і  $\psi$  позначають похідні за відповідними аргументами. Доданок у правій частині рівняння (5) враховує, як і в [1, 16, 17], дисипативні процеси в об'ємі НРК при повороті директора в нехтуванні його зв'язками з гідродинамічними рухами нематика. Проковзування легкої осі в полярному напрямку на верхній  $z = L$  підкладці комірки описується членом у правій частині межової умови (8), як і в [11]. У загальному випадку розв'язок рівняння (5), що задовольняє межові умови (6)–(8), може бути знайдений тільки чисельно.

### 3. Лінійна взаємодія легкої осі з електричним полем

#### 3.1. Часова поведінка директора і рухомої легкої осі

Нехай внесок у поверхневу вільну енергію НРК від взаємодії рухомої осі  $\mathbf{e}$  легкого орієнтування директора на верхній  $z = L$  підкладці комірки з електричним полем  $\mathbf{E}$  лінійний по напруженості



**Рис. 1.** Залежності величини порога  $U_{th}$  переходу Фредерікса від значень параметра взаємодії  $\alpha$ :  $\varepsilon = 0,1$  (1),  $0,5$  (2),  $1$  (3),  $2$  (4),  $5$  (5),  $10$  (6)

цього поля (у виразі  $F_{SE}$  (1) параметр  $m = 1$ ). Будемо вважати кути  $\theta$  і  $\psi$  малими. Тоді, поведінка системи описуватиметься лінеаризованим по  $\theta$  і  $\psi$  рівнянням (5):

$$\theta''_{\xi\xi} + u(u + \tilde{\alpha})\theta = \theta'_\tau \quad (9)$$

і межовими умовами (6)–(8):

$$\theta|_{\xi=0} = 0, \quad (10)$$

$$\theta'_\xi|_{\xi=1} + \varepsilon(\theta_L - \psi) + 2\tilde{\alpha}u\theta_L = 0, \quad (11)$$

$$\varepsilon(\theta_L - \psi) - \tilde{\alpha}\nu u\psi = \gamma\psi'_\tau. \quad (12)$$

Тут використані безрозмірні координата  $\xi = z/L$ , час  $\tau = tK_3/(\eta_1 L^2)$ , коефіцієнт в'язкості  $\gamma = \eta_2/(\eta_1 L)$ , енергія зчеплення  $\varepsilon = WL/K_3$ , різниця потенціалів  $u = \pi U/U_{th}^\infty$ , параметр взаємодії  $\tilde{\alpha} = (\alpha/\varepsilon_\parallel)\sqrt{4\pi|\varepsilon_a|/K_3}$ ,  $\nu = \varepsilon_\parallel/|\varepsilon_a|$ , де  $U_{th}^\infty = \pi\sqrt{4\pi K_3/|\varepsilon_a|}$  – поріг переходу Фредерікса при  $W = \infty$  за відсутності проковзування легкої осі.

Розв'язок рівняння (9), який задовольняє межові умови (10)–(12), дає величини кутів відхилення директора і рухомої легкої осі відповідно:

$$\theta(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{\Gamma_n \tau} \sin \lambda_n \xi, \quad (13)$$

$$\psi(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left( \frac{\lambda_n}{\varepsilon} \cos \lambda_n + \left( \frac{2}{\varepsilon} \tilde{\alpha}u + 1 \right) \sin \lambda_n \right) e^{\Gamma_n \tau}, \quad (14)$$

де  $A_n$  – сталі інтегрування,  $\Gamma_n = u(u + \tilde{\alpha}) - \lambda_n^2$ ,  $\lambda_n$  – позначають додатні корені рівняння

$$\varepsilon^2 = [\gamma(u(u + \tilde{\alpha}) - \lambda^2) + \varepsilon + \nu \tilde{\alpha}u] (\lambda \operatorname{ctg} \lambda + \varepsilon + 2\tilde{\alpha}u). \quad (15)$$

Зазначимо, що вираз для кута  $\psi(\tau)$  (14) легкої осі отримується з рівняння  $\gamma\psi'_\tau + \nu \tilde{\alpha}u\psi = -\theta'_\xi|_{\xi=1} - 2\tilde{\alpha}u\theta$ , яке випливає із межових умов (11) і (12).

Як видно із (13) і (14), за наявності хоча б одного із значень  $\Gamma_n > 0$  у системі експоненціально наростає просторове збурення поля директора типу  $\sin \lambda_n \xi$ . Тому орієнтаційна нестійкість НРК в електричному полі буде пороговою. Поріг орієнтаційної нестійкості директора визначається із умови  $\Gamma_1 = 0$ , в якій  $\lambda_1$  – найменший по модулю корінь рівняння (15). Звідки значення порога дається найменшим додатним коренем рівняння

$$\sqrt{u^2 + \tilde{\alpha}u} \operatorname{ctg} \sqrt{u^2 + \tilde{\alpha}u} + \tilde{\alpha}u \left( 2 + \frac{\nu\varepsilon}{\varepsilon + \tilde{\alpha}\nu u} \right) = 0. \quad (16)$$

На рис. 1 наведена, отримана з рівняння (16), залежність порогової напруги  $U_{th}$  переходу Фредерікса від величини параметра взаємодії  $\alpha$  для декількох значень енергії зчеплення  $\varepsilon$ . Зі збільшенням енергії зчеплення  $\varepsilon$  величина порога  $U_{th}$  зростає. Незалежно від величини енергії зчеплення  $\varepsilon$  в граничному випадку  $\alpha \rightarrow 0$  порогова напруга  $U_{th}$  наближається до значення  $0,5U_{th}^\infty$ , яке відповідає порогу переходу Фредерікса за відсутності зчеплення ( $\varepsilon = 0$ ) НРК з верхньою  $z = L$  підкладкою комірки. Зі збільшенням значень  $\alpha$  величина  $U_{th}$  спочатку збільшується від  $0,5U_{th}^\infty$  у випадку  $\alpha = 0$  до деякого максимального значення, а потім монотонно зменшується. У граничному випадку необмежено великих  $\alpha$  величина порога  $U_{th}$  асимптотично наближається до нуля. Максимальне значення  $U_{th}$  відповідає величині параметра взаємодії  $\alpha \sim \varepsilon_\parallel \sqrt{K_3/(4\pi|\varepsilon_a|)}$ . Зі збільшенням значень  $\varepsilon$  положення максимуму залежності  $U_{th}(\alpha)$  зміщується в бік менших значень  $\alpha$ . Немонотонна залежність порогової напруги  $U_{th}$  від значень параметра  $\alpha$  пояснюється взаємно протилежним впливом електричного поля на директор НРК і рухому легку

вісь. А саме, електричне поле стабілізує вихідну орієнтацію рухомої легкої осі  $i$ , навпаки, дестабілізує вихідну орієнтацію директора.

При невеликому перевищенні напругою  $U$  величини порога  $U_{th}$  кутів  $\theta$  і  $\psi$  можна вважати малими. Тоді, величини кутів  $\theta$  і  $\psi$  визначатимуться першою гармонікою ( $n = 1$ ) виразів (13) і (14) відповідно. Вищими гармоніками нехтуємо через їх малість. Звідки маємо характерний час ввімкнення системи у вигляді

$$t_{on} = \frac{\eta_1 L^2 u_{th}}{K_3 [(u_{th} + \tilde{\alpha})\sigma_1 - \tilde{\alpha}/2](u^2 - u_{th}^2)}, \quad (17)$$

де

$$\sigma_1 = 1 - [2\rho_1^2 + \nu + \gamma(1 + 2u_{th}/\tilde{\alpha})]/s_1,$$

$$s_1 = (\rho_1^2 + 2\gamma)(1 + u_{th}/\tilde{\alpha}) +$$

$$+ (\nu + 2\rho_1)(\tilde{\alpha}\nu u_{th} + (1 + 2\tilde{\alpha}u_{th})\rho_1),$$

$$u_{th} = \pi U_{th}/U_{th}^\infty, \quad \rho_1 = 1 + \tilde{\alpha}\nu u_{th}/\varepsilon.$$

Збільшення величини енергії зчеплення  $\varepsilon$  і зменшення значень параметра взаємодії  $\alpha$  призводить до збільшення характерного часу ввімкнення  $t_{on}$ , що також пояснюється взаємно протилежним впливом електричного поля на орієнтацію рухомої легкої осі і директора НРК. Зі збільшенням величини коефіцієнта об'ємної в'язкості НРК та в'язкості легкої осі час ввімкнення зростає. Проте, характерний час ввімкнення виявляється більш чутливим до зміни величини коефіцієнта в'язкості легкої осі, ніж коефіцієнта об'ємної в'язкості НРК.

Часова поведінка директора і рухомої легкої осі після ввімкнення напруги і до виходу системи в стаціонарний стан визначається величиною прикладеної напруги і значеннями параметрів комірки НРК. На рис. 2 наведені, взяті з [6], експериментальні значення кута  $\psi$  відхилення легкої осі, виміряні в деякі моменти часу до виходу системи в стаціонарний стан в електричному полі з напругою  $U = 5$  В, яка дорівнює  $2,4U_{th}^\infty$ . Тут для порівняння приведена залежність  $\psi(t)$ , отримана в результаті числового розв'язку рівняння (5) з межовими умовами (6)–(8). Розрахункова залежність  $\psi(t)$  наведена для таких значень безрозмірних енергії зчеплення  $\varepsilon = 10$ , параметра взаємодії  $\tilde{\alpha} = 1,77$ ,

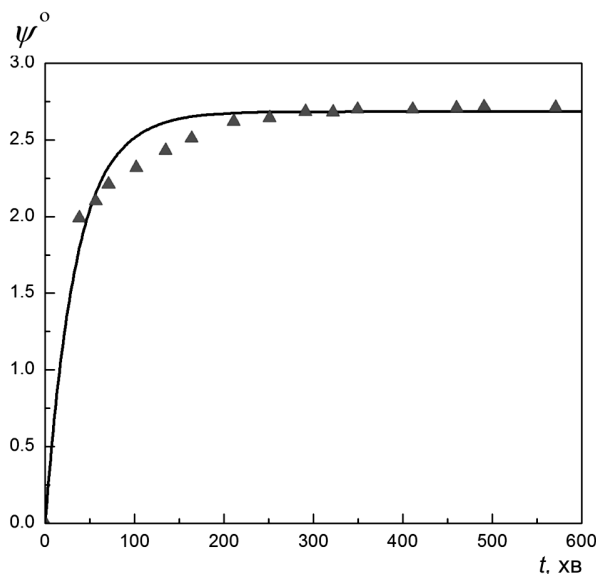
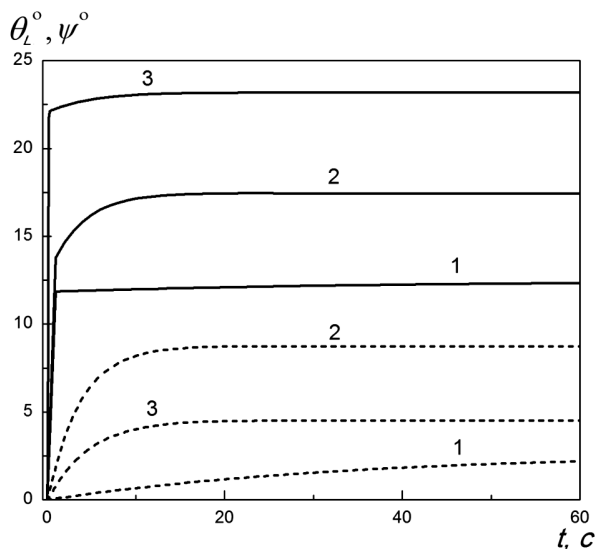


Рис. 2. Порівняння розрахункової (суцільна лінія) та експериментальної (точки) [6] часових залежностей кута  $\psi$  відхилення рухомої легкої осі у випадку її лінійної взаємодії з електричним полем  $U = 5$  В

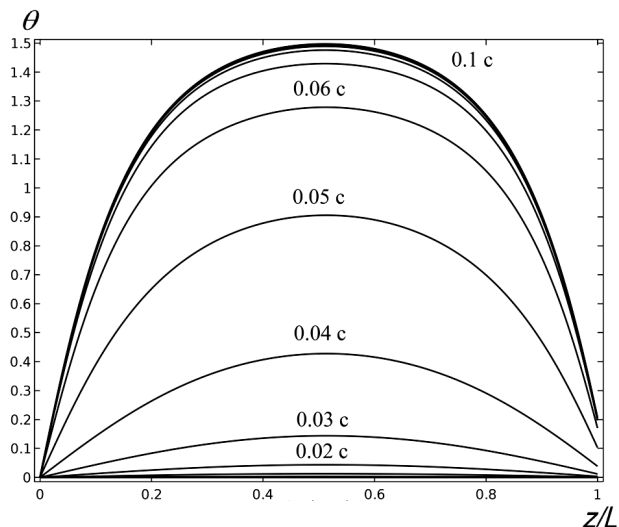
коефіцієнтів об'ємної в'язкості НРК  $\eta_1 = 1$  П [18] і в'язкості легкої осі  $\eta_2 = 160$  П·см, які вибиралися з міркувань найкращого збігання експериментальних і розрахункових величин. У цілому відмінність розрахункових та експериментально виміряних значень кута  $\psi$  не перевищує 8%. При цьому, отримана нами величина енергії зчеплення  $\varepsilon$  узгоджується із даними експериментальних робіт [19].

На рис. 3 наведені часові залежності кутів відхилення  $\psi(t)$  легкої осі і  $\theta_L(t)$  директора на поверхні  $z = L$  комірки, отримані шляхом числового розв'язку рівняння (5) з межовими умовами (6)–(8) для різних значень параметрів комірки НРК. Криві 1 відповідають значенням параметрів, які розраховані вище за експериментальними даними [6]. Встановлено, що під час виходу системи в стаціонарний стан швидше відхилятиметься директор НРК. Рухома легка вісь відслідковує рух директора, так, що  $\psi \leq \theta_L$  (див. рис. 3). Очевидно, рух легкої осі сповільнюється в результаті стабілізації електричним полем її вихідної орієнтації.

Значення кута відхилення директора по товщині комірки, розраховані в різні моменти часу до виходу системи в стаціонарний стан, наведені на рис. 4.



**Рис. 3.** Часові залежності кутів відхилення  $\psi$  рухомої легкої осі (штрихові лінії) і  $\theta_L$  директора (суцільні) на поверхні  $z = L$  комірки в електричному полі з напругою  $U = 5$  В: 1 -  $\varepsilon = 10$ ,  $\tilde{\alpha} = 1,77$ ,  $\eta_1 = 1$  П,  $\eta_2 = 6$  П·см; 2 -  $\varepsilon = 20$ ,  $\tilde{\alpha} = 1$ ,  $\eta_1 = 1$  П,  $\eta_2 = 0,4$  П·см; 3 -  $\varepsilon = 5$ ,  $\tilde{\alpha} = 1$ ,  $\eta_1 = 1$  П,  $\eta_2 = 0,4$  П·см



**Рис. 4.** Часова динаміка кута відхилення директора по товщині комірки з моменту ( $t = 0$  с) прикладення напруги  $U = 5$  В і до виходу системи в стаціонарний стан ( $t = 0,1$  с)  $\varepsilon = 10$ ,  $\tilde{\alpha} = 1,77$ ,  $\eta_1 = 1$  П,  $\eta_2 = 6$  П·см

Як і в випадку фіксованого положення легкої осі на обох підкладках комірки, найбільші деформації поля директора досягаються в об'ємі НРК. По мірі наближення системи до стаціонарного стану най-

більше відхилення директора практично не змінює свого положення в об'ємі НРК. Зазначимо, що збільшення в'язкості легкої осі сповільнює вихід системи в стаціонарний стан.

У стаціонарному стані ( $\theta'_t = \psi'_t = 0$ ) згідно з межевою умовою (8) на верхній поверхні комірки  $\theta_L \geq \psi$  незалежно від величини прикладеної різниці потенціалів  $U$ . Як впливає з межевої умови (7),  $\theta'_z|_{z=L} < 0$ . Таким чином, максимальне відхилення директора досягається в об'ємі НРК. Домноживши рівняння (5) на  $2\theta'_z$  і проінтегрувавши по  $z$ , матимемо

$$\theta'_z = \pm F(\theta, \theta_m) Q(\theta_m, \theta_L, \psi), \tag{18}$$

де

$$F(\theta, \theta_m) = \frac{(\sin^2 \theta_m - \sin^2 \theta)^{1/2}}{(\epsilon_{\parallel} - \epsilon_a \sin^2 \theta)^{1/2} (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta)^{1/2}},$$

$$Q(\theta_m, \theta_L, \psi) = \frac{D_z}{(\epsilon_{\parallel} - \epsilon_a \sin^2 \theta_m)^{1/2}} \times \left[ \frac{|\epsilon_a|}{4\pi K_3} \left( 1 + \frac{4\pi\alpha \cos \psi}{U \epsilon_{\parallel} - \epsilon_a \sin^2 \theta_L} \right) \right]^{1/2},$$

$\theta_m$  - максимальний кут відхилення директора.

Рівняння (18) проінтегруємо по  $z$  в межах від 0 до  $L$ , попередньо розділивши змінні, отримаємо

$$2 \int_0^{\theta_m} F(\theta, \theta_m) dz - \int_0^{\theta_L} F(\theta, \theta_m) dz = LQ(\theta_m, \theta_L, \psi). \tag{19}$$

У результаті сумісного розгляду рівняння (19) та межових умов (7) і (8), які враховують значення похідної  $\theta'_z$  (18) на поверхні  $z = L$ , знаходимо величини кутів  $\theta_m, \theta_L, \psi$ . Із рівняння (18), враховуючи знайдені значення  $\theta_m, \theta_L$  і  $\psi$ , отримуємо залежність кута  $\theta$  відхилення директора по товщині комірки при заданій напрузі  $U$ . Розрахункові залежності  $\theta(z)$  для різних значень прикладеної напруги  $U$  і параметра взаємодії  $\alpha$  наведені на рис. 5. Збільшення величини енергії зчеплення  $\varepsilon$  і напруги  $U$  приводить до зростання деформацій поля директора НРК. При збільшенні напруги  $U$  куту відхилення  $\psi$  легкої осі і  $\theta_L$  директора на поверхні  $z = L$  монотонно зростають, проте, завжди  $\theta_L \geq \psi$ . Зі зростанням величини параметра взаємодії  $\alpha$  при сталій напрузі кут відхилення  $\theta_L$

директора на поверхні  $z = L$  зменшується, що в результаті приводить до збільшення деформацій поля директора в об'ємі комірки.

Розглянемо релаксацію системи із стаціонарного стану в вихідний однорідний стан після вимкнення напруги. Спочатку розглянемо випадок невеликого перевищення прикладеною напругою  $U$  її порогового значення  $U_{th}$ . Тоді процес релаксації системи можна описати в наближенні малих кутів  $\theta$  і  $\psi$  лінеаризованими рівняннями (9) з межовими умовами (10)–(12) в яких  $U = 0$ . Обмежений при  $\tau \rightarrow +\infty$  розв'язок рівняння (9), що задовольняє межові умови (10)–(12), дає величини кутів відхилення директора і рухомої легкої осі відповідно:

$$\theta(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\kappa_n^2 \tau} \sin \kappa_n \xi, \quad (20)$$

$$\psi(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\gamma \kappa_n} e^{-\kappa_n^2 \tau} \cos \kappa_n,$$

де  $A_n$  – сталі інтегрування,  $\kappa_n$  – позначають додатні корені рівняння

$$\operatorname{tg} \kappa = \frac{1}{\gamma \kappa} - \frac{\kappa}{\varepsilon}. \quad (21)$$

Як випливає із (20), характерний час релаксації системи визначається найбільш повільно затухаючою модою з  $n = 1$  і є рівним

$$t_{off} = \frac{\eta_1 L^2}{\kappa_1^2 K_3}. \quad (22)$$

Хоча від величини параметра взаємодії  $\alpha$  час релаксації  $t_{off}$  практично не залежить, проте, можливість проковзування легкої осі приводить до збільшення часу  $t_{off}$  у порівнянні з випадком відсутності такого проковзування. Зокрема, за відсутності проковзування легкої осі у випадку  $W = \infty$  час релаксації є  $t_{off}^{\infty} = \eta_1 L^2 / (\pi^2 K_3) < t_{off}$ , оскільки завжди  $\kappa_1 < \pi$ . Збільшення значень енергії зчеплення  $\varepsilon$  приводить до зменшення часу релаксації  $t_{off}$ , що пояснюється підсиленням взаємодії директора з легкою віссю.

На рис. 6 наведені значення кута відхилення директора по товщині комірки, розраховані в різні моменти часу після вимкнення напруги в системі, яка попередньо знаходилася в стаціонарному стані. Як видно, найбільше відхилення директора достатньо швидко зміщується з об'єму НРК

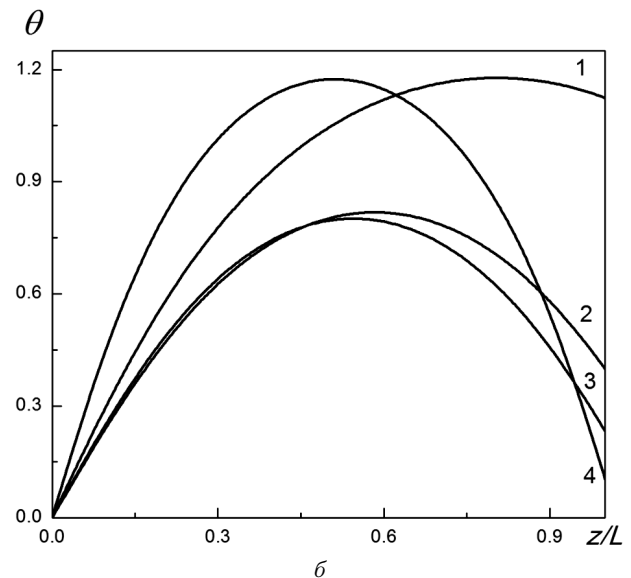
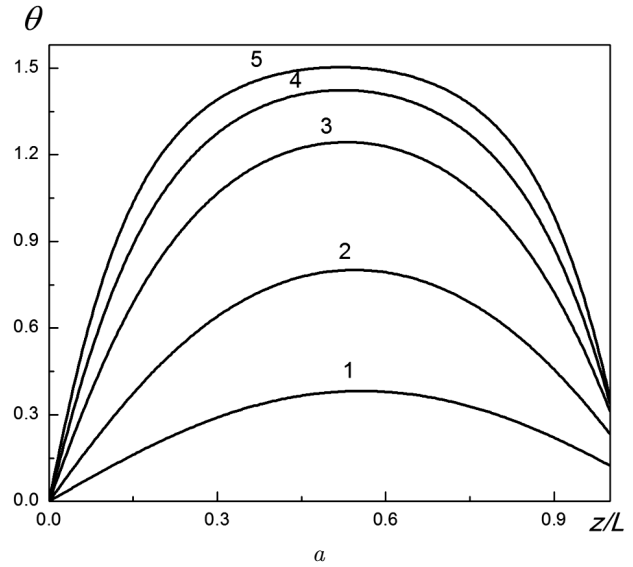


Рис. 5. Залежності кута  $\theta$  відхилення директора від координати  $z$  при  $\varepsilon = 10$ : а –  $\tilde{\alpha} = 1,77$ ,  $U/U_{th}^{\infty} = 0,8$  (1), 1 (2), 1,5 (3), 2 (4), 2,5 (5); б –  $U/U_{th}^{\infty} = 1$ ,  $\tilde{\alpha} = 0,1$  (1), 0,5 (2), 1 (3), 5 (4)

у бік підкладки з рухомою легкою віссю. Так, залежність кута  $\theta(z, t)$  директора стає практично лінійною по  $z$  протягом відносно невеликого часу ( $\sim 1$  с) у порівнянні з часом повної релаксації ( $\sim 1000$  с) системи у вихідний однорідний стан. Очевидно зумовлений відносно великим значенням коефіцієнта в'язкості легкої осі, час повної релаксації системи виявляється поряд-

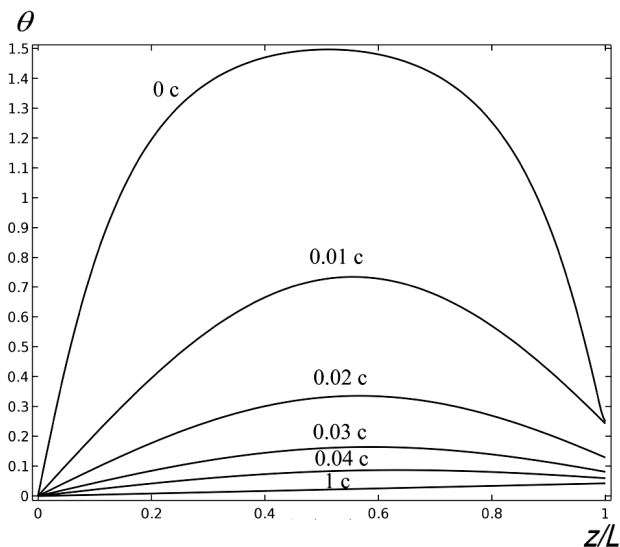


Рис. 6. Часова поведінка кута відхилення директора по товщині комірки протягом першої секунди після вимкнення напруги. Час повної релаксації системи становить порядку 1000 с:  $\epsilon = 10$ ,  $\tilde{\alpha} = 1,77$ ,  $\eta_1 = 1$  П,  $\eta_2 = 6$  П·см

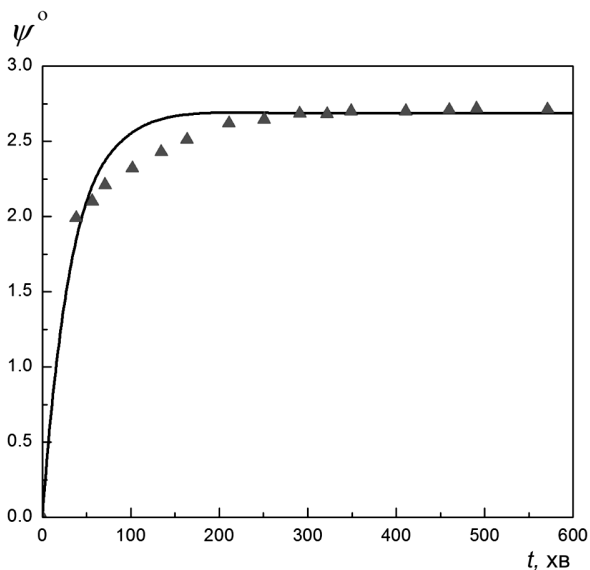


Рис. 7. Порівняння розрахункової (суцільна лінія) та експериментальної (точки) [6] часових залежностей кута відхилення рухомої легкої осі у випадку її квадратичної взаємодії з електричним полем

ку 1000 с і є близьким до його величини в роботі [11]. У цілому, під час релаксації системи швидше вертається у вихідний однорідний стан директора, повертаючи за собою легку вісь, так, що  $\theta_L \leq \psi$ .

#### 4. Квадратична взаємодія легкої осі з електричним полем

Нехай внесок у поверхневу вільну енергію комірки НРК від взаємодії осі легкокого орієнтування директора на полімерній підкладці  $z = L$  з електричним полем квадратичний по напруженості  $E$  цього поля ( $m = 2$  у виразі  $F_{SE}$  (1)).

Мінімізуючи вільну енергію (1) за кутами  $\theta$  і  $\psi$ , приходимо до рівняння

$$\begin{aligned} & (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \theta''_{zz} - (K_3 - K_1) \theta'^2_z \sin \theta \cos \theta + \\ & + \frac{D_z^2}{U} \left( \frac{U}{4\pi} + \frac{2\alpha D_z \cos^2 \psi}{(\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta_L)^2} \right) \times \\ & \times \frac{|\epsilon_a| \sin \theta \cos \theta}{(\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta)^2} = \eta_1 \theta'_t \end{aligned} \quad (23)$$

і межових умов

$$\theta|_{z=0} = 0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & (K_1 \sin^2 \theta_L + K_3 \cos^2 \theta_L) \theta'_z|_{z=L} + \frac{W}{2} \sin 2(\theta_L - \psi) + \\ & + 2\alpha D_z^2 \cos^2 \psi \frac{|\epsilon_a| \sin \theta_L \cos \theta_L}{(\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta_L)^3} = 0, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\frac{W}{2} \sin 2(\theta_L - \psi) - \alpha D_z^2 \frac{\sin \psi \cos \psi}{(\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta_L)^2} = \eta_2 \psi'_t, \quad (26)$$

Як і в розглянутому вище випадку, орієнтаційна нестійкість НРК в електричному полі є пороговою. З лінеаризованих рівняння (23) і межових умов (24)–(26) випливає, що величина порога переходу Фредерікса дається найменшим додатним коренем рівняння

$$u\sqrt{1 + 2\tilde{\alpha}} \operatorname{ctg}(u\sqrt{1 + 2\tilde{\alpha}}) + \tilde{\alpha}u^2 \left( 2 + \frac{\nu\epsilon}{\epsilon + \tilde{\alpha}\nu u^2} \right) = 0, \quad (27)$$

де  $\tilde{\alpha} = 4\pi\alpha/(\epsilon_{\parallel}L)$ .

Знайдена з рівняння (27), залежність порогової напруги  $U_{th}$  переходу Фредерікса від величини параметра взаємодії  $\alpha$  виявляється якісно аналогічною наведеній на рис. 1 у випадку лінійної взаємодії рухомої легкої осі з електричним полем. Зокрема, за відсутності взаємодії легкої осі з електричним полем ( $\alpha = 0$ ) порогова напруга дорівнює  $0,5U_{th}^{\infty}$ . Збільшення значень енергії зчеплення



приводить до зростання величини порога орієнтаційної нестійкості.

Вважаючи кути відхилення  $\theta$  директора і  $\psi$  легкої осі малими при невеликому перевищенні напругою  $U$  її порогового значення  $U_{th}$ , із розгляду лінеаризованої задачі отримуємо характерний час ввімкнення системи:

$$t_{on} = \frac{\eta_1 L^2}{K_3 \sigma_2 (1 + 2\tilde{\alpha})(u^2 - u_{th}^2)}, \quad (28)$$

де

$$\sigma_2 = 1 - 2[2\rho_2^2 + \nu + \gamma(2 + 1/\tilde{\alpha})]/s_2,$$

$$s_2 = (\rho_2^2 + 2\gamma)(2 + 1/\tilde{\alpha}) +$$

$$+ (\nu + 2\rho_2)(\tilde{\alpha}\nu u_{th}^2 + (1 + 2\tilde{\alpha}u_{th}^2)\rho_2),$$

$$\rho_2 = 1 + \tilde{\alpha}\nu u_{th}^2/\varepsilon.$$

Залежність часу ввімкнення  $t_{on}$  від параметрів комірки НРК виявляється якісно аналогічною випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем. Так, час  $t_{on}$  зростає зі збільшенням значень енергії зчеплення  $\varepsilon$ , коефіцієнтів  $\eta_1$  об'ємної в'язкості НРК і  $\eta_2$  в'язкості легкої осі та зі зменшенням величини параметра взаємодії  $\alpha$ . Зміна значень коефіцієнта  $\eta_1$  об'ємної в'язкості НРК у межах його допустимих значень слабо впливає на величину часу  $t_{on}$ .

На рис. 7 наведені для порівняння отримані експериментально [6] і знайдені з рівняння (23) значення кута  $\psi$  відхилення легкої осі в моменти часу після ввімкнення напруги в системі і до її виходу в стаціонарний стан. Розрахункова залежність  $\psi(t)$  отримана для таких безрозмірних значень енергії зчеплення  $\varepsilon = 10$ , параметра взаємодії  $\tilde{\alpha} = 0,19$ , коефіцієнтів об'ємної в'язкості НРК  $\eta_1 = 1$  П [18] і в'язкості легкої осі  $\eta_2 = 160$  П·см. Приведені величини параметрів комірки НРК вибиралися з міркувань найкращого збігання експериментальних і розрахункових значень  $\psi$ . Різниця між останніми не перевищує 7%.

У цілому, згідно з розрахунками, характер часової залежності кутів відхилення директора і рухомої легкої осі від значень параметрів комірки НРК та величини прикладеної напруги виявляється якісно аналогічним розглянутому вище випадку лінійної взаємодії легкої осі з електричним полем.

## 5. Висновки

Досліджено переорієнтацію директора із гомеотропного стану в планарний у комірці НРК з від'ємною діелектричною анізотропією під дією постійного електричного поля. На одній із полімерних підкладок комірки враховується проковзування осі легкого орієнтування директора в площині, перпендикулярній підкладці. Прокковзування легкої осі зумовлене її взаємодією з електричним полем. Внесок такої взаємодії в густину поверхневої вільної енергії НРК вважається лінійним або квадратичним по напруженості електричного поля відповідно до того, дипольні моменти еластичних частин молекул полімеру підкладки є власними чи наводяться електричним полем.

Незалежно від характеру взаємодії рухомої легкої осі з електричним полем орієнтаційна нестійкість НРК носить пороговий характер. Поріг орієнтаційної нестійкості знижується зі зменшенням енергії  $\varepsilon$  зчеплення НРК з підкладкою із рухомою легкою віссю. У випадку відсутності взаємодії легкої осі з електричним полем поріг переходу Фредерікса наближається до його значення за відсутності зчеплення НРК з підкладкою із рухомою легкою віссю ( $\varepsilon = 0$ ). Зі збільшенням від нуля значень параметра взаємодії  $\alpha$  легкої осі з електричним полем величина порога спочатку збільшується до деякого максимального значення, а потім зменшується до нуля у випадку необмежено великих значень  $\alpha$ . Найбільші значення порога відповідають величині параметра взаємодії  $\alpha$  порядку  $\varepsilon_{||} \sqrt{K_3/(4\pi|\epsilon_a|)}$ .

Часова поведінка директора і рухомої легкої осі визначається величинами прикладеної напруги  $U$ , параметра взаємодії  $\alpha$ , енергії зчеплення  $\varepsilon$ , коефіцієнтів об'ємної в'язкості НРК і в'язкості легкої осі та виявляється якісно подібною в обох випадках взаємодії останньої з електричним полем. Отримано аналітичні часові залежності кутів відхилення директора і легкої осі після ввімкнення/вимкнення електричного поля як розв'язки лінеаризованих варіаційних рівняння та межових умов.

В обох випадках взаємодії рухомої легкої осі з електричним полем з моменту прикладення напруги і до виходу системи в стаціонарний стан швидше відхилитиметься директор, повертаючи за собою

легку вісь. Найбільші деформації поля директора досягаються в об'ємі НРК і практично не змінюють свого положення по мірі наближення системи до стаціонарного стану. Як результат порівняння розрахункових та взятих із [6] експериментальних часових залежностей кута відхилення легкої осі до виходу системи в стаціонарний стан встановлені значення енергії зчеплення  $\varepsilon$ , коефіцієнта в'язкості рухомої легкої осі та параметра взаємодії  $\alpha$  останньої з електричним полем. Встановлено, що характерний час  $t_{\text{он}}$  ввімкнення системи зменшується зі збільшенням величини параметра взаємодії  $\alpha$  та зі зменшенням величини енергії зчеплення  $\varepsilon$ , коефіцієнта об'ємної в'язкості НРК і в'язкості легкої осі.

У стаціонарному стані найбільші деформації поля директора зосереджені в об'ємі НРК, незалежно від характеру взаємодії легкої осі з електричним полем. Збільшення величини енергії зчеплення  $\varepsilon$  і значення параметра взаємодії  $\alpha$  приводить до зростання деформацій поля директора.

Після вимкнення напруги в системі, що попередньо знаходилася в стаціонарному стані, незалежно від характеру взаємодії легкої осі з електричним полем, достатньо швидко в порівнянні з часом повної релаксації в системі встановлюється практично лінійна залежність кута відхилення директора від координати по товщині комірки. При цьому найбільше відхилення директора зміщується в бік поверхні з рухомою легкою віссю. В обох випадках взаємодії легкої осі з електричним полем характерний час  $t_{\text{оф}}$  релаксації системи виявляється однаковим і не залежним від величини параметра взаємодії  $\alpha$ . Зі збільшенням значень енергії зчеплення та зі зменшенням коефіцієнтів об'ємної в'язкості НРК і в'язкості легкої осі час  $t_{\text{оф}}$  зменшується.

*Автори висловлюють подяку І.П. Пінкевичу за корисні зауваження при обговоренні результатів роботи.*

1. Deng-Ke Yang, Shin-Tson Wu. Fundamentals of liquid crystal devices. (Wiley, 2015).
2. O. Yaroshchuk, Yu. Reznikov. Photoalignment of liquid crystals: basics and current trends. *J. Mater. Chem.* **22** (2), 286 (2012).

3. Yu. Kurioz, V. Reshetniak, Yu. Reznikov. Orientation of a liquid crystal on a soft photoaligning surface. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **375**, 535 (2002).
4. I. Janossy, T.I. Kosa. Gliding of liquid crystals on soft polymer surfaces. *Phys. Rev. E* **70**, 052701 (2004).
5. K. Antonova, K. Slyusarenko, O. Buluy, Ch. Blanc, S. Joly, Yu. Reznikov, M. Nobili. Aging in glassy polymer-liquid-crystal layers. *Phys. Rev. E* **83**, 050701(R) (2011).
6. Ji-H. Lee, T.-H. Yoon. Surface gliding of the easy axis of a polymer-stabilized nematic liquid crystal and its dependence on the constituent monomers. *Phys. Rev. E* **84**, 051701 (2011).
7. P. Vetter, Y. Ohmura, T. Uchida. Study of memory alignment of nematic liquid crystals on polyvinyl alcohol coatings. *Jpn. J. Appl. Phys.* **32**, L1239 (1993).
8. S. Faetti, M. Nobili, I. Raggi. Surface reorientation dynamics of nematic liquid crystals. *Eur. Phys. J. B* **11**, 445 (1999).
9. S. Joly, K. Antonova, Ph. Martinot-Lagarde, I. Dozov. Zenithal gliding of the easy axis of a nematic liquid crystal. *Phys. Rev. E* **70**, 050701(R) (2004).
10. S.V. Pasechnik, V.G. Chigrinov, D.V. Shmeliova *et al.* Slow relaxation processes in nematic liquid crystals at weak surface anchoring. *Liq. Cryst.* **33**, 175 (2006).
11. S.V. Pasechnik, A.V. Dubtsov, D.V. Shmeliova *et al.* Effect of combined action of electric field and light on gliding of the easy axis in nematic liquid crystals. *Liq. Cryst.* **35**, 569 (2008).
12. S.V. Pasechnik, A.V. Dubtsov, D.V. Shmeliova *et al.* Modeling reorientation dynamics of electrically assisted light-induced gliding of nematic liquid-crystal easy axis. *Adv. Condens. Matter Phys.* **2013**, 363157 (2013).
13. O. Buluy, Y. Reznikov, K. Slyusarenko *et al.* Formation and dynamics of easy orientation axis in magnetic field on PVCN-F surface. *Opto-Elect. Rev.* **14**, 293 (2006).
14. N.A. Davidenko, I.I. Davidenko, I.A. Savchenko *et al.* Electro-optical effect in films of azobenzene polycomplexes with cobalt. *J. Appl. Phys.* **103**(9), 094323 (2008).
15. D. Kasyanyuk, N. Davidenko, Y. Kurioz *et al.* Electro- and photosensitive azopolymer for alignment of liquid crystals. *Opt. Express* **23**, 26660 (2015).
16. Б.Я. Зельдович, Н.В. Табириян, Ю.С. Чилингарян. Переход Фредерика под действием световых полей. *ЖЭТФ* **81**, 72 (1981).
17. Б.Я. Зельдович, Н.В. Табириян. Теория светоиндуцированного перехода Фредерика (СПФ). *ЖЭТФ* **82**, 1126 (1982).
18. P.A. Breddels, J.C.H. Mulken. The determination of the Frank elastic constant for twist deformation of 4'-n-pentyl-4-cyanobiphenyl(5CB) using a conoscope. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **147**, 107 (1987).
19. L. Weng, P.-Ch. Liao, L.-Ch. Chien. Surface anchoring of vertical alignment liquid crystal displays enhanced by surface polymer stabilization. *SID 2014 Digest P-131* (2014).

Одержано 05.06.17

*A.I. Lesiuk, M.F. Ledney, O.S. Tarnavskyy*

ORIENTATIONAL INSTABILITY INDUCED  
BY THE ELECTRIC FIELD IN A CELL OF A NEMATIC  
LIQUID CRYSTAL WITH NEGATIVE  
DIELECTRIC ANISOTROPY

S u m m a r y

The orientational instability of the director induced by an external dc electric field in the homeotropic cell including a nematic liquid crystal with negative dielectric anisotropy has been studied. The easy axis gliding in the plane perpendicular to either of polymer cell substrates is taken into con-

sideration. It is explained by the reorientation of the elastic fragments of polymer molecules of the cell substrate owing to the interaction between the permanent or induced dipole moments of the substrate molecules and the electric field. In both cases, the orientational instability of the liquid crystal director is found to have a threshold character. The evolution of the nematic director and the easy axis is analyzed since the moment of electric field switching-on, during the system transition into a stationary state, and until the system relaxes into the initial homogeneous state after the electric field is switched-off. The calculated time dependences of the easy-axis deviation angle are compared with the literature experimental data.