

Л.А. БУЛАВІН, Ю.Ф. ЗАБАШТА, О.В. МОТОЛИГА

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

(Просп. Академіка Глушкова, 2, Київ 03022; e-mail: oleksandr.motolyha@gmail.com)

МІНІМІЗАЦІЯ ДОЗОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ В АЛГОРИТМАХ РЕНТГЕНІВСЬКОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ ТОМОГРАФІЇ

УДК 539

Розроблено алгоритм реконструкції рентгенівського зображення, для якого при заданій точності зображення дозове навантаження на об'єкт дослідження є мінімальним. В цьому алгоритмі поєднані підходи, характерні для методу оберненого проєціювання та методу регуляризації. Зображення формується в результаті накладання фільтрованих проєкцій, а параметри фільтрації визначаються із умови мінімуму різниці між нев'язкою та похибкою експерименту.

Ключові слова: комп'ютерна томографія, дозове навантаження, методи реконструкції, теорія некоректних задач.

1. Вступ

Комп'ютерна томографія, як відомо, використовує рентгенівське випромінювання для отримання тривимірних зображень внутрішньої структури організму. При виборі інтенсивності випромінювання стикаються з двома взаємно суперечливими тенденціями: з одного боку, намагання підвищити якість зображення вимагає більшої інтенсивності, з іншого боку, зважаючи на шкідливий вплив рентгенівського випромінювання інтенсивність необхідно зменшувати. Відповідно виникає задача: визначити мінімальний рівень дозового навантаження на організм, який би забезпечив задану точність зображення. Цей принцип також називається ALARA (As Low As Reasonably Achievable). В даній статті пропонується один із можливих шляхів розв'язку цієї задачі.

© Л.А. БУЛАВІН, Ю.Ф. ЗАБАШТА,
О.В. МОТОЛИГА, 2019

2. Фізична модель

процесу затухання рентгенівського випромінювання, використовувана в комп'ютерній томографії

Як відомо [1], для живого організму як фізичної системи характерна наявність різних структурних рівнів. Їх умовно поділяють на дві групи. Першу групу утворюють макроскопічні рівні. Серед них розрізняють: структурний рівень систем органів, рівень органів, рівень морфофункціональних одиниць органів, рівень тканин, систем клітин і неклітинних структур. До другої групи відносять мікроскопічні рівні: клітинний, субклітинний, молекулярний, атомний. При вивченні структури на будь-якому із згаданих макроскопічних рівнів використовується континуальна модель, згідно з якою організм розглядають як неоднорідний континуум. Саме на такій моделі організму ґрунтується комп'ютерна томографія. В цій моделі характеристикою структури є функція $\mu(\vec{x})$, де μ –

коефіцієнт затухання рентгенівського випромінювання, $\bar{x} = \{x, y, z\}$ – радіус вектор деякої точки континуума. Визначення функції $\mu(\bar{x})$ для даного організму і є кінцевою метою комп'ютерної томографії з фізичної точки зору.

Функцію $\mu(\bar{x})$ визначають з експерименту. Рентгенівським опроміненням сканують об'єкт під різними кутами в деякій площині, вимірюючи детектором інтенсивність випромінювання, що пройшло крізь об'єкт. Ці виміри повторюють для суцільних площин.

Як зв'язані між собою функція $\mu(\bar{x})$ та експериментально виміряні дані? Нехай однією із згаданих площин є $Z = 0$. Для неї поряд із лабораторною системою координат x, y вводять рухому систему координат x', y' , направляючи вісь y' вздовж пуски рентгенівського випромінювання. Позначаючи через ϕ кут між осями x та x' , констатують очевидну рівність:

$$x' = x \cos \phi + y \sin \phi. \quad (1)$$

Інтенсивність випромінювання, що пройшло крізь об'єкт, визначають відомою формулою

$$I_\phi(x') = I_\phi^0(x') \exp \left[- \int \mu(x, y) dy \right], \quad (2)$$

де I_ϕ^0 – інтенсивність випромінювання за відсутності об'єкта.

Вводять в розгляд величину

$$\lambda_\phi(x') = - \ln \left[\frac{I_\phi(x')}{I_\phi^0(x')} \right], \quad (3)$$

яку називають проекцією об'єкта.

Із врахуванням формул (1) та (2) для проекції об'єкта записують рівняння:

$$\lambda_\phi(x') = \int \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x, y) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - x') dx dy, \quad (4)$$

де $\delta(x \cos \phi + y \sin \phi - x')$ – дельта функція.

Маючи в своєму розпорядженні функцію $\lambda_\phi(x')$, отриману за результатами експерименту, ставлять за мету скориставшись рівнянням (4) вирахувати функцію $\mu(x, y)$. Іншими словами, кінцева мета комп'ютерної томографії – це розв'язок інтегрального рівняння (4).

Візуально функцію $\mu(x, y)$ представляють у вигляді плоскої діаграми. Осі x, y лежать в площині цієї діаграми, а різниця значень μ на різних ділянках згаданої площини передається інтенсивністю забарвлення цих ділянок. Таку діаграму називають томографічним перерізом деякого об'єкта. Відповідно процес розрахунку $\mu(x, y)$ називають реконструкцією перерізу об'єкта за його проєкціями.

3. Алгоритм реконструкції, що базується на оберненому проєціюванні

Це метод розв'язку рівняння (4), який покладений в основу алгоритмів реконструкції для переважної більшості сучасних томографів [2–4]. В ньому вихідним є двовимірне обернене фур'є перетворення функції $\mu(x, y)$ в полярних координатах:

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(r, \phi) \times \exp [2\pi r(x \cos \phi + y \sin \phi)] |r| dr d\phi. \quad (5)$$

Тут $\mu^*(r, \phi)$ – функція $\mu(x, y)$ в полярних координатах.

Співвідношення (5) записують у вигляді рівняння

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi \lambda_\phi^*(x') d\phi, \quad (6)$$

в якому x' визначається формулою (1), а функція $\lambda_\phi^*(x')$ виразом

$$\lambda_\phi^*(x') = \int_{-\infty}^{\infty} \mu^*(r, \phi) \exp [2\pi r(x')] |r| dr. \quad (7)$$

Вираз (7) переписують у вигляді формули

$$\lambda_\phi^*(x') = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda_\phi(x) p(x' - x) dx, \quad (8)$$

в якій прийнято позначення

$$p(x) = R^2 [2 \sin c(2Rx) - \sin^2 c(Rx)]. \quad (9)$$

Формула (8) означає, що проекцію $\lambda_\phi(x)$ піддають фільтрації. Відповідно функцію $\lambda_\phi^*(x)$ називають фільтрованою проекцією. Сталу R називають коефіцієнтом фільтрації.

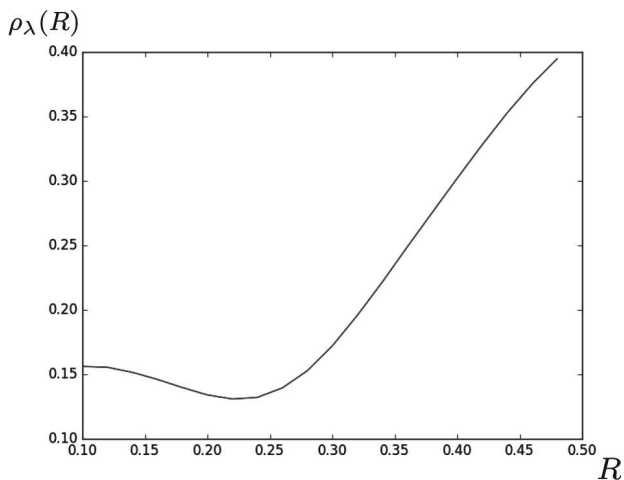


Рис. 1. Залежність $\rho_\lambda(R)$ для $\delta_\lambda = 0,03$

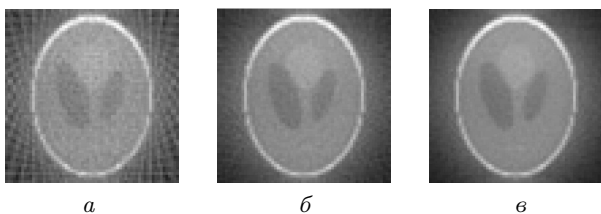


Рис. 2. Результати реконструкції фантома при $\delta_\lambda = 0,03$ для $N = 24$ (а), $N = 60$ (б), $N = 120$ (в)

Разом з тим, як бачимо в формулах (5)–(9) відсутні величини, які характеризують похибки, що неминуче виникають в процесі обчислень. Тому очевидно, що в рамках алгоритму, який ґрунтується на методі оберненого проєціювання, поставлену задачу про зв’язок дозового навантаження із точністю зображення розв’язати неможливо.

4. Алгоритм реконструкції, що ґрунтується на методі регуляризації Тихонова

Переписемо рівняння (4) в операторному вигляді

$$A\mu = \lambda. \tag{10}$$

Функції μ та λ розглядатимемо як елементи множин M та Λ , тобто

$$\mu \in M, \lambda \in \Lambda, \tag{11}$$

перетворюючи останні у метричні простори введенням відповідних відстаней $\rho(\lambda_1, \lambda_2)$ та $\rho(\mu_1, \mu_2)$.

Як уже згадувалось, реконструкція зображень зводиться до розв’язку інтегрального рівняння

(10) або, що теж саме, рівняння (4). Особливістю цього рівняння є те, що елемент λ задано із певною похибкою, яка не враховується. Таку задачу відносять до класу обернених задач математичної фізики [5].

Отримання наближеного розв’язку згаданих задач називають регуляризацією, а сам наближений розв’язок – регуляризованим. Існує ряд методів розв’язку некоректних задач. Найбільш поширеним із цих методів є метод регуляризації Тихонова.

Згідно з даним методом рівняння (10) замінюється рівнянням

$$A^*A\mu + \alpha\mu = A^*\lambda, \tag{12}$$

де A^* – оператор, спряжений з A , α – коефіцієнт регуляризації, який може бути визначений з рівняння:

$$\rho^2(A\tilde{\mu}, \lambda) = \delta_\Lambda^2, \tag{13}$$

де $\tilde{\mu}$ – наближений розв’язок рівняння.

Як бачимо, на відміну від метода оберненого проєціювання розв’язок рівняння (10) (або що те саме, рівняння (4)) вже залежить від похибки. Разом з тим залишається незрозумілим, як такий розв’язок поєднати із інтенсивністю випромінювання?

5. Алгоритм реконструкції, де враховується дозове навантаження

Порівняння обох, наведених вище методів, показує, що за своєю математичною строгістю метод регуляризації переважає метод оберненого проєціювання. Чому ж тоді на практиці перевагу віддають останньому? Справа в тому, що його реалізація вимагає значно меншого (на порядки) машинного часу. Намагаючись зберегти позитивні риси обох методів, спробуємо їх об’єднати. Як основу для такого об’єднання виберемо рівність (13). Вона втілює основну ідею теорії регуляризації, яка полягає в тому, що необхідно зробити похибку обчислень рівною похибці експерименту. З цією метою вводиться параметр регуляризації α і розв’язується вже не рівняння (10), а рівняння (12), що приводить до згладженого розв’язку $\tilde{\mu}$. В цьому розумінні термін “згладжування” та “регуляризація” можна розглядати як синоніми.

Одним із проявів недостатньої математичної послідовності методу оберненого проєціювання є та

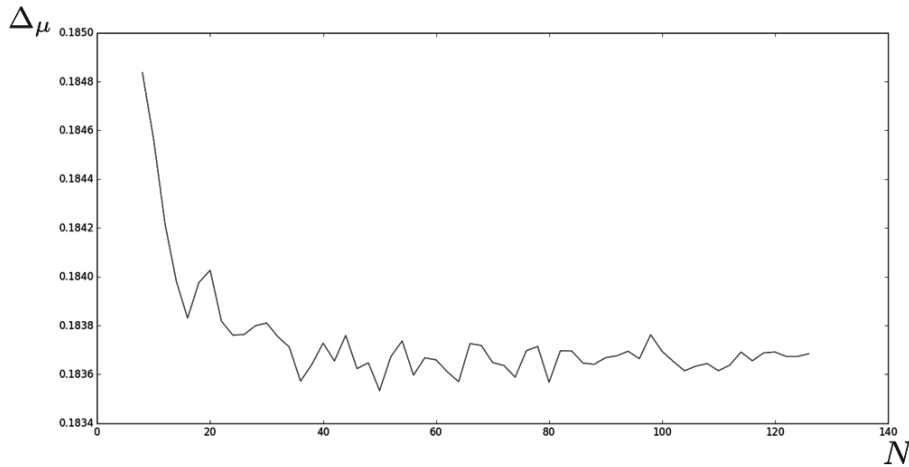


Рис. 3. Залежність $\Delta\mu$ від N при $\delta\lambda = 0,03$

обставина, що в ньому ніяк не обґрунтовується вибір коефіцієнта фільтрації R .

Фільтрація, що виконується за допомогою рівняння (8), є ні чим іншим, як згладжуванням проєкції $\lambda_\phi(x)$. Тож коефіцієнт R відіграє фактично ту саму роль, що й параметр регуляризації α . В процесі обчислень з'являється ще один чинник, який сприяє згладжуванню. Дійсно, при знаходженні λ_ϕ^* згідно з виразом (8) інтегрування замінюється сумою дискретних значень із деяким кроком Δx . Саме по інтервалу Δx і згладжується функція $\lambda_\phi(x)$ при чисельному інтегруванні. Тому необхідно узгодити обидва параметри R і Δx , що викликають згладжування. За своїм змістом величина $\frac{1}{R}$ також є тим інтервалом, по якому відбувається згладжування. Тож згадане узгодження зводиться просто до рівності

$$R = \frac{1}{\Delta x}. \quad (14)$$

Ідея згладжування, яка, як ми бачимо властива обом вищезгаданим методам, підказує нам, яким чином ввести в розгляд дозове навантаження.

При обчисленнях інтеграл (6) замінюється на суму

$$\mu(x, y) = \sum_{i=1}^N \lambda_{\phi_i}^* \Delta\phi, \quad (15)$$

де $\Delta\phi = \frac{\pi}{N}$. Підсумовування (15) є ще одним згладжуванням. Його можна охарактеризувати параметром N , який відіграє роль ще одного параметра регуляризації.

Отже, ми приходимо до схеми розрахунку, яка характеризується вже двома параметрами регуляризації R та N . Відповідно будемо вважати, що функція μ залежить від цих параметрів і запишемо

$$\mu = \mu(x, y; R, N). \quad (16)$$

Як це видно із формули (15) при знаходженні функції $\mu(x, y)$, використовується N проєкцій. Очевидно, що чим більше N , тим більше дозове навантаження. Тому параметр N можна розглядати як міру дозового навантаження.

Функцію $\mu(x, y; R, N)$ визначатимемо в такий спосіб. Вибираючи довільні значення R та N , обчислюємо цю функцію, як того вимагає метод оберненого проєціювання, за формулами (6), (8) та (9) для різних значень R та N . За наближений розв'язок виберемо ту функцію $\tilde{\mu}(x, y; R, N)$, для якої мінімізується вираз

$$Q = \rho^2 (A\tilde{\mu}, \lambda) - \delta_\lambda^2. \quad (17)$$

Таким чином, запропонований метод реконструкції поєднує в собі ідеї як методу оберненого проєціювання, так і методу регуляризації.

6. Чисельний експеримент

Програма експерименту складається з послідовності таких етапів.

Вибираємо математичний фантом з відомим розподілом інтенсивності $\mu_0(x, y)$.

Користуючись виразами (2) та (3), розраховуємо значення $\lambda_\phi(x)$ цього фантома для заданого числа проєкцій N . Позначимо його як $\lambda_{0\phi}(x)$.

Додаємо до точної функції $\lambda_{0\phi}(x)$ певну похибку δ_λ . Користуючись формулами (6), (8) та (9), знаходимо мінімум нев'язки (17) як функцію від R .

Знаходимо похибку реконструйованого таким чином зображення $\mu(x, y)$ як $\Delta_\mu = \rho(\mu_0, \mu)$.

Повторюємо кроки 2–5 для різних значень параметра N . Будуємо залежність Δ_μ від N . З отриманої залежності вибираємо оптимальне значення N .

З метою перевірки запропонованого підходу був проведений експеримент, в якому було використано фантом Шеп-Логана, що традиційно використовується при перевірці ефективності методів реконструкції [6]. Фантом наближено моделює переріз голови людини.

При розрахунку відстані ρ між функціями, вважалось, що останні є елементами гільбертового метричного простору.

Процедура знаходження параметра R проілюстрована на рис. 1, де представлена залежність $\rho_\lambda(R)$ для $\delta_\lambda = 0,03$. Згідно з цим графіком параметр R у даному випадку дорівнює 0,23. На рис. 2 проілюстровано відповідні результати реконструкції при $N = 24, 60, 120$. На рис. 3 показано отриману залежність Δ_μ від N . З графіка видно, що після певної кількості проєкцій (в даному випадку 60) якість реконструйованого зображення суттєво не збільшується. Можна зробити висновок про те, що $N = 60$ є оптимальною кількістю проєкцій при даній експериментальній похибці δ_λ .

Конкретне значення дозового навантаження на пацієнта є функцією багатьох параметрів, таких як: струм та напруга на рентгенівській трубці, час опромінення для одного знімку, кількість знімків [7]. В даному дослідженні показано спосіб розрахунку оптимальної кількості знімків, необхідних для отримання томограми необхідної якості.

7. Висновки

Актуальність проблеми дозового навантаження в процесі лікування та діагностики ніколи не викликала сумнівів, можна говорити про два підходи при розрахунку дозового навантаження. Перший має на меті визначити верхню припустиму ме-

жу дозового навантаження. Ця межа визначається біологічними особливостями досліджуваного об'єкта. При застосуванні другого підходу необхідно визначити нижню межу навантаження. Цей підхід характерний для методів діагностики, коли при недостатній інтенсивності випромінювання втрачається точність діагностування. Очевидно, що значення нижньої межі залежить від необхідної точності і, на відміну від верхньої межі, це значення визначається вже не біологією об'єкта, а фізико-математичним апаратом, що лежить в основі даного діагностичного методу. Таку залежність отримано в даній статті для комп'ютерної томографії. Автори сподіваються, що використання такого підходу до вибору кількості проєкцій дозволить суттєво знизити дозове навантаження на пацієнта зі збереженням діагностичної цінності отриманих томографічних зображень.

1. Ю.И. Афанасьев, Н.А. Юрина та Е.Ф. Котовский. *Гистология, цитология и эмбриология* (Медицина, 2002).
2. Т.М. Buzug. *Computed Tomography* (Springer, 2008).
3. D. Stanley. *The Radon Transform and Some of Its Applications* (Wiley, 1983).
4. G.T. Herman. *Fundamentals of Computerized Tomography: Image Reconstruction from Projection, 2nd edition* (Springer, 2009).
5. A.N. Tikhonov, V.Ya. Arsenin, *Solutions of Ill-Posed Problems* (Wiley, 1977).
6. L. Shepp, B. Logan. The Fourier reconstruction of a head section. *IEEE Trans Nuclear Science* **21**, N 3, 21 (1974).
7. P. Suetens. *Fundamentals of Medical Imaging* (Cambridge University Press, 2011).

Одержано 23.06.17

L.A. Bulavin, Yu.F. Zabashta, O.V. Motolyha

MINIMIZATION OF DOSE LOAD IN ALGORITHMS OF X-RAY COMPUTED TOMOGRAPHY

Резюме

An algorithm has been developed for the reconstruction of an X-ray image obtained at the minimum dose load on the researched object and provided a given image accuracy. This algorithm combines approaches typical of the inverse projection and regularization methods. The image is formed by overlaying filtered projections, and the filtering parameters are determined from the minimum condition for the difference between the discrepancy and the experimental error.