УДК 004.02

Н.С. Никитченко, В.Г. Тимофеев

О применении композиционно-номинативных логик в инсерционном моделировании

Рассмотрена возможность применения композиционно-номинативных логик как инструмента проведения формально-логических рассуждений в рамках технологии инсерционного моделирования. Обоснована теоретическая база такого применения – сформулирована задача проверки выполнимости формул в многосортных композиционно-номинативных логиках первого порядка. Предложен редукционный подход к ее решению.

The possibility is considered of using the composition-nominative logics as an instrument for formal reasoning in the insertion modeling technology. Theoretical foundations are established for such an application: we formulate the satisfiability problem for the first-order many-sorted composition-nominative logics and suggest a reductional approach for solving this problem.

Розглянуто можливість застосування композиційно-номінативних логік як інструменту проведення формально-логічних суджень в рамках технології інсерційного моделювання. Обгрунтовано теоретичну базу такого застосування – сформульовано задачу перевірки виконуваності формул у багатосортних композиційно-номінативних логіках предикатів першого порядку та подано редукційний підхід до її розв’язання.

Введение. Инсерционное моделирование [1–3] – это технология проектирования систем, основанная на теории взаимодействий агентов и сред, успешно примененная к задачам верификации спецификаций для распределенных систем реального времени в различных предметных областях [4, 5]. Одно из главных применений этой технологии – система *VRS* (*Verification of Requirement Specifications*) [2, 5]. Программный комплекс *VRS* предоставляет возможности проверки требований к программным и аппаратным системам путем автоматического доказательства теорем, использования техник символьной и дедуктивной проверки моделей, а также генерации трасс для тестирования с различными критериями покрытия.

Идеология инсерционного моделирования, представленная в *VRS*, предполагает, что исходные данные для анализа системы предложены в виде спецификации на языке базовых протоколов [6]. Каждая такая спецификация состоит из двух частей: из *описания* среды и *множества* базовых протоколов. Описание среды доопределяет сигнатуру языка спецификации и возможные ограничения интерпретации этой сигнатуры. Множество базовых протоколов определяет требования к поведению системы. В процессе верификации система *VRS* использует специализированный решатель как средство для проверки выполнимости формулы–свойства, сформулированной в специальном логическом языке. В частности, это требуется на этапе проверки условия применимости базового протокола в состоянии. На низком уровне это реализуется путем проверки выполнимости формул в логическом языке, который представляет собой фрагмент языка классической многосортной логики первого порядка. Этот язык включает в себя комбинацию теории линейной арифметики над целыми и рациональными числами [7] и теории неинтерпретированных функциональных символов с равенством [8]. В ограниченном виде в формулах допускается квантификация и перемены кванторов.

Использование классической логики как инструмента для рассуждений накладывает ограничения на исходный язык спецификации, его выразительную мощность. Это отражается на процессе моделирования и на адекватности построенных моделей. Так, в рамках классической логики функциональные символы всегда имеют фиксированное число аргументов и интерпретируются как всюду определенные (тотальные) функции, что, конечно, не всегда соответствует особенностям формализуемых систем. Преодолеть эти ограничения можно, переходя к другим, более выразительным логикам.

К таким логикам, в частности, относятся логики, разработанные в рамках композиционно-номинативного подхода и называемые *композиционно-номинативными логиками* (КНЛ) [9]. Последние основываются на алгебрах частичных предикатов и строятся в семантико-синтаксическом стиле. Они могут рассматриваться как обобщения традиционных логик на классы частичных функций и предикатов, не имеющих фиксированной арности (квазиарные функции и предикаты).

Основные инструменты системы *VRS* разделены на две группы: *статические* и *динамические*. Статические инструменты предусматривают проверку непротиворечивости и полноты спецификаций. Эти инструменты используют специальную процедуру–решатель (*solver*), обеспечивающую проверку выполнимости формул в логическом языке.

Задача проверки выполнимости – одна из главных задач, которую приходится решать в процессе верификации. Эта задача неразрешима в общем случае для многих логических теорий, представляющих практический интерес. Например, задача выполнимости для комбинации теории линейной целочисленной арифметики и теории неинтерпретированных функциональных символов с равенством разрешима для подмножества бескванторных формул, но неразрешима для формул произвольного вида. Поэтому при разработке языка спецификации всегда приходится искать компромисс между его выразительными возможностями и сложностью соответствующих решателей. Таким образом, одним из первых вопросов, требующих рассмотрения при переходе к другим логикам, будет задача проверки выполнимости формул в этих логиках и методы ее решения.

Цель настоящей статьи – показать, что проблема выполнимости в многосортных композиционно-номинативных логиках первого порядка может быть сведена к проблеме выполнимости в классических логиках. Предлагаемые редукционные методы решения задачи выполнимости для КНЛ позволяют решать ее, пользуясь арсеналом средств, разработанных для решения аналогичной задачи в классических логиках. Это облегчает использование КНЛ для проведения логических рассуждений при спецификации и верификации систем, и обосновывает возможность применения КНЛ для задач инсерционного моделирования при расширении языка спецификации в направлении поддержки частичных квазиарных функций.

В статье дано определение многосортных композиционно-номинативных логик (МКНЛ) квазиарных функций и предикатов первого порядка, сформулирована проблема выполнимости для этих логик и показан редукционный способ решения задачи проверки выполнимости формул. Понятия и обозначения, не определяемые в данной статье, трактуются согласно [10].

Многосортная алгебра квазиарных функций и предикатов

Семантической базой многосортных КНЛ первого порядка выступают специальные алгебры функций и предикатов.

Пусть S – *множество сортов*, V – *множество имен*, ξ_v – тотальная функция $\xi_V : V \xrightarrow{t} S$. Имена из V по традиции также называются *переменными*. Функция ξ_v сопоставляет каждой переменной $v \in V$ некоторый сорт $s \in S$, $s = \xi_N(v)$. В таком случае будем говорить, что v – переменная (имя) сорта s.

Пусть A – *класс множеств значений*, I_S – тотальная функция интерпретации сортов $I_S : S \xrightarrow{t} A$. Функция I_S сопоставляет каждому сорту некоторое множество допустимых значений для этого сорта (носитель, тип, домен). Для $v \in V$ обозначим $Dom(v) = I_S(\xi_v(v))$.

Обозначим Δ класс номинативных (именных) множеств $\Delta = \Delta(V, S, \xi_v, A, I_S)$, состоящий из всех (в том числе частичных) однозначных отображений множества V в элементы множеств $A_i \in A$ таких, что для любых $d \in \Delta$, $v \in V$ из $d(v) = a$ следует, что $a \in A_j$, $A_j = I_S(\xi_v(v))$.

Пусть $Bool = \{F, T\}$ – множество истинностных (булевых) значений. Обозначим $Pr = Pr(V, S, \xi_v, A, I_S)$ множество всех (частичных) отображений, имеющих тип $\Delta \xrightarrow{p} Bool$. Обозначим $Fn_{A_i} = Fn(V, S, \xi_V, A, I_S, A_i)$ множество всех (частичных) отображений типа $\Delta \xrightarrow{p} A_i$, $a_i \in A$.

Пусть $Fn = \bigcup_{A_i \in A} Fn_{A_i}$. Область значений функции $f \in Fn$ обозначим $Cod(f)$. Множества Fn и Pr называются множествами *многосортных квазиарных функций* и *предикатов* соответственно. Для номинативного множества $d \in \Delta$ и предиката $p \in Pr$ пишем $p(d)\downarrow = b$, если значение предиката p на d определено и равняется $b \in Bool$; запись $p(d)\uparrow$ означает, что значение предиката p на множестве d не определено. Аналогичное обозначение вводится для функций. Для двух номинативных множеств d_1 и d_2 определим множество $d = d_1 \nabla d_2$, состоящее из всех именованных пар из d_2 и тех пар из d_1, имена которых не имеют значений в d_2. Запись $d\nabla x \mapsto a$ обозначает $d\nabla[x \mapsto a]$.

Рассмотрим базовые композиции квазиарных функций и предикатов ($p, q \in Pr, d \in \Delta$).

Пропозициональные композиции задаются следующим образом:

$$(p \vee q)(d) = \begin{cases} T, & \text{если } p(d) \downarrow = T \text{ или } q(d) \downarrow = T, \\ F, & \text{если } p(d) \downarrow = F \text{ и } q(d) \downarrow = F, \\ \text{не определено в остальных случаях.} \end{cases}$$

$$(\neg p)(d) = \begin{cases} T, \text{ если } p(d) \downarrow = F, \\ F, \text{ если } p(d) \downarrow = T, \\ \text{не определено, если } \quad p(d) \uparrow . \end{cases}$$

Композиции $S_F^{v_1,\dots,v_n}$ (сокращенно: $S_F^{\bar{v}}$) и $S_P^{v_1,\dots,v_n}$ (сокращенно: $S_P^{\bar{v}}$) называются *композициями суперпозиции в квазиарную функцию* и *предикат* соответственно. Эти композиции задаются следующим образом. Для $f \in Fn$, $p \in Pr$, $v_i \in V$, $g_i \in Fn$ таких, что $Dom(v_i) = Cod(g_i)$, $i = 1,\dots,n$, $S_F^{v_1,\dots,v_n}(f, g_1,\dots, g_n)(d) = f(d\nabla[v_1 \mapsto g_1(d), \dots, v_n \mapsto g_n(d)])$, $S_P^{v_1,\dots,v_n}(p, g_1,\dots, g_n)(d) = p(d\nabla[v_1 \mapsto g_1(d),\dots,v_n \mapsto g_n(d)])$. Интуитивный смысл этих формул заключается в изменении для номинативного множества d значений имен $v_1,\dots, v_n$ на $g_1(d),\dots, g_n(d)$ соответственно.

Нульарная *композиция* (*функция*) *деноминации* с параметром $x \in V$ определяется формулой: $'x\,(d) = d(x)$.

Унарная *композиция экзистенциальной квантификации* $\exists x$ с параметром $x \in V$ определяется так:

$$(\exists x\ p)(d) = \begin{cases} T, p(d\nabla x \mapsto b) \downarrow = T \text{ для некоторого } b \in Dom(x), \\ F, p(d\nabla x \mapsto a) \downarrow = F \quad \text{для всех } a \in Dom(x), \\ \text{не определено в остальных случаях.} \end{cases}$$

Бинарная *композиция равенства* $=$ задается следующим образом:

$$(f = g)\,(d) = \begin{cases} T, \text{ если } f(d)\downarrow,\ g(d)\downarrow \text{ и } f(d) = g(d), \\ T, \text{ если } f(d)\uparrow \text{ и } g(d)\uparrow, \\ F \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Производные композиции (конъюнкция &, композиция универсальной квантификации $\forall x$) определяются традиционным способом.

Обозначим $\sum_A = (V, S, \xi_V, A, I_S)$. Алгебра $AMS(\Sigma_A) = <Pr, Fn; \vee, \neg, S_F^{\bar{v}}, S_P^{\bar{v}}, 'x, \exists x, = >$ служит семантической базой логики, рассматриваемой в настоящей статье. Кортеж $\sum_A = (V, S, \xi_v, A, I_S)$ – *сигнатура* этой алгебры. Повторим, что композиции $S_F^{\bar{v}}$, $S_P^{\bar{v}}$, $'x$, $\exists x$ – параметризированные, поэтому эти обозначения здесь – сокращение для всего набора композиций, которые отличаются параметрами (именами из V).

Многосортная композиционно-номинативная логика квазиарных функций и предикатов первого порядка

Язык логики будем строить индуктивно, используя понятия термов и формул. Термы и формулы языка строятся на основе простейших (атомарных) термов и формул с помощью символов композиций. Для простоты обозначений отождествляем символы композиций в языке логики и соответствующие им операции в алгебре *AMS*.

Пусть Ps – множество *предикатных символов*, Fs – множество *функциональных символов*, ξ_F – всюду определенная функция, $\xi_F: Fs \xrightarrow{t} S$, сопоставляющая каждому функциональному символу его сорт (сорт значений).

Кортеж $\Sigma = (V, S, Fs, Ps, \xi_V, \xi_F, \{\vee, \neg, S_P^{\bar{v}}, S_F^{\bar{v}}, 'x, \exists x, =\})$ определяет сигнатуру логики. Для задания языка логики $L(\Sigma)$ определяем класс термов $Tr(\Sigma)$ и класс формул $Fr(\Sigma)$ этого языка. С каждым термом $t \in Tr(\Sigma)$ ассоциируется его сорт $\xi_T(t)$.

Множество $Tr(\Sigma)$ задается так:

- если $F \in Fs$, то $F \in Tr(\Sigma)$, $\xi_T(F) = \xi_F(F)$;
- если $x \in V$, то $'x \in Tr(\Sigma)$, $\xi_T('x) = \xi_V(x)$;
- если $\bar{v} = (v_1,...,v_n)$ – список попарно различных переменных, $t,\ t_1,\ldots,t_n \in Tr(\Sigma)$, $\xi_T(t_i) = \xi_V(v_i)$, $i = 1,\ldots,n$, то $S_F^{\bar{v}}(t, t_1,...t_n)\ Tr(\Sigma), \xi_T(S_F^{\bar{v}}(t, t_1,...,t_n)) = \xi_T(t_i)$.

Множество $Fr(\Sigma)$ задается следующим образом:

- если $P \in Ps$, то $P \in Fr(\Sigma)$;
- если Φ, $\Psi \in Fr(\Sigma)$, то $(\Phi \vee \Psi) \in Fr(\Sigma)$ и $\neg\Phi \in Fr(\Sigma)$;
- если $\Phi \in Fr(\Sigma)$, $\bar{v} = (v_1,...,v_n)$ – список попарно различных переменных, $t_1,\ldots,t_n \in Tr(\Sigma)$, $\xi_T(t_i) = \xi_V(v_i)$, $i = 1,...,n$, то $S_P^{\bar{v}}(\Phi, t_1,...,t_n) \in Fr(\Sigma)$;
- если $x \in V$, $\Phi \in Fr(\Sigma)$, то $\exists x\Phi \in Fr(\Sigma)$;
- если $t_1, t_2 \in Tr(\Sigma)$, $\xi_T(t_1) = \xi_T(t_2)$, то $t_1 = t_2 \in Fr(\Sigma)$.

Множество формул $Fr(\Sigma)$ (МКНЛ-формул) определяет язык логики $L(\Sigma)$.

Наконец, определим понятие интерпретации логики $L(\Sigma)$. Пусть I_S – отношение интерпретации сортов, определенное ранее. Поскольку композиционные символы интерпретированы, необходимо задать интерпретацию функциональных и предикатных символов. Это делается с помощью отображений $I_F : Fs \xrightarrow{t} Fn$ и $I_P : Ps \xrightarrow{t} Pr$ соответственно. При этом допустимые интерпретации I_F удовлетворяют ограничению: для каждого $F \in Fs$ $Cod(I_F(F) = I_S(\xi_F(F))$. Определив интерпретацию функциональных и предикатных символов, интерпретация термов и формул определяется индуктивно, согласно определениям композиций в алгебре *AMS*. Тройка $(AMS(\Sigma_A), I_F, I_P)$ называется *моделью* логики $L(\Sigma)$. Модель определяется тройкой $J = (\Sigma_A, I_F, I_P)$, называемой *интерпретацией.* Для формулы $\Phi \in Fr(\Sigma)$ и интерпретации J значение формулы Φ на интерпретации J обозначается Φ_J.

Поскольку в КНЛ не имеет места дистрибутивность композиции квантора существования относительно композиций суперпозиции, для проведения эквивалентных преобразований формул необходимо иметь бесконечное множество имен каждого сорта. Будем считать, что такое множество U содержится в множестве V $(U \subseteq V)$. Неформально говоря, это ограничивает класс рассматриваемых интерпретаций. Но такое ограничение естественно и несущественно при рассмотрении проблемы выполнимости [11].

Проблема выполнимости в МКНЛ и ее редукция

Формула Φ называется *выполнимой на интерпретации* J, если существует $d \in \Delta$ такое, что $\Phi_J(d){\downarrow} = T$. Это будем обозначать $J \mid\approx \Phi$. Формула Φ называется *выполнимой*, если существует интерпретация J, на которой Φ выполнима. Это будем обозначать $\mid\approx \Phi$. Формулы Φ и Ψ *эквивыполнимы*, если они одновременно выполнимы или одновременно невыполнимы.

Задача проверки выполнимости состоит в проверке факта $\mid\approx \Phi$ для произвольной формулы $\Phi \in Fr(\Sigma)$. В рамках данной статьи предлагается решать эту задачу редукционными методами: по данной МКНЛ-формуле Φ строить эквивыполнимую ей формулу Φ_{CL} классической логики с тем, чтобы применять существующие методы решения задачи проверки выполнимости, разработанные для классических логик.

Для этого формула Φ предварительно приводится к нормальной форме $usnf[\Phi]$, унифицированной по операции суперпозиции.

Будем говорить, что формула Φ находится в *унифицированной по суперпозиции нормальной форме*, если выполняются следующие условия:

- для любой подформулы вида $S_P^{\bar{v}}(\Psi, \bar{t}\,)$ имеем $\Psi \in Ps$;
- для любой подформулы вида $S_F^{\bar{v}}(r, \bar{t}\,)$ имеем, что $r \in Fs$;
- все вхождения операции суперпозиции параметризированы одним списком переменных $\overline{w}$;
- для каждого вхождения квантора $\exists y$ в формулу Φ имеем, что y содержится в $\overline{w}$ (см. предыдущий пункт).

Рассмотрим набор правил $T1$–$T12$ преобразований формул вида $\Phi_l \mapsto \Phi_r$, Φ_l, $\Phi_r \in Fr(\Sigma)$. Эти правила – эквивалентные преобразования формул в КНЛ [10].

$T1)$ $S_P^{\bar v}(\Phi \vee \Psi, \bar t\,) \mapsto S_P^{\bar v}(\Phi, \bar t\,) \vee S_P^{\bar v}(\Psi, \bar t\,)$.

$T2)$ $S_P^{\bar v}(\neg\Phi, \bar t\,) \mapsto \neg S_P^{\bar v}(\Phi, \bar t\,)$.

$T3)$ $S_P^{\bar v}(\exists x\Phi,\ \bar t\,) \mapsto \exists u\ \ S_P^{\bar v}(\,S_P^{x}(\Phi,{}'u),\ \bar t\,)$, u – несущественная переменная, не встречающаяся в $S_P^{\bar v}(\exists x\Phi,\ \bar t\,)$, $u \in U$, $\xi_V(u) = \xi_V(x)$.

$T4)$ $S_P^{\bar u,\bar x}(S_P^{\bar x,\bar v}(\Phi,\ \bar r, \bar s\,),\ \bar t, \bar w\,) \mapsto\ S_P^{\bar u,\bar x,\bar v}(\Phi,\ \bar t\,,$ $S_F^{\bar u,\bar x}(r_1, \bar t\,, \bar w\,), \ldots S_F^{\bar u,\bar x}(r_k, \bar t\,, \bar w\,),\ S_F^{\bar u,\bar x}(s_1, \bar t\,, \bar w\,), \ldots$ $\ldots,\ S_F^{\bar u,\bar x}(s_m, \bar t\,, \bar w\,))$, здесь и в $T5$ $\bar u = u_1, \ldots, u_n$; $\bar t = t_1, \ldots, t_n$; $\bar x = x_1, \ldots, x_k$; $\bar r = r_1, \ldots,\ r_k$; $\bar w = w_1, \ldots$ $\ldots, w_k$; $\bar v = v_1, \ldots, v_m$; $\bar s = s_1, \ldots, s_m$, $u_i \neq v_j$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$.

$T5)$ $S_F^{\bar u,\bar x}(\,S_F^{\bar x,\bar v}(t, \bar r, \bar s\,),\ \bar t, \bar w\,) \mapsto S_F^{\bar u,\bar x,\bar v}(t, \bar t\,,$ $S_F^{\bar u,\bar x}(r_1, \bar t\,, \bar w\,), \ldots, S_F^{\bar u,\bar x}(r_k, \bar t\,, \bar w\,),\ S_F^{\bar u,\bar x}(s_1, \bar t\,,$ $\bar w\,), \ldots,\ S_F^{\bar u,\bar x}(s_m, \bar t\,, \bar w\,))$.

$T6)$ $S_P^{\bar v}(r = s,\ \bar t\,) \mapsto S_F^{\bar v}(r,\ \bar t\,) = S_F^{\bar v}(s,\ \bar t\,)$.

$T7)$ $S_P^{\bar v}(\Phi, \bar t\,)\ \mapsto S_P^{x,\bar v}(\Phi, {}'x, \bar t\,)$, x не встречается в $\bar v$. В частности, $\Phi \mapsto S_P^{x}(\Phi,\ {}'x)$.

$T8)$ $S_F^{\bar v}(t,\ \bar t\,) \mapsto S_F^{x,\bar v}(t,\ {}'x,\ \bar t\,)$, x не встречается в $\bar v$. В частности, $t \mapsto S_F^{x}(t,\ {}'x)$.

$T9)$ $S_P^{\bar u,x,\bar v}(\Phi, \bar q, r, \bar s\,) \mapsto S_P^{x,\bar u,\bar v}(\Phi, r, \bar q, \bar s\,)$.

$T10)$ $S_F^{\bar u,x,\bar v}(t, \bar q, r, \bar s\,) \mapsto S_F^{x,\bar u,\bar v}(t, r, \bar q, \bar s\,)$.

$T11)$ $S_F^{x,\bar v}({}'x, t, \bar r) \mapsto t$.

$T12)$ $S_F^{\bar v}({}'x, \bar r) \mapsto {}'x$, x не встречается в $\bar v$.

Правила $T3$ и $T7$ позволяют без ограничения общности считать, что в формуле все квантифицируемые переменные (параметры операции квантификации) различны.

Для произвольной формулы $\Phi \in Fr(V, Fs, Ps)$ можно (не однозначным образом) построить ее унифицированную нормальную форму *usnf*[Φ] путем применения правил $T1$–$T12$. При этом полученная формула будет эквивыполнима исходной.

С целью сведения проблемы выполнимости для многосортных композиционно-номинативных логик к аналогичной проблеме многосортных логик первого порядка рассмотрим синтаксическое преобразование *clf*. Это преобразование переводит МКНЛ-формулы в унифицированной нормальной форме к формулам классической логики и задается индуктивно:

1. $clf[{}'x] \mapsto x$.
2. $clf[S_F^{w_1,\ldots,w_n}(F, t_1, \ldots, t_n)] \mapsto F(clf[t_1], \ldots$ $\ldots,\ clf[t_n])\ \ F \in Fs$.
3. $clf[(\Phi_1 \vee \Phi_2)] \mapsto (\,clf[\Phi_1] \vee clf[\Phi_2])$.
4. $clf[\neg\Phi] \mapsto \neg clf[\Phi]$.
5. $clf[t_1 = t_2] \mapsto clf(t_1) = clf(t_2)$.
6. $clf[S_P^{w_1,\ldots,w_n}(P, t_1, \ldots, t_n)] \mapsto P(clf(t_1), \ldots, clf(t_n))$, $n \geq 0$.
7. $clf[\exists x\Phi] \mapsto \exists x(x \neq e_j\ \&\ clf[\Phi])$, $\xi_V(e_j) = \xi_V(x)$.

.Здесь каждому сорту $s \in S$ соответствует одна заданная наперед переменная e_s, не встречающаяся в исходной формуле. Разные применения правила 7 для кванторов по переменным одного сорта вводят одну и ту же переменную e_j.

Описанная редукция переводит формулу в язык классической логики, но сохраняет при этом свойство выполнимости формулы.

Теорема. Пусть $\Phi \in Fr(\Sigma)$. Тогда Φ выполнима в МКНЛ тогда и только тогда, когда формула *clf*[*usnf*[Φ]] выполнима в классической многосортной логике первого порядка.

Теорема постулирует редукцию проблемы выполнимости в многосортной композиционно-номинативной логике первого порядка к проблеме выполнимости в классической многосортной логике первого порядка.

Опишем схему доказательства теоремы. Отличительными особенностями композиционно-номинативных логик есть свойства классов предикатов: КНЛ строятся на алгебрах частичных квазиарных предикатов, в то время как классические логики строятся на классах тотальных n-арных предикатов. Возможность предикатов разграничивать присутствие и отсутствие компонент номинативных множеств также вносит отличия в трактовку истинности формул. Так, в КНЛ формула $\Phi = (\forall xP)\,\&\neg P$ выполнима. Чтобы построить интерпретацию, на которой Φ истинна, можно рассмотреть такую интерпретацию предикатного символа P: $I_P(P)(d) =$ «имя x определено в d». Эти особенности следует учесть при переходе в классические логики. Для этого:

1. При использовании свойства монотонности композиций КНЛ показано, что формула $\Phi \in Fr(\Sigma)$ выполнима в КНЛ тогда и толь-

ко тогда, когда она выполнима в классе тотальных интерпретаций.

2. Использование унифицированной нормальной формы позволяет выделить во множестве имен V те имена, значение которых меняется при вычислении значений отдельных термов формулы и ее подформул; поскольку таких имен конечное число, оказывается возможным промоделировать процесс вычисления значения МКНЛ-формулы при переходе в класс n-арных интерпретаций.

3. При переходе в класс n-арных интерпретаций следует расширить каждый класс множеств значений $A_i \in A$ дополнительным значением ε_i, которое используется для моделирования неопределенного значения имен в номинативных множествах.

4. С учетом пп. 1–3 по формуле $\Phi \in Fr(\Sigma)$, находящейся в унифицированной нормальной форме, выполнимой в МКНЛ-интерпретации на номинативном множестве d, несложно построить классическую n-арную интерпретацию такую, что каждая подформула Ψ формулы Φ и формула $clf[\Psi]$принимают в соответствующих интерпретациях одинаковые значения на некоторой «окрестности» множества d. Доказательство этого (и обратного) утверждения проводится индукцией по структуре формулы.

Заключение. Многосортные логики первого порядка широко используются для проведения формальных рассуждений в процессе верификации и при других применениях формальных методов, в частности, такие логики используются в системе верификации требований *VRS*. Одна из главных задач, которую приходится при этом решать – задача проверки истинности и, дуальная к ней, – задача проверки выполнимости формул.

В данной статье описан класс многосортных композиционно-номинативных логик и показано, как проблема выполнимости в таких логиках может быть сведена к аналогичной проблеме для соответствующих им классических многосортных логик первого порядка. Возможность редукции проблемы выполнимости позволяет использовать расширенные выразительные возможности композиционно-номинативных логик в сравнении с традиционными логиками n-арных предикатов, и, в то же время, использовать имеющиеся методы решения проблемы выполнимости, разработанные для классических логик. Результаты обосновывают возможность применения КНЛ при обобщении используемых в технологии инсерционного моделирования языков спецификации на классы частичных квазиарных функций.

Статья есть продолжением [11], где построены редукционные методы решения задачи проверки выполнимости для композиционно-номинативных логик кванторно-эквационального уровня. Предложенные в [11] методы обобщаются на класс многосортных КНЛ. Таким образом, проблему выполнимости в МКНЛ можно решать имеющимися средствами для классических логик.

Дальнейшая работа предполагает исследование проблемы выполнимости для более выразительных классов композиционно-номинативных логик – логик над иерархическими номинативными данными. Иерархические данные позволяют задавать такие структуры данных как списки, стеки, массивы и др. Логики над такими данными более удобны для рассуждений над программными моделями со сложными структурами данных. Другое направление исследований связано с идентификацией классов формул в композиционно-номинативных логиках разных типов, для которых задача проверки выполнимости может решаться эффективно. Особенный интерес представляет проблема выполнимости для логических теорий, в которых часть предикатов имеет фиксированную интерпретацию, задаваемую определенными аксиомами. В литературе эта проблема известна как *проблема выполнимости относительно теорий* (*satisfiability modulo theory* (*SMT*) *problem*) [12]. Также необходимо построить прототипы программных систем для проверки выполнимости в композиционно-номинативных логиках, позволяющих формализовать семантику логических языков, используемых в системе *VRS*.

1. *Letichevsky A.A.* Algebra of behavior transformations and its applications / V.B. Kudryavtsev, I.G. Rosenberg (Eds.). Structural theory of Automata, Semigroups, and Univer-

sal Algebra, NATO Sci. Series II // Mathematics, Physics and Chemistry. – 2005. – **207**. – Springer. – P. 241–272.
2. *Insertion* Modeling in Distributed System Design / A. Letichevsky, Ju. Kapitonova, V. Kotlyarov et al. // Problems of Programming. – 2008. – **4**. – P. 13–39.
3. *Letichevsky A.A.*, *Letychevskyi A.A.* (*jr*), *Peschanenko V.S.* Insertion Modeling System // Lecture Notes in Computer Science. – Springer. – 2011. – **7162**. – P. 262–274.
4. *System* Validation / Ju. Kapitonova, A. Letichevsky, V. Volkov et al. / R. Zurawski (Ed.) // The Embedded Systems Handbook. Ch.6. – Miami: CRC Press, 2005. – P. 1–57.
5. *Basic* Protocols, Message Sequence Charts, and the Verification of Requirements Specifications / A. Letichevsky, Ju. Kapitonova, A. Letichevsky (jr) et al. / Computer Networks. – 2005. – № 47. – P. 662–675.
6. *Сертификация* систем с помощью базовых протоколов / А.А. Летичевский, Ю.В. Капитонова, В.А. Волков и др. / Кибернетика и системный анализ. – 2005. – № 4. – С. 256–268.
7. *Weispfenning V.* Mixed Real-Integer Linear Quantifier Elimination // Proc. of the int. symp. Symbolic and algebraic computation ISSAC'99, 1999. – P. 129–136.
8. *Kroening D.*, *Strichman O.* Decision Procedures – an Algorithmic Point of View. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 304 p.
9. *Nikitchenko N.* A composition-nominative approach to program semantics // Technical report IT–TR 1998-020, Technical University of Denmark, 1998. – 103 p.
10. *Нікітченко М.С.*, *Шкільняк С.С.* Математична логіка та теорія алгоритмів. – К.: Вид-полігр. центр «Київський університет», 2008. – 528 с.
11. *Nikitchenko M.S.*, *Tymofieiev V.G.* Satisfiability Problem in Composition-Nominative Logics of Quantifier-Equational Level // ICT in Education, Research and Industrial Applications: Integration, Harmonization and Knowledge Transfer: int. conf., June 6–10, 2012, Kherson, Ukraine: Proc. – CEUR-WS.org. – 2012. – N 848. – P. 56–70.
12. *Satisfiability* Modulo Theories / C. Barrett, R. Sebastiani, A. Seshia et al. / A. Biere, M. Heule., H. van Maaren, T. Walsh (Eds.). Handbook of Satisfiability. – IOS Press. – 2009. – P. 737–797.

Тел. для справок: +38 044 259-0519 (Киев)
E-mail: *nikitchenko@unicyb.kiev.ua*, *tvalentyn@univ.kiev.ua*