

УДК 330.46:330.322.1

## МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА ИНВЕСТОРОВ ДЛЯ СМЕШЕННОГО ФИНАНСИРОВАНИЯ ПРОЕКТОВ

*Рыбников А.М., Рыбников М.С.*

*Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Украина  
E-mail: [mihailserg\\_r@mail.ru](mailto:mihailserg_r@mail.ru)*

В статье обосновывается модель оптимального выбора инвесторов в рамках механизма смешанного финансирования проектов для достижения максимального социального эффекта. Определены условия, при которых потенциальные инвесторы выбывают из состава претендентов. Рассмотрен линейный случай зависимости социальной ценности проекта и интереса инвестора от величины суммарного финансирования проекта. Выполнен расчет, иллюстрирующий предложенную модель.

**Ключевые слова:** инвестор, социальная ценность инвестиционного проекта, модель.

### ВВЕДЕНИЕ

Проектное финансирование – это уникальный финансовый продукт, который несет в себе не только реализацию конкретного проекта, но и открытие новых возможностей, привлечения инвестиционных ресурсов, что в свою очередь, делает проект оптимально конструктивным и экономически выгодным.

Крупные проекты, как правило, редко финансируются из одного источника. Инициаторы проекта стараются привлечь средства государственного и регионального бюджетов, различные фонды, средства частных фирм и т.д. Задачу финансирования в этом случае можно отнести к классу задач распределения ресурса (затрат).

Анализ тенденций, происходящий на рынке, показывает, что инициаторы проекта, при финансировании (реализации) проектов постоянно сталкиваются с различными изменениями параметров проекта (доходность, стоимость, сроки реализации проекта и т.д.), связанных с изменением рыночной конъюнктуры проекта. Поэтому им необходимо постоянно осуществлять, в соответствии с текущей конъюнктурой рынка, выбор между различными доступными формами финансирования проектов.

В новых условиях функционирования рынка осуществить подобный выбор крайне сложно, в этой связи актуальной задачей становится разработка экономико-математических моделей (методов), позволяющих оптимизировать применение различных источников финансирования проекта с целью достижения определенного уровня доходности проекта.

Экономико-математическое моделирование позволяет определить, каким доступным источником финансирования, на какой срок и в каком объеме можно воспользоваться, чтобы добиться максимального (ожидаемого) финансового эффекта от реализации проекта. Такое моделирование помогает также определить долю фирмы на рынке или оптимально использовать имеющиеся в наличии ресурсы. Без него крайне сложно принять своевременное и правильное управленческое решение в условиях динамично развивающейся ситуации и высокой конкуренции, сложившейся на рынке.

В развитых странах мира проблеме привлечения инвестиций уделяется достаточно большое внимание. В работах зарубежных авторов (Болеата М., Буса Г., Гласкока Ю., Топеля Р., Розена С., Хегедуса Ю. и др.) рассматриваются вопросы формирования и развития национальных систем ипотечного кредитования, в том числе обращается особое внимание на ключевую роль государства в вопросах становления и развития национальных ипотечных систем.

Также большое внимание уделяется разработке методологии управления инвестициями российскими и украинскими авторами. Результаты исследования вопросов теории и практики отражены в работах Ю.Н. Казанского, Ю.П. Панибратова, В.М. Васильева, Н.И. Пасяды, И.В. Яковлева. Достаточно общий подход с использованием экономико-математической модели и теории нечетких множеств для оценки эффективности альтернативных вариантов финансирования предложен в работах украинских [1,2] и российских [3-5] ученых.

Высоко оценивая эти исследования, следует отметить, что эффективные модели (методы) мобилизации финансовых ресурсов, которые можно было бы применить к текущим экономическим и социальным (рыночным) условиям, сегодня не достаточно развиты. Исходя из этого, необходимо усовершенствовать существующие и/или разработать новые модели финансирования, которые были бы адекватны состоянию современной экономической ситуации в Украине.

Цель данной работы состоит в разработке экономико-математической модели оптимального выбора инвесторов в рамках механизма смешанного финансирования проектов для достижения максимального социального эффекта и ее проверке на модельных примерах.

### **РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Рассмотрим модель смешанного финансирования проектов. Примем для определенности, что имеется несколько типов региональных проектов (социальной защиты, охраны окружающей среды, строительства дорог и т.д.), к реализации которых желательно привлечь средства частных фирм. Однако, проекты могут быть экономически невыгодны для частных фирм, поскольку отдача от них (эффект на единицу вложенных средств) меньше единицы. Обозначим эффект от проектов на единицу вложенных средств для  $i$ -ой фирмы через  $a_i$  ( $a_i < 1$ ,  $i = \overline{1, n}$ ).

Региональный бюджет ограничен и явно недостаточен для реализации необходимого числа проектов. Однако частные фирмы не прочь получить бюджетные деньги или льготный кредит. Идея смешанного финансирования состоит в том, что бюджетные средства или льготный кредит выдаются при условии, что фирма обязуется выделить на проект и собственное финансирование. Как правило, на практике фиксируется доля средств, которую должна обеспечить фирма (например, 20% средств выделяется из бюджета, а 80% – составляют собственные средства фирмы). Однако, такая жесткая фиксация доли бюджетных средств имеет свои минусы. Если эта доля мала, то будет незначительным и объем частных средств, а если велика, то, во-первых, желающих вложить собственные средства будет слишком много, и придется проводить дополнительный отбор

(например, на основе конкурсных механизмов), а во-вторых, уменьшается эффективность использования бюджетных средств. Ниже рассматривается механизм смешанного финансирования с гибко настраиваемой величиной доли бюджетного финансирования.

Дадим формальную постановку задачи разработки механизма смешанного финансирования. Имеются  $n$  фирм – например, потенциальных инвесторов в программы социального развития региона. Имеется также централизованный фонд финансирования программ развития. Каждая фирма предлагает для включения в программу социального развития проекты, требующие суммарного финансирования  $S_i$ . Эти проекты проходят экспертизу, в результате которой определяется их социальная ценность  $f_i(S_i)$ . Помимо социальной ценности, предлагаемый фирмой пакет проектов имеет экономическую ценность  $\varphi_i(S_i)$  для фирмы. На основе заявок фирм центр (менеджер проекта, руководство региона и т.д.) определяет объемы финансирования проектов фирм  $\{x_i\}$  (как правило,  $x_i \leq S_i$ ), исходя из ограниченного объема бюджетных средств  $R$ .

Процедуру  $\{x_i = \pi_i(S), i = \overline{1, n}\}$  назовем *механизмом смешанного финансирования*. Дело в том, что недостающие средства  $y_i = S_i - x_i$  фирма обязуется обеспечить за свой счет. Таким образом, интересы фирмы описываются выражением:

$$\varphi_i(S_i) - y_i, \quad (1)$$

где  $\varphi_i(S_i)$  – доход фирмы (если фирма берет кредит  $y_i$  в банке, то учитывается процент за кредит). Задача центра заключается в том, чтобы разработать такой механизм  $\pi(S)$ , который обеспечит максимальный социальный эффект:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n f_i(S_i^*),$$

где  $S^* = \{S_i^*\}$  – равновесные стратегии фирм (точка Нэша соответствующей игры).

Рассмотрим линейный случай, когда  $\varphi_i(S_i) = a_i S_i$ ,  $f_i(S_i) = b_i S_i$ ,  $0 < a_i < 1$ ,  $b_i > 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Проведем анализ механизма прямых приоритетов

$$x_i(\bar{S}) = \frac{l_i S_i}{\sum_j l_j S_j} R, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где  $l_i$  – приоритет  $i$ -ой фирмы,  $\bar{S} = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ . Примем без ограничения общности, что  $R=I$ . Заметим, что в данном случае может иметь место  $x_i(S) > S_i$  (фирма получает средств больше, чем заявляет). Будем считать, что в этом случае разность  $x_i(S) - S_i$  остается у фирмы.

Определим ситуацию равновесия Нэша. Для этого подставим (2) в (1) и определим максимум по  $S_i$  выражения

$$a_i S_i - \left( S_i - \frac{l_i S_i}{L(S)} \right) = \frac{l_i S_i}{L(S)} - (1 - a_i) S_i,$$

где  $L(S) = \sum_j l_j S_j$ . После несложных вычислений получим:

$$l_i S_i = L(S) [1 - q_i L(S)], \quad q_i = \frac{1 - a_i}{l_i}.$$

Из условия  $L(S) = \sum_j l_j S_j$  определяем

$$L(S^*) = \frac{n-1}{Q}, \quad S_i^* = \frac{n-1}{l_i Q} \left[ 1 - \frac{(n-1)q_i}{Q} \right], \quad (3)$$

где  $Q = \sum_i q_i$ . При этом должно, очевидно, выполняться условие  $S_i^* \geq 0$  или

$$\frac{q_i}{Q} < \frac{1}{n-1}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Если это условие нарушается, то соответствующие фирмы выбывают из состава претендентов. С новыми значениями  $Q$  и  $n$  вычисления следует повторить. Если при этом появляются новые фирмы, для которых нарушается (4), то эти фирмы также выбывают, и т.д. За конечное число шагов будет получена ситуация равновесия, такая, что для всех фирм выполняется (4). Пусть фирмы упорядочены по возрастанию  $q_i$ , то есть  $q_1, q_2, \dots, q_n$ . Для определения числа фирм – претендентов на участие в социальных программах развития региона необходимо найти максимальное  $k$  такое, что

$$q_i < \frac{Q_k}{k-1}, \quad Q_k = \sum_{i=1}^k q_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Рассмотрим следующий модельный пример [6]. Пусть величины  $a_i, l_i, q_i$  заданы в таблице 1

Таблица 1.

Параметры модели						
	1	2	3	4	5	6
$a_i$	0,9	0,6	0,1	0,12	0,75	0,1
$l_i$	1	2	3	2,2	0,5	1,5
$q_i$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

Нетрудно определить, что максимальное  $k = 3$ . Действительно:

$$\frac{q_1 + q_2}{1} = 0,3 > q_2 = 0,2; \quad \frac{q_1 + q_2 + q_3}{2} = 0,3 = q_3 = 0,3.$$

Таким образом, претендентами на участие в программе по схеме смешанного финансирования являются первые две фирмы.

Если  $b_i = l_i$  для всех  $i$ , то суммарный эффект от программы составляет (с учетом  $R = 1$  и формулы (3)) следующую сумму  $L(S^*) = \frac{k-1}{Q_k} = \frac{3-1}{0,1+0,2+0,3} = 3 \frac{1}{3}$ , а суммарное финансирование  $S^* = 2 \frac{7}{9}$ . Таким образом, финансирование программы почти в три раза превышает бюджетные средства. Заявки фирм в равновесии согласно (3):  $S_1^* = 2 \frac{2}{9}$ ,  $S_2^* = \frac{5}{9}$ .

В рассмотренном примере было положено  $b_i = l_i$ . Однако это просто пример. Поставим теперь задачу определить механизм прямых приоритетов, обеспечивающий максимум социального эффекта. Необходимо определить приоритеты  $\{l_i\}$  таким образом, чтобы суммарный эффект был максимальным. Задача сводится к определению  $\{l_i \geq 0\}$  таких что величина

$$\sum_{i=1}^n b_i S_i^* = \sum_{i=1}^n \frac{b_i (n-1) R}{l_i Q} \left[ 1 - \frac{(n-1) q_i}{Q} \right] \quad (5)$$

принимает максимальное значение. Заменой  $l_i = \frac{1-a_i}{q_i}$ ,  $\frac{q_i}{Q} = \alpha_i$ ,  $p_i = \frac{1-a_i}{b_i}$

приведем (5) к виду:

$$\frac{\Phi}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i (n-1) R}{p_i} [1 - (n-1) \alpha_i]. \quad (6)$$

Необходимо определить величины  $\{\alpha_i\}$ , исходя из максимума выражения (6), при очевидном условии  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ . Применение метода множителей Лагранжа дает систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{(n-1) - 2(n-1)^2 \alpha_i}{p_i} + \lambda = 0, \quad i = \overline{1, n} \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \end{cases},$$

решение которой представится выражением:

$$\alpha_i^0 = \frac{1 + (n-2) \beta_i}{2(n-1)}, \quad \beta_i = \frac{p_i}{\sum_j p_j}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Теперь, возвращаясь к предыдущей замене, можно вычислить  $l_i^0 = \frac{1-a_i}{\alpha_i^0}$ ,  $i = \overline{1, n}$  (с точностью до постоянного множителя  $\frac{1}{Q}$ ). Из (7) видно, что при  $n=2$  оптимальные приоритеты не зависят от коэффициентов  $(b_1, b_2)$  при функции социального эффекта:

$$\alpha_1^0 = \alpha_2^0 = \frac{1}{2}.$$

Рассмотрим теперь пример, в котором определим оптимальные приоритеты для задачи из предыдущего примера. Для случая двух фирм показано, что  $\alpha_1^0 = \alpha_2^0 = \frac{1}{2}$ .

Предполагая, что  $b_i$  определяются второй строкой таблицы 1 и, подставляя все числовые значения в (6), получаем:

$$p_1 = \frac{1-0,9}{1} = 0,1; \quad p_2 = \frac{1-0,6}{2} = 0,2; \quad \beta_1 = \frac{0,1}{0,1+0,2} = \frac{1}{3}; \quad \beta_2 = \frac{0,2}{0,1+0,2} = \frac{2}{3};$$

$$\frac{\Phi}{R} = \left[ \frac{\alpha_1(1-\alpha_1)}{p_1} + \frac{\alpha_2(1-\alpha_2)}{p_2} \right] = 3\frac{3}{4},$$

что больше, чем  $3\frac{1}{3}$  предыдущего примера. При этом по (3) и (7):

$$S_1^* = \frac{1}{l_1^0 Q} (1-\alpha_1) = \frac{\alpha_1(1-\alpha_1)}{1-a_1} = \frac{20}{8}, \quad S_2^* = \frac{1}{l_2^0 Q} (1-\alpha_2) = \frac{\alpha_2(1-\alpha_2)}{1-a_2} = \frac{5}{8}$$

и суммарное финансирование увеличивается до  $3\frac{1}{8}$ .

При оптимальных приоритетах может измениться число фирм–претендентов на участие в программе. Поэтому необходимо проверить варианты с тремя фирмами и более. Рассмотрим вариант с тремя фирмами. Имеем:

$$p_1 = 0,1; \quad p_2 = 0,2; \quad p_3 = 0,3; \quad \beta_1 = \frac{1}{6}; \quad \beta_2 = \frac{1}{3}; \quad \beta_3 = \frac{1}{2};$$

$$\alpha_1^0 = \frac{1+\beta_1}{4} = \frac{7}{24}; \quad \alpha_2^0 = \frac{1+\beta_2}{4} = \frac{1}{3}; \quad \alpha_3^0 = \frac{1+\beta_3}{4} = \frac{3}{8}.$$

Поскольку все  $\{\alpha_i^0\}$ ,  $\alpha_i^0 < \frac{1}{2}$ ;  $i = \overline{1,3}$ , то условия (4) выполнены. Подставляя полученные значения в (6), имеем:

$$\frac{\Phi}{R} = 2 \left[ \frac{\alpha_1(1-2\alpha_1)}{p_1} + \frac{\alpha_2(1-2\alpha_2)}{p_2} + \frac{\alpha_3(1-2\alpha_3)}{p_3} \right] = 4\frac{1}{6}.$$

Как видим, эффективность механизма смешанного финансирования увеличилась.

Рассмотрим случай четырех фирм:

$$p_1 = \beta_1 = 0,1; \quad p_2 = \beta_2 = 0,2; \quad p_3 = \beta_3 = 0,3; \quad p_4 = \beta_4 = 0,4;$$

$$\alpha_1^0 = \frac{1+2\beta_1}{6} = \frac{1}{5}; \quad \alpha_2^0 = \frac{1+2\beta_2}{6} = \frac{7}{30}; \quad \alpha_3^0 = \frac{1+2\beta_3}{6} = \frac{4}{15}; \quad \alpha_4^0 = \frac{1+2\beta_4}{6} = \frac{3}{10}.$$

Условия (4) по-прежнему выполняются. Суммарный социальный эффект составит:

$$\frac{\Phi}{R} = 3 \sum_{i=1}^4 \frac{\alpha_i^0}{p_i} (1 - 3\alpha_i^0) = 4 \frac{5}{24} > 4 \frac{1}{6}.$$

Поскольку социальный эффект опять увеличился, необходимо проверить случай  $n = 5$ . Имеем:

$$p_1 = 0,1; \quad p_2 = 0,2; \quad p_3 = 0,3; \quad p_4 = 0,4; \quad p_5 = 0,5;$$

$$\beta_1 = \frac{1}{15}; \quad \beta_2 = \frac{2}{15}; \quad \beta_3 = \frac{3}{15}; \quad \beta_4 = \frac{4}{15}; \quad \beta_5 = \frac{5}{15};$$

$$\alpha_1^0 = \frac{1+3\beta_1}{8} = \frac{6}{40}; \quad \alpha_2^0 = \frac{7}{40}; \quad \alpha_3^0 = \frac{8}{40}; \quad \alpha_4^0 = \frac{9}{40}; \quad \alpha_5^0 = \frac{10}{40}.$$

Условие (4) не выполняется для пятой фирмы. Поэтому оптимальное решение включает четыре фирмы-претендента с суммарным социальным эффектом  $4 \frac{5}{24}$ . За

счет выбора оптимального механизма смешанного финансирования удалось увеличить социальный эффект примерно на 25% при том же объеме бюджетного финансирования.

## ВЫВОДЫ

Рассмотренное на конкретном примере применение построенной модели по схеме смешанного финансирования показало, что выбор фирм-инвесторов является достаточно простым, а за счет выбора оптимального механизма смешанного финансирования социальный эффект можно увеличить при том же объеме бюджетного финансирования.

Проведенный анализ не учитывал достаточно важного практического ограничения, суть которого состоит в том, что возможен случай, когда фирма получает финансирование не более заявленного. Анализ при учете этого условия, так же, как и анализ случая разных фирм, является более сложным и требует дополнительных исследований. Также предметом последующего изучения может служить нелинейная зависимость экономической ценности  $\varphi_i(S_i)$  и социальной ценности  $f_i(S_i)$  от величин  $S_i$ , что позволит получить результаты, имеющие большую практическую ценность.

**Список литературы**

1. Проектный анализ. Теоретические основы оценки проектов на морском транспорте: Учебн. пособие / И.А. Лапкина, Л.А. Павловская, Т.В. Болдырева, Т.Н. Шутенко // Под общ. ред. И.А. Лапкиной. – Одесса: ОНМУ, 2008. – 315 с.
2. Павловская Л.А. Обоснование принятия инвестиционных решений с использованием теории нечетких множеств / Л.А. Павловская // Развитие методов управления та господарювання на транспорті: Зб. наук. праць. – Одесса: ОГМУ. – 1998. – Вып. 3. – С. 86-91.
3. Хачатрян С.Р. Прикладные методы математического моделирования экономических систем / С.Р. Хачатрян. – М.: Экзамен, 2002. – 192 с.
4. Хачатрян С.Р. Модель долевого участия со смешанным гарантированием / С.Р. Хачатрян, Н.Е. Егорова, М.П. Овечкин // Аудит и финансовый анализ. – 1999. – №3. – С. 34 – 39.
5. Бурков В.Н. Как управлять проектами / В.Н. Бурков, Д.А. Новиков. – М.: СИНТЕГ, 1997. – 188 с.
6. Бурков В.Н. Как управлять организациями / В.Н. Бурков, Д.А. Новиков. – М.: СИНТЕГ, 2004. – 388 с.

**Рибніков А.М** Модель оптимального вибору інвесторів для змішаного фінансування проектів / **Рибніков А.М., Рибніков М.С.** // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія «Економіка і управління». – 2013 – Т. 26 (65). № 1. - С. 129-136.

У статті обґрунтовується модель оптимального вибору інвесторів в рамках механізму змішаного фінансування проектів для досягнення максимального соціального ефекту. Визначено умови, при яких потенційні інвестори вибувають зі складу претендентів. Розглянуто лінійний випадок залежності соціальної цінності проекту та інтересу інвестора від величини сумарного фінансування проекту. Виконано розрахунок, який ілюструє запропоновану модель.

**Ключові слова:** інвестор, соціальна цінність інвестиційного проекту, модель.

*Статья поступила в редакцию 03. 09. 2013 г.*