

## Математичне моделювання діафізарних деформацій довгих кісток

О.А.Тяжелов, Н.Ю.Полетаєва, К.К.Романенко, Л.Д.Горидова,  
Д.В.Прозоровський

ДУ «Інститут патології хребта та суглобів ім. проф. М.І. Ситенка АМН України», Харків, Україна

### РЕЗЮМЕ, ABSTRACT

В статті наведено результати математичного моделювання кутової деформації одновісного сегмента. Показано особливості напруження м'якотканинного компонента при двох видах корекції деформації (в залежності від докладання сил) та різної вихідної деформації (від  $5^0$  до  $50^0$ ) (Укр.журнал телемедицини та мед.телематики.-2010.-Т.8,№2.-С.143-147).

**Ключові слова:** математичне моделювання, кістка, кутова деформація

*А.А. Тяжелов, Н.Ю. Полетаева, К.К. Романенко, Л.Д. Горидова, Д.В. Проzorовский*  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИАФИЗАРНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ДЛИННЫХ КОСТЕЙ  
ГУ «Институт патологии позвоночника и суставов им. проф. М.И. Ситенко АМН Украины»,  
Харьков, Украина

В статье представлены результаты математического моделирования угловой деформации одноосного сегмента. Показаны особенности напряжения мягкотканного компонента при двух видах коррекции деформации (в зависимости от приложения сил) и результатов выраженности исходной деформации (от  $5^0$  до  $50^0$ ) (Укр.журнал телемедицины и мед.телематики.-2010.-Т.8,№2.-С.143-147).

**Ключевые слова:** математическое моделирование, кость, угловая деформация

*А.А. Tyazhelov, N. Yu. Poletaeva, K. K. Romanenko, L. D. Goridova, D. V. Prozorovsky*  
MATHEMATICAL MODELLING OF SHAFT DEFORMITIES OF THE LONG BONES  
Institute of Spine and Joint Pathology named after prof.M.Sytenko of AMS of Ukraine, Kharkiv,  
Ukraine

The results of mathematical modelling of angular deformity of monoaxial segment are presented in the article. The peculiarities of tension of softtissue component in the conditions of deformity correction (depending upon the point of application of force) and different severity of primary deformity (from  $5^0$  to  $50^0$ ) are shown (Ukr.z.telemed.med.teleamat.-2010.-Vol.8,№2.-P.143-147).

**Key words:** mathematical modelling, bone, angular deformity

Однією з проблем лікування наслідків травм кінцівок є вибір тактики лікування структурно-функціональних порушень сухожилко-м'язових комплексів при значних деформаціях довгих кісток кінцівок. Надійним базисом для такого вибору має бути адекватна оцінка та прогнозування розвитку вказаних порушень. Одним із напрямків прогнозування є моделювання патологічних станів.

Сучасні можливості математичного моделювання дозволяють створювати об'ємні моделі біологічних об'єктів та

виявляти основні тенденції змін їх напружено-деформованого стану (НДС) в залежності від способу навантаження. Одним із важливих методів досліджень в біомеханіці є метод кінцевих елементів (МКЕ). Використання МКЕ [1-5] дозволяє значно розширити знання щодо розподілу напружень в компонентах опорно-рухової системи як в нормі, так і при різних патологічних станах, отримати нові дані про взаємодію між кістковими та м'якотканинними елементами при різних умовах навантаження.

### Мета дослідження

Визначити характер розподілу напружень у моделі патологічного стану та залежність максимальних напружень у її

м'якотканинному компоненті від кута деформації діафіза, а також від способу навантаження.

## Матеріал і методи

**Методика** математичного моделювання. Побудована нами модель є симетричною відносно фронтальної та горизонтальної площин (рис. 1). Конструкція складається із кісткових, металевих та м'якотканинного компонентів, що мають

узагальнену форму та механічні властивості. Усі компоненти моделі жорстко з'єднані між собою. Кісткова складова моделі представлена двома діафізарними та двома епіфізарними компонентами. Геометричні параметри моделі представлені на рис. 2.

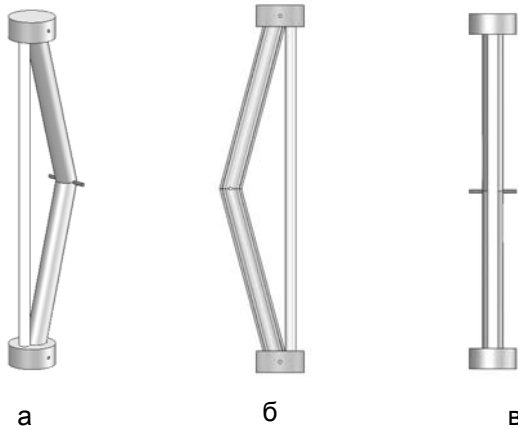


Рисунок 1. Зовнішній вигляд об'ємної моделі деформованої довгої кістки та прилеглих до неї м'яких тканин: а) загальний вид; б) вид у фронтальній площині; в) вид у сагітальній площині

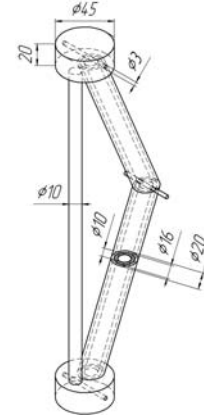


Рисунок 2. Геометричні параметри моделі деформованої довгої кістки та прилеглих до неї м'яких тканин

Кожен діафізарний компонент представлений циліндром довжиною 160 мм та складається із кортикальної частини (циліндр із зовнішнім діаметром 20 мм та внутрішнім діаметром 16 мм) та губчастої із кістковомозковою порожниною (порожнистий циліндр із зовнішнім діаметром 16 мм та внутрішнім діаметром 10 мм). Епіфізарні компоненти мають вигляд циліндрів довжиною 20 мм та діаметром 45 мм. М'якотканинний компонент представлений циліндром діаметром 10 мм, довжина якого залежить від кута деформації кістки у фронтальній площині.

Модель було побудовано з можливістю зміни кута діафізарної деформації кістки від  $5^\circ$  до  $50^\circ$  (з інтервалом  $5^\circ$ ). Металеві компоненти моделі (гвинти) були введені для зручного та адекватного її навантаження. Вони мають вигляд циліндрів довжиною 45 мм діаметром 3 мм та розташовані у сагітальній площині в обох епіфізарних компонентах та в зоні деформації діафіза.

Механічні характеристики матеріалів (табл. 1), що використані в розрахунках, взяті з літературних даних [6].

Таблиця 1. Механічні характеристики матеріалів компонентів моделі

Матеріал компонента моделі	Модуль пружності E, МПа	Коефіцієнт Пуассона, $\mu$
Кістковий компонент (кортикальний шар)	2900	0,29
Кістковий компонент (губчастий шар)	300	0,30
М'якотканинний компонент	1	0,48
Металевий компонент (Ti)	110000	0,30

Для розрахунків НДС моделі, вона була навантажена двома способами:

– розтягнення кістки (рис. 3, а): навантаження прикладали до гвинтів, розташованих у епіфізарних компонентах (по 50 Н до кожного гвинта у протилежних напрямках), що імітувало distraкцію апаратом позаосередкової фіксації;

– вигин кістки (рис. 3, б): навантаження прикладали до гвинта, розташованого у зоні деформації діафіза (50 Н в напрямку зменшення деформації), та до гвинтів, розташованих у епіфізарних компонентах, (по 25 Н до кожного гвинта у напрямку, протилежному діафізарному навантаженню), що імітувало одномоментну корекцію (на операційному столі).

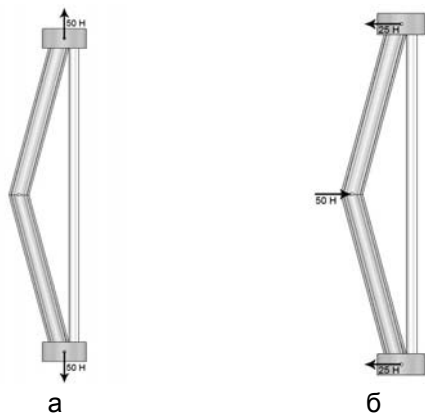


Рисунок 3. Схема навантаження моделі:  
а) навантаження на розтягнення кістки;  
б) навантаження на вигин кістки

Досліджувані моделі програмно розбивали на кінцеві елементи (було використано в середньому 141 тис. стандартних восьмивузлових елементів), потім визначали величини нормальних та тангенційних напружень для кожного вузла

та сумарні напруження конструкції. Аналіз двох способів навантаження моделі було проведено з різними кутами діафізарної деформації: 5°, 10°, 15°, 20°, 25°, 30°, 35°, 40°, 45° та 50°.

### Результати та обговорення

При обох варіантах навантаження моделі (на розтягнення та вигин кістки) характер розподілу напружень був приблизно однаковим для всіх розглянутих кутів діафізарної деформації, тому ми наводимо загальні дані розподілу НДС на прикладі діафізарної деформації 35° (рис. 4). Максимальні напруження сконцентровані в металевих та кісткових компонентах моделі (рис. 4). Оскільки для нашого дослідження

важливими є тільки розподіл та максимальні напруження у м'якотканинному компоненті моделі, ми не наводимо величини максимальних напружень для інших компонентів. При обох варіантах навантаження та при всіх розглянутих кутах діафізарної деформації максимальні напруження у м'якотканинному компоненті моделі були локалізовані у місцях контакту з кістковими компонентами (рис. 4 а,б).

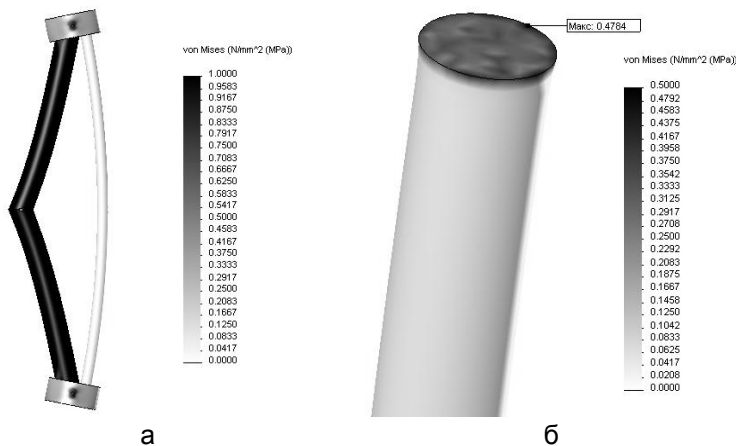


Рисунок 4. Розподіл напружень за Мізесом в моделі з кутом діафізарної деформації 35° при навантаженні на розтягнення кістки:  
а) напруження у всіх компонентах моделі;  
б) напруження у м'якотканинному компоненті

Характер деформації моделі при навантаженні на розтягнення кістки був приблизно однаковим при всіх кутах діафізарної деформації моделі (рис.4). Отримані результати деформації моделі п'ятикратно збільшені (для наочності зміни форми моделі при навантаженні).

Характер деформації моделі при навантаженні на вигин кістки також був приблизно однаковим при всіх кутах діафізарної деформації моделі, але дещо відрізнявся від її характеру при першому способі навантаження (рис.5 а,б).

Дані результатів дослідження НДС всіх кутів діафізарної деформації моделі при обох способах навантаження наведено у таблиці 2.

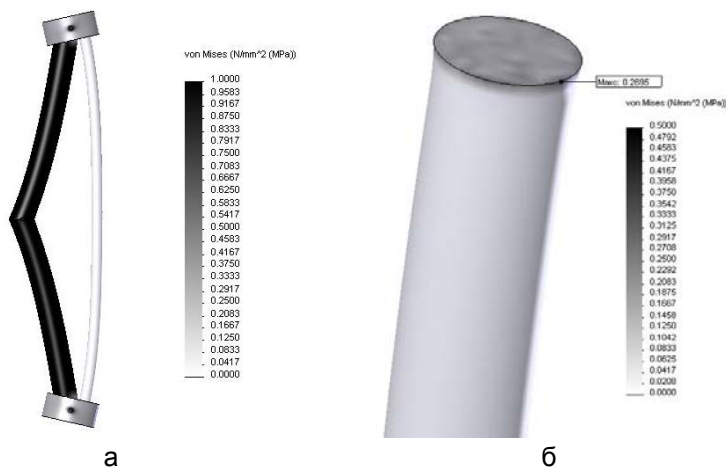


Рисунок 5. Розподіл напружень за Мізесом в моделі з кутом діафізарної деформації 35° при другому способі навантаження:  
 а) напруження у всіх компонентах моделі;  
 б) напруження у м'якотканинному компоненті

Таблиця 2. Максимальні напруження у м'якотканинному компоненті моделі із різними кутами діафізарної деформації при двох способах навантаження

Величина кута діафізарної деформації моделі	Величина максимальних напружень, МПа	
	Навантаження моделі на розтягнення кістки	Навантаження моделі на вигин кістки
5°	1,42	0,24
10°	1,33	0,30
15°	0,99	0,28
20°	0,75	0,30
25°	0,69	0,29
30°	0,63	0,28
35°	0,54	0,30
40°	0,50	0,26
45°	0,48	0,27
50°	0,43	0,27

Аналіз результатів дослідження моделі при навантаженні на розтягнення кістки показав, що при збільшенні кута діафізарної деформації величина максимального напруження у м'якотканинному компоненті зменшується (рис.6). Таку залежність можна пояснити дією згинального моменту, що виникає у зв'язку з несиметричністю моделі відносно сагітальної площини. Завдяки різниці між механічними властивостями кістки та прилеглих м'яких тканин дія цього

моменту найбільш виражена при невеликих кутах діафізарної деформації (до 35°).

При навантаженні моделі на вигин кістки максимальні напруження у м'якотканинному компоненті практично не залежать від кута діафізарної деформації та мають меншу величину у порівнянні з варіантом навантаження на розтягнення кістки (табл. 2, рис.6).

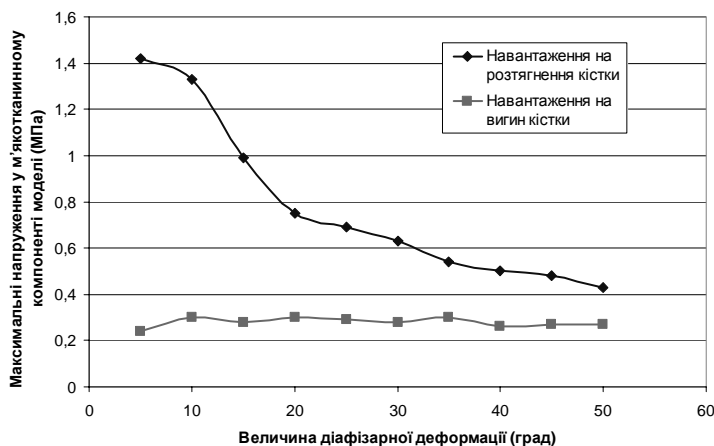


Рисунок 6. Максимальні напруження у м'якотканинному компоненті в залежності від кута діафізарної деформації та способу навантаження моделі

## Висновки

Аналіз результатів дослідження величин максимальних напружень м'якотканинних елементів деформованого сегмента при дистракції в залежності від кута деформації довів, що із збільшенням кута деформації кістки стартове напруження у м'якотканинних елементах сегмента зменшується. А при куті деформації  $20^{\circ}$  і нижче величина напружень зростає.

Це свідчить, що у клінічній практиці при великих кутах деформації ( $20^{\circ}$  і більше) поступове усунення деформації за допомогою дистракційних апаратів можливо

здійснювати скоріше, мається на увазі швидкість дистракції на початковому етапі. Якщо деформація сегмента не перевищує  $20^{\circ}$ , то початкова швидкість дистракції повинна бути значно зменшена.

Дослідження моделі патологічного стану на вигин не показали залежність величини напруження від кута деформації.

Таким чином, у клінічній практиці, якщо м'які тканини дозволяють одномоментну корекцію, то величина кута деформації не має принципового значення.

## Література і вебліографія

1. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
2. *Зенкович О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
3. *Норри Д., д'Фрис Ж.* Введение в метод конечных элементов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 304 с.
4. *Прохоренко В.П.* SolidWorks. Практическое руководство. – М.: ООО "Бином-пресс", 2004. – 448 с.
5. *Bathe K.-J.* Finite Element Procedures. – Prentice Hall, 1996. – 1037 pp.
6. *Березовский В.А., Колотилов Н.Н.* Биофизические характеристики тканей человека: Справочник. – К.: Наукова думка, 1990. – 224 с.

Надійшла до редакції: 05.03.2009.

© О.А.Тяжелов, Н.Ю.Полетаєва, К.К.Романенко, Л.Д.Горидова, Д.В.Прозоровський

---

Кореспонденція: Тяжелов О.А.,  
вул. Пушкінська, 80, 61024, Харків, Україна  
E-mail: ale3001@mail.ru