

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ, ОЦЕНКИ И КРИТЕРИИ СТАТИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ В ЗАДАЧАХ БИМЕДИЦИНЫ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ ГОРМОНАЛЬНОЙ РЕГУЛЯЦИИ ЭНДОКРИННОЙ ГИНЕКОЛОГИИ (часть 1).

Шубладзе Н.М., Семесенко М. П., Кузьмичёв К.О., Воронина Ю.В.

ДУ «Луганский государственный медицинский университет

По сравнению с обработкой случайных величин, статистическая обработка реализации случайных функций имеет ряд специфических особенностей поскольку аргументы случайных функций, вообще говоря, нельзя считать независимыми случайными величинами, а формулы математической статистики получены в основном для независимых выборок. Кроме того, в большинстве формул статистики случайных величин в явном виде входит объем выборки  $n$ . Такая величина для реализаций случайной функции отсутствует и заменяется длиной реализации  $T$ , поэтому при выводе формул для статистической обработки случайных функций необходимо учитывать и эту особенность.

Ниже кратко рассматривается решение задач определения оценок первых двух моментных функций и функции распределения случайной функции  $X(t)$ .

## Стационарные случайные функции

Случайная функция  $X(t)$  называется *стационарной в широком смысле*, если ее математическое ожидание постоянно, а корреляционная функция зависит только от разности аргументов  $t, t'$ : т.е.  $K_x(t, t') = k_x(\tau)$  где  $\tau = t - t'$ .

Случайная функция  $X(t)$  называется *стационарной в узком смысле*, если ее  $n$ -мерный закон распределения при любом  $n$   $t_2 - t_1, \dots, t_n - t_1$  и не зависит от положения этих интервалов, зависит только от интервалов в области изменения аргумента  $t$ .

Дисперсия стационарной случайной функции  $X(t)$ , равна:  $D[x(t)] = K_x(t, t) = K_x(0)$ , Дисперсия стационарной случайной функции  $X(t)$ , постоянна, следовательно и равна значению корреляционной функции в начале координат:

$$K_x(-\tau) = k_x(\tau)$$

Таким образом, корреляционная функция действительной стационарной случайной функции является четной функцией.

Из общей теоремы непрерывности следует, что корреляционная функция непрерывной стационарной случайной функции непрерывна.

$$K_{y_1}(t, t') = \frac{\sigma^2 k_x(\tau)}{\sigma t \sigma t'} = \frac{\sigma^2 k_x(\tau) \sigma t \sigma t'}{d\tau^2 \sigma t \sigma t'}.$$

Производная стационарной случайной функции  $X$  является стационарной случайной функцией, причем ее корреляционная функция равна взятой с обратным знаком второй производной корреляционной функции

$$X K_{y_p}(t, t') = (-1)^p k_x^{(2p)}(\tau)$$

Таким образом, все производные стационарной случайной функции являются стационарными случайными функциями. На основании общей теоремы для существования производной порядка  $p$  стационарной случайной функции необходимо и достаточно существование производной порядка  $2p$  ее корреляционной функции.

Векторная случайная функция, составляющими которой являются стационарные случайные функции  $X_1(t), \dots, X_n(t)$  называется стационарной в широком смысле, если не только корреляционные функции случайных  $X_v(t)$ , но и все их взаимные корреляционные функции являются функциями разности аргументов  $t - t'$ :

$$K_{v\mu}^x(t, t') = K_{v\mu}^x(\tau) \quad (v, \mu = 1, \dots, n),$$

где  $\tau = t - t'$

Векторная случайная функция называется стационарной в узком смысле, если при любом  $n$  все  $n$ -мерные законы распределения ее составляющих зависят только от интервалов  $t_2 - t_1, \dots, t_n - t_1$  и не зависят от положения этих интервалов в области изменения аргумента  $t$ . Эти определения показывают, что для стационарности векторной случайной функции недостаточно, чтобы были стационарными (в соответствующем смысле) все ее составляющие. Необходимо, чтобы они были еще стационарно связанными.

На основании общей эргодической теоремы, для стационарной случайной функции скалярной переменной  $X(t)$  имеет место предельное равенство

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt = m_x$$

Если ее корреляционная функция  $K_x(\tau)$  удовлетворяет условию

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T k_x(t - t') dt dt' = 0$$

Таким образом, для справедливости эргодической теоремы для стационарной случайной функции  $X(t)$  необходимо и достаточно, чтобы ее корреляционная функция удовлетворяла условию

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \operatorname{Re}\{k_x(\tau)\} d\tau = 0$$

Стационарные случайные функции, для которых справедлива эргодическая теорема, называются обычно эргодическими.

Для действительных стационарных случайных функций условие принимает вид:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) k_x(\tau) d\tau = 0$$

Из достаточного условия справедливости эргодической теоремы следует, что стационарная случайная функция  $X(t)$  эргодична, если ее корреляционная функция  $k_x(\tau)$  неограниченно убывает по модулю при  $|\tau| \rightarrow \infty$  т.е. если для любого  $\varepsilon > 0$

$$\text{можно найти такую величину } T_0, \text{ что}$$

$$|k_x(\tau)| < \varepsilon \quad \text{при } |\tau| > T_0$$

Для того чтобы стационарная случайная функция  $X(t_1, \dots, t_m)$  была эргодической, достаточно, чтобы ее корреляционная функция  $k_x(\tau_1, \dots, \tau_m)$  стремилась к нулю при неограниченном увеличении абсолютной величины каждого из ее аргументов.

**Оценка математического ожидания.** Допустим, что  $X(t)$  - произвольная, в общем случае нестационарная случайная функция, для которой получены  $n$  реализаций одинаковой длины  $T$ :  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ . Для любого момента времени  $t \in (0, T)$  ординаты реализаций представляют собой реализации случайной величины  $X(t)$ . Оценка математического ожидания этой величины равна

$$\bar{m}_x(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t) \quad (1)$$

Применяя операцию математического ожидания к обеим частям этого равенства, получаем

$$M[\bar{m}_x(t)] = M[X(t)] \quad (2)$$

следовательно, оценка (1) является несмещенной.

Взяв дисперсию от обеих частей равенства (1), получим

$$D[\bar{m}_x(t)] = \frac{1}{n} D[X(t)] \rightarrow 0 \quad (3)$$

Следовательно, оценка будет также и состоятельной. Более сложный вопрос об эффективности этой оценки нами не рассматривается. Известно что, в частности, для стационарной случайной функции при отсутствии дополнительных сведений о характере случайной функции  $X(t)$  оценка (1) будет наиболее эффективной из всех ее линейных оценок. Для оценки математического ожидания стационарной эргодической случайной функции  $x(t)$  может быть использована формула

$$\bar{m}_x(t) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (4)$$

где  $x(t)$  — одна типичная реализация случайной функции  $X(t)$ . Оценка математического ожидания (4) позволяет проводить обработку экспериментальных данных по одной реализации случайной функции, поскольку усреднение по множеству реализаций случайной функции заменяется в данном случае усреднением по времени. Эта оценка является несмещенной, а для ее состоятельности корреляционная функ-

ция  $K_x(\tau)$  случайной функции  $X(t)$  должна удовлетворять условию

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_x(\tau) = 0 \quad (5)$$

Часто для реальных случайных процессов указанное требование выполняется.

Оценка (4) будет эффективной в классе линейных оценок.

**Оценка корреляционной функции.** Допустим, что  $X(t)$  произвольная нестационарная случайная функция, для которой известны ее  $n$  реализаций одинаковой длительности  $T$  и известно математическое ожидание  $M[X(t)] = m_x(t)$ .

Корреляционная функция  $K_x(t_1, t_2)$  определяется по формуле

$$K_x(t_1, t_2) = M\{[X(t_1) - m_x(t_1)][X(t_2) - m_x(t_2)]\}, \quad (6)$$

где  $t_1, t_2 \in (0, T)$ . Если произведение, стоящее в этой формуле под знаком математического ожидания, определить для некоторой  $i$ -й фиксированной реализации случайной функции  $X(t)$

$$[x_1(t_1) - m_x(t_1)][x_i(t_2) - m_x(t_2)] \quad (7)$$

то мы получим  $i$ -ю реализацию случайной величины, которой является произведение в равенстве (6). Поэтому для нахождения оценки корреляционной функции  $K_x(t_1, t_2)$  являющейся математическим ожиданием указанной случайной величины, нужно усреднить значения (6) по всем  $n$  реализациям

$$K_x(t_1, t_2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_i(t_1) - m_x(t_1)][x_i(t_2) - m_x(t_2)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t_1) x_i(t_2) - m_x(t_1) m_x(t_2) \quad (8)$$

В случае, когда математическое ожидание  $m_x(t)$  неизвестно, в формуле (8) вместо значений математического ожидания  $m_x(t)$  нужно взять ее оценку  $\bar{m}_x(t)$ , полученную с помощью формулы (1). Тогда оценка корреляционной функции определяется по формуле

$$K_x(t_1, t_2) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x_i(t_1) - \bar{m}_x(t_1)][x_i(t_2) - \bar{m}_x(t_2)]$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t_1) x_i(t_2) - \bar{m}_x(t_1) \bar{m}_x(t_2) \quad (9)$$

где для получения несмещенной оценки вместо множителя  $1/n$  взята величина  $1/(n-1)$ . Применив операцию математического ожидания к обеим частям в формулах (8) и (9), получим

$$M[K_x(t_1, t_2)] = K_x(t_1, t_2) \quad (10)$$

Из последнего равенства следует несмещенность указанных оценок. Дисперсии полученных оценок могут быть выражены через моментные функции четвертого порядка случайной функции  $x(t)$ . Оценка корреляционной функции стационарной, эргодической случайной функции по формулам (8), (9) не является единственной. В этом случае используется оценка корреляционной функции по одной типичной реализации  $x(t)$  случайной функции  $X(t)$ , полученной на интервале  $(0, T)$ .

Корреляционная функция есть математическое ожидание некоторой случайной величины

$$K_x(\tau) = M\{[X(t) - m_x][X(t + \tau) - m_x]\} \quad (11)$$

где  $m_x = \text{const}$

Следовательно, для функции  $K_x(\tau)$  можно применить оценку математического ожидания

стационарной, эргодической случайной функции, которой в данном случае является  $[x(t) - m_x]/[X(t + \tau) - m_x]$ , и оценка  $\bar{K}_x(\tau)$  имеет вид

$$\bar{K}_x(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} [x(t) - m_x][x(t + \tau) - m_x] dt$$

Указанная оценка будет несмещенной и состоятельной.

Оценкой корреляционной функции может служить также выражение

$$\bar{K}_x(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} x(t)x(t + \tau) dt - m_x^2 \quad (13)$$

Эта оценка для корреляционной функции совпадает с оценками (8) (9) при достаточно больших значениях  $T$ .

Поскольку в практических задачах обычно математическое ожидание случайной функции  $x(t)$  неизвестно и оценивается по одной из формул (1), (4), то в

этом случае оценка  $\bar{K}_x(\tau)$  определяется с помощью равенства

$$\bar{K}_x(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} [x(t - \tau) - \bar{m}_x] dt \quad (14)$$

или

$$\bar{K}_x(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} x(t)x(t - \tau) dt - (\bar{m}_x)^2 \quad (15)$$

Несмещенность оценок (14), (15) для стационарной эргодической функции  $x(t)$ , для корреляционной функции которой справедливо предельное соотношение

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} K_x(\tau) = 0 \quad (16)$$

вообще говоря, не имеет места. Действительно, применим операцию математического ожидания к обеим частям равенства (15). Тогда справедливо равенство

$$M[\bar{K}_x(\tau)] = M\left[\frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} x(t)x(t + \tau) dt\right] - M[(\bar{m}_x)^2] = \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} M[x(t)x(t + \tau)] dt - M[(\bar{m}_x)^2] = K_x(\tau) - D[\bar{m}_x] \quad (17)$$

Выше было установлено, что  $D[\bar{m}_x] \rightarrow 0$  ( $T \rightarrow \infty$ )

Поэтому из условия эргодичности (16) следует

$$M[\bar{K}_x(\tau)] \rightarrow K_x(\tau) \quad (T \rightarrow \infty)$$

Предельное равенство свидетельствует об асимптотической несмещенности оценок  $K_x(\tau)$  по формуле (15).

При построении графика оценки  $K_x(\tau)$  по формулам (14), (15) точность ее ординат убывает с ростом  $m$  в силу уменьшения интервала (о, T -

$\tau$ ) усреднения функции  $x(t)x(t + \tau)$ .

Практически эти формулы могут быть применены при  $\tau < T/5$ , при  $\tau > T/5$  дисперсии оценок растут.

Заметим, что если при вычислении оценки  $K_x(\tau)$  установлено, что она не стремится к нулю с ростом аргумента  $\tau$ , то это показывает, что предположение об эргодичности случайной функции  $x(t)$  является неправомерным.

**Оценка спектральной плотности.** Оценка спектральной плотности  $S_x(\omega)$  стационарной случайной функции может выполняться при помощи двух возможных способов:

1) по предварительной оценке корреляционной функции  $K_x(\tau)$  с последующим преобразованием по Фурье найденной эмпирической функции  $K_x(\tau)$  или ее аппроксимации;

2) преобразованием по Фурье реализации  $x(t)$  случайной функции для

непосредственного определения ординат  $S_x(\omega)$ .

Каждый из указанных способов имеет свои положительные и отрицательные стороны. Рассмотрим сначала первый способ. Он удобен, когда заранее известен вид корреляционной функции. Но если необходимо выяснить тонкую структуру спектральной плотности случайной функции, например для выявления скрытых периодичностей и их весов, то необходимо выполнить преобразование по Фурье функции  $K_x(\tau)$  без предварительной аппроксимации

$$\bar{S}_x(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^T K_x(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (18)$$

Оценка корреляционной функции известна только на конечном интервале (0, T), и точность этой оценки уменьшается при  $\tau \rightarrow T$ . Неучет значений корреляционной функции при  $\tau > T$  может привести к большим погрешностям в оценке спектральной плотности  $\bar{S}_x(\omega)$

Перейдем ко второму способу определения оценки  $\bar{S}_x(\omega)$ . В этом случае оценка спектральной плотности выполняется с помощью усреднения квадрата модуля амплитуды разложения случайной функции  $X(t)$  в ряд Фурье

$$\bar{S}_x(\omega) = \frac{1}{2\pi T} \left| \int_0^T X(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (19)$$

Выражение  $\bar{S}_x(\omega)$  принято называть периодограммой.

В результате применения оператора математического ожидания к обеим частям равенства (19) получаем

$$\begin{aligned} M[\bar{S}_x(\omega)] &= \frac{1}{2\pi T} M \left| \int_0^T e^{i\omega t} X(t) dt \right| \left| \int_0^T e^{i\omega \tau} X(\tau) d\tau \right| \\ &= \frac{1}{2\pi T} \int_0^T \int_0^T e^{i\omega t} M[X(t)X(\tau)] dt d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{\delta}{T}\right) \int_0^T e^{i\omega \delta} K_x(\delta) d\delta \rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty e^{i\omega \delta} K_x(\delta) d\delta = S_x(\omega), \end{aligned} \quad (T \rightarrow \infty)$$



Таким образом, периодограмма  $\tilde{S}_x(w)$  дает асимптотически несмещенную оценку спектральной плотности. Но  $\tilde{S}_x(w)$  является несостоятельной оценкой и не может быть принята в качестве оценки функции  $S_x(w)$  даже для больших  $T$ .

Существует ряд способов получения состоятельных оценок, использующих усреднение периодограммы по частотам. Получающаяся при этом величина интеграла

$$\frac{1}{2\pi T} \int_{w_1}^{w_2} \left| \int_0^T e^{iwt} x(t) dt \right|^2 dw \quad (20)$$

дает состоятельную оценку. Но при использовании полученной с таким усреднением оценки спектральной плотности также возникают большие погрешности, связанные с тем, что такая оценка является смещенной.

Оценки спектральной плотности, свободные от отмеченных недостатков приведенных выше оценок, могут быть получены путем их исправления методом рационального усреднения. Для этого используются специально подобранного вида весовые функции.

Так, при оценке спектральной плотности с помощью первого способа можно получить состоятельную оценку путем введения в формулу (18) весовой функции  $h(\tau)$ , которая отличается от нуля только на определенном интервале  $m \in (-T_0, T_0)$ :

$$\tilde{S}_x(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T h(\tau) \tilde{R}_x(\tau) \cos w\tau d\tau \quad (21)$$

Величина  $T_0$ , которая иногда называется шириной спектрального окна, должна удовлетворять двум противоречивым требованиям обеспечения несмещенности и состоятельности этой оценки. Не существует специальных рекомендаций по выбору значения  $T_0$ , поскольку наилучшее ее значение, удовлетворяющее указанным критериям, зависит от вида искомой

$$h(\tau) = \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \left(0.54 + 0.46 \cos \frac{\pi\tau}{T_0}\right), \quad \theta(\omega) = \frac{0.54 \sin \omega T_0}{2\pi \omega} - \frac{0.46 \omega \sin \omega T_0}{2\pi \omega} - \frac{0.46 \omega \sin \omega T_0}{2\pi \omega^2 - \left(\frac{\pi}{T_0}\right)^2}$$

## 2. «Усеченная оценка»

$$h(\tau) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\tau|}{T_0}\right), & \text{если } |\tau| \leq T_0 \\ 0, & \text{если } |\tau| > T_0 \end{cases} \quad \theta(\omega) = \frac{4 \sin^2 \frac{\omega T_0}{2}}{\pi \omega^2 T_0}$$

## 3. Оценка Бартлетта

$$h(\tau) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\tau|}{T_0}\right), & \text{если } |\tau| \leq T_0 \\ 0, & \text{если } |\tau| > T_0 \end{cases} \quad \theta(\omega) = \frac{1}{\pi \omega^2 T_0} \{ (T + T_0) \omega - (T - T_0) \omega \cos \omega T_0 + 2 \sin \omega T_0 \}$$

## 4. Оценка с помощью весовых функций

$$h(\tau) = \frac{\sin \alpha \tau}{\alpha \tau} \quad \theta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T_0}^{T_0} e^{i\omega \tau} \frac{\sin \alpha \tau}{\alpha \tau} d\tau$$

функции  $\tilde{S}_x(w)$  и цели исследования случайной функции. Можно указать процедуру выбора  $T_0$ , заключающуюся в том, что при определенной  $h(\tau)$  находятся оценки  $\tilde{S}_x(w)$  (21) для различных значений  $T_0$ . После этого выполняется анализ графиков полученных оценок  $\tilde{S}_x(w)$  который позволяет подобрать удовлетворительное значение  $T_0$ , при котором соответствующее  $\tilde{S}_x(w)$  имеет приемлемые характеристики. Интервал  $(-T_0, T_0)$  должен быть выбран достаточно большим.

Оценка спектральной плотности с помощью второго способа также выполняется с использованием некоторой весовой функции. Если функция  $h(\tau)$  удовлетворяет указанным выше условиям, то в качестве весовой функции  $\theta(w)$  при оценке  $S_x(w)$  по второму способу может быть взята функция, являющаяся преобразованием Фурье от функции

$$h(\tau), \quad \theta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega \tau} h(\tau) d\tau$$

В этом случае оценка  $S_x(w)$  будет иметь следующий вид:

$$\tilde{S}_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(\omega - \omega_1) \tilde{S}_x^*(\omega_1) d\omega_1$$

где  $\tilde{S}_x^*(\omega_1) \tilde{S}_x^*(\omega_1)$  — периодограмма, определяемая по формуле (19). Наибольшее применение в качестве весовых функций  $h(\tau)$  и  $\theta(\omega)$  получили следующие оценки.

## 1. Оценка Хэмминга

Параметр  $a$  вибирається так, чтобы оценка  $S_x(w)$  была приблизительно линейной в любом интервале частот длины  $2a$ . Определение оценок спектральной плотности по формулам (19) и (21) может быть выполнено на универсальных ЭЦВМ или на специализированных вычислительных устройствах (корреляторах и спектрографах).

Оценки моментов нестационарных случайных функций находятся с помощью различных методов сглаживания полученных в эксперименте реализаций. В частности, на практике широко используется способ скользящей средней. Соответствующие формулы для определения математического ожидания и корреляционной функции нестационарной случайной функции имеют вид

$$\bar{m}_x(t) = \frac{1}{2T_0} \int_{t-T_0}^{t+T_0} x(s) ds$$

$$\bar{K}_x(t+\tau, t) = \frac{1}{2T_1} \int_{t-T_1}^{t+T_1} [x(s+\tau) - \bar{m}_x(s+\tau)][x(s) - \bar{m}_x(s)] ds$$

Величины  $T_0$  и  $T_1$  должны быть достаточно большими, но такими, чтобы соответствующие моментные функции можно было считать приблизительно линейными функциями в интервале длины  $2T_0$  или  $2T_1$ .

Для того чтобы погрешности оценок математического ожидания  $\bar{m}_x(t)$  и корреляционной функции  $\bar{K}_x(t+\tau, t)$  были достаточно малыми, требуется выполнение следующих условий:  $2T_0 \ll T/5$ ,  $2T_1 \ll T/5$ ,  $T \gg \tau_0$  где  $\tau_0$  — интервал корреляции исследуемой функции  $x(t)$ . Проверка этих условий может быть выполнена по реализациям случайной функции.

(Продолжение следует...)

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Кремер Н.Ш. «Теория вероятности и математическая статистика», ЮНИТИ, М. – 2007. – 551 с.
2. Пожидаев В.Ф., Скринникова А.В. «Теория вероятности в задачах с решениями», Луганск, из-во ВЛУИМ.Дал. – 2004. – 366 с.
3. Пожидаев В.Ф., «Теория вероятности и математическая статистика (методические указания)», Луганск, из-во ВЛУИМ.Дал. – 2002. – 210 с.
4. Четыркин В.М., Калихман И.Л., «Вероятность и статистика», М., ФИС, 1982. – 318 с.
5. Экономико-математические методы и прикладные модели / под. ред. Федосеев В.В.. - М.:ЮНИТИ. – 2005. – 302 с.
6. Балантер Б.И. Вероятностные модели в физиологии М., Н., 1997. – 297 с.
7. Гринберг А.Г. Статистическое моделирование и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика. – 1990. – 253 с.
8. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования М.: Финансы и статистика. – 1977. – 200 с.

Шубладзе А.М., Семесенко М. П., Кузьмичёв К.О. Определение, оценки и критерии статистик случайных функций в задачах биомедицины применительно к задачам гормональной регуляции эндокринной гинекологии // Украинский медицинский альманах. – 2011. – Том 14, № 2. – С. 256-260.

Рассматривается моделирование процессов гормональной регуляции на базе теории случайных функций (процессов) с использованием моделей гормональных сигналов, даются определения и реализации для получения многомерных случайных функций (процессов), результатом сечения которых в зависимости от времени являются врачебные наблюдения процессов гормональной регуляции эндокринных систем. Даются постановки задачи исследования данного направления и наблюдения и приводятся критерии функционирования на примере регуляции гормонов ЛГ, Э, ФСГ, ПР в схемах их регуляции.

**Ключевые слова:** эндокринология, гормональный сигнал, рецепторно гормональные комплексы (ГРК), моделирование.

Шубладзе А.М., Семесенко М. П., Кузьмичев К.О. Визначення, оцінки і критерії статистик випадкових функцій у задачах біомедицини стосовно завдань гормональної регуляції ендокринної гінекології // Український медичний альманах. – 2011. – Том 14, № 2. – С. 256-260.

Розглядається моделювання процесів гормональної регуляції на базі теорії випадкових функцій (процесів) з використанням моделей гормональних сигналів, даються визначення та їх реалізації для отримання багатовимірних випадкових функцій (процесів), результатом перетину яких залежно від часу є лікарські спостереження процесів гормональної регуляції ендокринних систем. Даються постановки завдання дослідження даного напрямку і наводяться критерії функціонування на прикладі регуляції гормонів ЛГ, Е, ФСГ, ПР в схемах їх регуляції.

**Ключові слова:** ендокринологія, гормональний сигнал, рецепторні гормональні комплекси (ГРК), моделювання.

Shubladze A.M., Semesenko M.P., Kuzmichev K.O. Identification, evaluation criteria and the statistics of random functions in problems of biomedicine in relation to problems of hormonal regulation of endocrine gynecology // Український медичний альманах. – 2011. – Том 14, № 2. – С. 256-260.

We consider the modeling of hormone regulation based on the theory of random functions (processes) using the models of hormonal signals, given the definition and implementation for multivariate random functions (processes), resulting in cross sections are a function of time are the medical surveillance process of hormonal regulation of endocrine systems. Given setting of the study of the direction and supervision and provides criteria for the operation on the example of the regulation of hormones LH, E, FSH, PR schemes in their regulation.

**Key words:** endocrinology, hormonal signal, receptor hormonal complexes (RHC), design.

Надійшла 22.12.2010 р.

Рецензент: проф. В.В.Сімонок