

УДК 681.2:621.3.172:621.317.725

МЕТОДЫ ПОВЕРКИ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА АНАЛОГОВЫМИ СИГНАЛАМИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ

В.Н. Чинков, доктор технических наук, профессор Харьковского университета Воздушных Сил им. И. Кожедуба

В.В. Мошаренков, старший преподаватель Харьковского университета Воздушных Сил им. И. Кожедуба



В.Н. Чинков



В.В. Мошаренков

Получили дальнейшее развитие теоретические основы применения аналоговых сигналов специальной формы для поверки и калибровки электроизмерительных приборов переменного тока. Получены оценки методических погрешностей поверки конкретных приборов (амперметров, вольтметров и ваттметров), проведен их сравнительный анализ.

There were further developed the theoretical bases of the use of special form analogue signals for verification and calibration of AC electromeasuring instruments. There were obtained the evaluations of methodical errors of verification of particular instruments (amperemeters, voltmeters and wattmeter). There was carried out the comparative analysis of these evaluations.

В настоящее время при метрологическом обслуживании (поверке и калибровке) электроизмерительных приборов переменного тока (ЭИППТ) в качестве поверочных (и калибровочных) сигналов традиционно используются сигналы синусоидальной формы. Однако воспроизведение таких сигналов с высокой точностью задания перестраиваемых параметров (амплитуды, частоты и фазы) и с минимальным коэффициентом гармоник является весьма сложной технической задачей, причем сложность ее решения возрастает с повышением требований к точности задания характеристик сигнала. Поэтому актуальной научно-технической задачей является исследование возможностей замены при поверке ЭИППТ поверочных сигналов синусоидальной формы сигналами специальной

формы, к которым относятся, в частности, прямоугольный, треугольный и трапецидальный сигналы [1]. Использование именно таких сигналов в метрологической практике объясняется тем, что в эксплуатации уже давно находятся выпускаемые промышленностью, хорошо отработанные генераторы сложной формы типа Г6. В зарубежном приборостроении имеется большое количество различных модификаций таких генераторов и называют их функциональными [1, 2].

Впервые идея поверки ЭИППТ сигналами прямоугольной формы в отечественных работах высказана в статье [3], а более глубокие исследования этого метода, результаты которых подтвердили его новизну и эффективность, приведены в статьях [4–7].

Данная статья посвящена дальнейшему развитию теории применения сигналов специальной формы для поверки ЭИППТ [8–10]. Полученные результаты позволяют определить методическую погрешность поверки в зависимости от реактивных элементов измерительных цепей ЭИППТ при любой из трех форм измерительных сигналов, указанных выше. Однако детально анализируется процесс поверки ЭИППТ сигналом трапецидальной формы, из которого в частных случаях получают сигналы прямоугольной и треугольной формы.

Чтобы не ограничивать общность результатов, рассмотрим ЭИППТ с двумя измерительными цепями и обозначим через $i_1(t)$ и $i_2(t-\tau)$ токи в этих цепях. Временной интервал τ соответствует фазовому сдвигу входных сигналов этого прибора. Тогда показания прибора полностью определяются корреляционной функцией токов

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T i_1(t) i_2(t-\tau) dt, \quad (1)$$

где T – период входных сигналов поверяемого прибора.

Для амперметров и вольтметров, имеющих одну измерительную цепь, $i_1(t) \equiv i_2(t)$ и $\tau=0$, так что

$$R(0) = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = I^2,$$

где I – среднеквадратическое значение (СКЗ) тока в измерительной цепи прибора.

Свяжем показания прибора с входным напряжением $u(t)$, полагая, что форма входных сигналов в обеих цепях ЭИППТ одинакова.

Обозначим передаточные функции (или операторные проводимости) измерительных цепей через $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$, причем для амперметров и вольтметров $Y_1(p) \equiv Y_2(p)$. Разложим напряжение $u(t)$ в ряд Фурье:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_k e^{jk\omega t},$$

где

$$\dot{U}_k = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (2)$$

– комплекс СКЗ k -й гармоники напряжения $u(t)$.

Тогда, разлагая ток $i(t)$ в ряд Фурье, с учетом (2) получим

$$i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{U}_k Y_k e^{jk\omega t}, \quad (3)$$

где $Y_k = Y(p)|_{p=j\omega k} = Y_{j\omega k}$ – комплекс полной проводимости измерительной цепи ЭИППТ для k -й гармоники тока $i(t)$.

Подставляя (3) в (1), преобразуем его к виду

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \sum_k \sum_{k'} \dot{U}_k \dot{U}_{k'}^* Y_{1k} Y_{2k'}^* e^{j\omega k t - j\omega k'(t-\tau)},$$

или, переходя к одной переменной, имеем

$$R(\tau) = \sum_k |\dot{U}_k|^2 Y_{1k} Y_{2k}^* e^{jk\omega \tau} = \sum_k |\dot{U}_k|^2 G_k e^{jk\omega \tau}, \quad (4)$$

где $G_k = G(jk\omega) = Y_{1k} Y_{2k}^*$ – комплексная передаточная функция прибора; * – знак комплексного сопряжения.

Тогда $G(p) = Y_1(p) Y_2(-p)$ – передаточная функция прибора.

Подставляя в (4) равенство (2), получим

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{1}{T^2} \sum_k \int_0^T \int_0^T u(t) u(t') e^{jk\omega(t'-t+\tau)} G_k dt dt' = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^T g(t'-t+\tau) u(t) u(t') dt dt', \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$g(t) = \frac{1}{T} \sum_k G_k e^{jk\omega t} \quad (6)$$

– импульсная переходная характеристика прибора.

Используя периодичность функций $u(t)$ и $g(t)$, соотношение (5) запишем так:

$$R(\tau) = \int_0^T g(t) dt \frac{1}{T} \int_0^T u(t') u(t' - t + \tau) dt'.$$

Внутренний интеграл в этом выражении представляет корреляционную функцию напряжения в момент времени $(t-\tau)$. Обозначим ее

$$R_0(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t') u(t' - \tau) dt'. \quad (7)$$

Тогда окончательно для корреляционной функции токов (5) в измерительных цепях прибора получим

$$R(\tau) = \int_0^T g(t) R_0(\tau - t) dt. \quad (8)$$

Формула (8) дает искомую связь между корреляционными функциями входного напряжения $R_0(\tau)$ и токов $R(\tau)$, от которой зависят показания поверяемого прибора. Функция $g(t)$ полностью определяется параметрами измерительных цепей прибора.

Вычислим $g(t)$, принимая во внимание, что $Y_1(p)$, $Y_2(p)$ и $G(p)$ – дробно-рациональные функции. После разложения функции $G(p)$ по ее полюсам p_n из выражения (6), опуская промежуточные выкладки, имеем

$$g(t) = \sum_n A_n \frac{e^{p_n t}}{1 - e^{p_n T}}; \quad 0 < t < T, \quad (9)$$

где A_n – вычеты передаточной функции $G(p)$ в полюсах p_n , которые находятся как в левой, так и в правой полуплоскостях,

$$G(p) = \sum_n \frac{A_n}{p - p_n}.$$

Вне интервала $0, T$ функция $g(t)$ продолжается периодически.

Формулы (7), (9) позволяют полностью проанализировать зависимость показаний поверяемого прибора от формы входного сигнала при известных параметрах его измерительных цепей. Для того чтобы явно выделить влияние реактивных элементов измерительных цепей на показания прибора, выполним в (7) интегрирование по частям. Учтем при этом, что функция $R_0(\tau)$ может иметь разрывы производной, вызванные разрывами во входном сигнале.

Пусть m производных функции $R_0(\tau)$ непрерывны, а $(m+1)$ -я имеет скачки. Тогда после вычислений получим

$$\begin{aligned} R(\tau) &= G(0)R_0(\tau) + G'(0)R_0'(\tau) + \dots + \\ &+ \frac{1}{m!} G^{(m)}(0)R_0^{(m)}(\tau) + \int_0^T g_m(t) R_0^{(m+1)}(\tau - t) dt, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$g_m(t) = \sum_n \frac{A_n}{p_n^{m+1}} \cdot \frac{e^{p_n t}}{1 - e^{p_n T}}$$

– последовательные интегралы от функции $g(t)$;

$$G^{(m)}(0) = -m! \sum_n \frac{A_n}{p_n^{m+1}}.$$

В $(m+2)$ -й производной функции $R_0^{(m+2)}(\tau)$ при дифференцировании скачков возникнут δ -функции и дальнейшее разложение станет невозможным.

При малой реактивности измерительных цепей полюса функции $G(p)$ удовлетворяют условию $|p_n|T \gg 1$. Поэтому соотношение (10) представля-

ет собой разложение величины $R(\tau)$ по степеням малого параметра $\varepsilon = \omega\Delta\tau$, где $\Delta\tau$ – постоянная времени, определяемая реактивными элементами измерительных цепей, так что m -й член в (10) имеет порядок ε^m . Первый член в этом соотношении вовсе не зависит от реактивности измерительных цепей, а остальные члены дают добавки, вносимые реактивными элементами.

Переходим к определению погрешности метода поверки ЭИППТ сигналами специальной формы. В качестве исходного возьмем наиболее общий вид сигнала специальной формы – сигнал трапецеидальной формы (рис. 1):

$$u(t) = \begin{cases} U_m \frac{t}{\theta} & \text{при } 0 < t < \theta; \\ U_m & \text{при } \theta < t < \frac{T}{2} - \theta, \end{cases} \quad (11)$$

где при $t > T/2 - \theta$ используются условия симметрии и периодичности сигнала. Из (11), в частности, при $\theta = 0$ получим сигнал типа меандр, а при $\theta = T/4$ – сигнал треугольной формы.

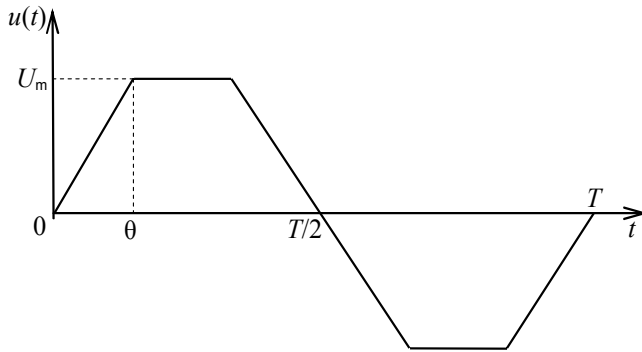


Рис. 1. Поверочный сигнал трапецеидальной формы

Опуская громоздкие вычисления, запишем окончательное выражение для корреляционной функции токов $R(\tau)$ при трапецеидальном поверочном сигнале:

$$R(\tau) = U^2 \left[|G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi) + \Delta_f \right], \quad (12)$$

где

$$\Delta_f = \frac{1}{2} \omega^2 \left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} [f''(\omega\tau) + f(\omega\tau)] \quad (13)$$

– абсолютная методическая погрешность поверки;

$$f(\varphi) = \begin{cases} 1 - a\varphi^2 + b\varphi^3 & \text{при } 0 < \varphi < \varphi_0 = \pi - 2\beta; \\ 1 - a\varphi^2 + b[\varphi^3 + q(\varphi - \varphi_0)^3] & \text{при } \varphi_0 < \varphi < \frac{\pi}{2}; \end{cases} \quad (14)$$

$$a = \left[\pi\beta \left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta \right) \right]^{-1}; \quad (15)$$

$$b = \left[6\pi\beta^2 \left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta \right) \right]^{-1}; \quad (16)$$

$$\beta = \omega\theta = \frac{2\pi\theta}{T};$$

$$\varphi = \omega\tau; \quad \varphi_0 = \omega\tau_0;$$

$$\text{причем } \varphi_0 = \begin{cases} \pi - 2\beta & \text{при } \frac{\pi}{4} < \beta < \frac{\pi}{2}; \\ 2\beta & \text{при } \beta < \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Вне интервала $0, \pi/2$ функция $f(\varphi)$ продолжается с помощью соотношений $f(-\varphi) = f(\varphi)$; $f(\varphi + \pi) = -f(\varphi)$.

При синусоидальном поверочном сигнале для корреляционной функции напряжений имеем

$$R_{os}(\tau) = U_s^2 \cos \omega\tau, \quad (17)$$

а для корреляционной функции токов –

$$R_s(\tau) = U_s^2 |G(j\omega)| \cos(\omega\tau + \psi), \quad (18)$$

где U_s – СКЗ синусоидального напряжения;

$$G(j\omega) \equiv G_1 = G(j\omega) e^{j\psi(j\omega)}.$$

Начальная фаза $\psi(j\omega)$ на рабочей частоте ω может как компенсироваться, так и не компенсироваться.

С использованием обобщенных формул (12)–(18) проведем оценку методических погрешностей поверки различных ЭИППТ сигналами специальной формы.

Прежде всего отметим, что формула (12) для корреляционной функции $R(\tau)$ трапецеидального сигнала отличается от формулы (18) для корреляционной функции $R_s(\tau)$ синусоидального сигнала двумя факторами. Во-первых, вместо функции $\cos(\omega\tau + \psi)$ в (18) в формулу (12) входит функция $f(\omega\tau + \psi)$. Поскольку эта функция известна и не зависит от реактивных элементов измерительной цепи, то данное отличие легко учесть при калибровке прибора. Во-вторых, формула (12) содержит составляющую Δ_f , которая зависит от реактивных элементов измерительных цепей прибора и при неизвестных значениях этих элементов учесть величину Δ_f невозможно. Поэтому получим оценку этой погрешности.

Для оценки погрешности Δ_f разложим функцию $|G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi)$ в степенной ряд с точностью до величины ε^2 включительно. Предварительно разложим в степенные ряды функции $|G(j\omega)|$, $f(\omega\tau + \psi)$ и с учетом приведенных разложений находим

$$\begin{aligned} |G(j\omega)| f(\omega\tau + \psi) &= G(0) f(\omega\tau) + \omega G'(0) f'(\omega\tau) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega^2 \frac{[G'(0)]^2}{G(0)} f''(\omega\tau) + \\ &+ \frac{1}{2} \omega^2 \frac{[G'(0)]^2 - G''(0)G(0)}{G(0)} f(\omega\tau) + O(\varepsilon^3). \end{aligned}$$

С использованием данного выражения из (13) для погрешности Δ_f находим

$$\Delta_f = \frac{1}{2} \omega^2 \left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} [f''(\omega\tau) + f(\omega\tau)]. \quad (19)$$

Погрешность Δ_f обращается в нуль либо для синусоидальных поверочных сигналов, либо при условии $[f''(\omega\tau) + f(\omega\tau)] = 0$, либо если фазовый сдвиг между сигналами не зависит от частоты сигналов, так как в этом случае

$$\left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} = 0.$$

Вычислим величину $\left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0}$, полагая, что $G(p)$ – дробно-рациональная функция, то есть

$$G(p) = \frac{G_1(p)}{G_2(p)},$$

где $G_1(p)$ и $G_2(p)$ – полиномы.

Тогда, разлагая $G_1(p)$ и $G_2(p)$ по корням, имеем

$$G(p) = k \frac{(p - q_1)(p - q_2)\dots}{(p - p_1)(p - p_2)\dots},$$

где q_1, q_2 – корни полинома $G_1(p)$; p_1, p_2 – корни полинома $G_2(p)$, которые являются полюсами функции $G(p)$; k – постоянная величина.

Находим

$$\ln G(p) = \ln k + \sum_i \ln(p - q_i) - \sum_i \ln(p - p_i),$$

а затем

$$\left[\ln G(p) \right]'' = -\sum_i \frac{1}{(p - q_i)^2} + \sum_i \frac{1}{(p - p_i)^2}.$$

Полагая в этом выражении $p=0$, получим

$$\left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} = -\sum_i \frac{1}{q_i^2} + \sum_i \frac{1}{p_i^2}. \quad (20)$$

Заметим, что поскольку погрешность Δ_f имеет второй порядок малости, то с той же точностью величину $G(0)$ в (19) можно заменить на $G(j\omega)$, после чего формулу (12) можно окончательно записать в виде

$$R(\tau) = U^2 |G(j\omega)| [f(\omega\tau + \psi) + \Delta_f] + 0(\varepsilon^3), \quad (21)$$

где

$$\Delta_f = \frac{1}{2} \omega^2 \left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} \upsilon(\omega\tau); \quad (22)$$

$$\upsilon(\omega\tau) = f''(\omega\tau) + f(\omega\tau) \quad (23)$$

– численный множитель, зависящий от формы поверочного сигнала; его значения для конкретных форм специальных сигналов вычислены ниже.

При анализе методических погрешностей, обусловленных отличием поверочных сигналов специальной формы от синусоидальной, выражение (21) следует сравнивать с (17) или (18).

В качестве примера получим оценки этих погрешностей для электромеханических амперметров, вольтметров и ваттметров переменного тока.

При проверке амперметров и вольтметров $Y_1(p) = Y_2(p) = Y(p)$. Поэтому

$$G(j\omega) = Y(j\omega)Y(-j\omega) = |Y(j\omega)|^2,$$

то есть функция $G(j\omega)$ вещественна, а значит, $\psi_1 = 0$. Кроме того, выполняется условие $\tau=0$.

Для синусоидального сигнала из (18) имеем

$$R_s = U_s^2 |G(j\omega)|.$$

Так как $f(0) = 1$, то для трапецеидального сигнала из (21) получим

$$R = U_s^2 |G(j\omega)| (1 + \Delta_f). \quad (24)$$

Если при проверке обеспечить равенство СКЗ $U = U_s$, то, учитывая, что измеряемая величина (СКЗ синусоидального напряжения или тока) равна \sqrt{R} , для абсолютной методической погрешности из (24), используя разложение величин $\sqrt{1 + \Delta_f}$ в степенной ряд до линейного члена, получим

$$\begin{aligned} \Delta_f(\sqrt{R}) &= U \sqrt{|G(j\omega)|} (\sqrt{1 + \Delta_f} - 1) \approx \\ &\approx \frac{1}{2} U \sqrt{|G(j\omega)|} \Delta_f, \end{aligned} \quad (25)$$

а для относительной методической погрешности с учетом (24) и (25) находим

$$\delta_f = \frac{\Delta_f(\sqrt{R})}{\sqrt{R}} = \frac{1}{2} \Delta_f. \quad (26)$$

Как видно из (25) и (26), абсолютная и относительная методические погрешности проверки определяются величиной Δ_f , которая, в свою очередь, как следует из (23), зависит, во-первых, от формы сигнала посредством $[f''(\omega\tau) + f(\omega\tau)] = \upsilon(\omega\tau)$ и, во-вторых, от реактивных элементов прибора. Получим оценки обеих составляющих погрешности.

Оценку погрешности проверки, вносимой величиной $[f''(\omega\tau) + f(\omega\tau)]$, найдем из выражения (23) с учетом (14) при $\tau=0$, получим

$$\upsilon(\omega\tau) = [f''(\omega\tau) + f(\omega\tau)]_{\tau=0} = 1 - 2a,$$

или, подставляя (15), имеем

$$\upsilon = 1 - 2 \left[\pi\beta \left(1 - \frac{4}{3\pi}\beta \right) \right]^{-1}, \quad \text{при } 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (27)$$

Определим значение β , при котором эта составляющая методической погрешности минимальна. Так как величина $\beta(1 - (4/3\pi)\beta)$ имеет максимум при $\beta = 3\pi/8$, то это значение и соответствует наименьшему по модулю значению величины υ :

$$\upsilon \Big|_{\beta=3\pi/8} = 1 - \frac{32}{3\pi^2} = -0,080.$$

Для треугольного поверочного сигнала $\beta = \pi/2$ и

$$\upsilon \Big|_{\beta=\pi/2} = 1 - \frac{12}{\pi^2} = -0,216.$$

Для трапецеидального поверочного сигнала с устраненной третьей гармоникой $\beta = \pi/3$ и

$$\upsilon \Big|_{\beta=\pi/3} = 1 - \frac{54}{5\pi^2} = -0,094.$$

Переходим к оценке второй составляющей методической погрешности проверки, при этом рас-

смотрим две группы приборов: без компенсации и с компенсацией индуктивности измерительной цепи [4, 6].

В приборах первой группы (без компенсации индуктивности) измерительная цепь состоит из последовательно соединенных активного сопротивления R_1 (с учетом добавочного сопротивления, если оно есть) и индуктивности L_1 (рис. 2а).

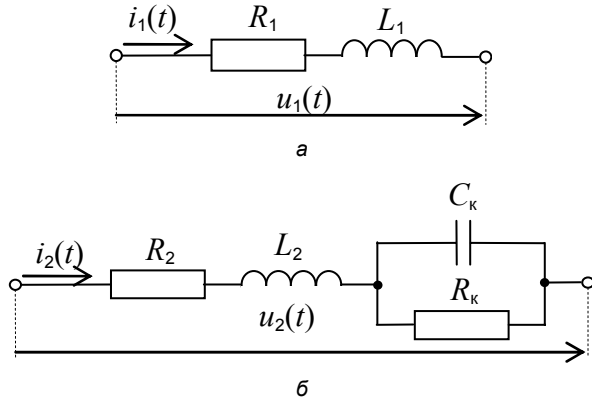


Рис. 2. Схемы измерительных цепей ЭИППТ: а – без компенсации индуктивности; б – с компенсацией индуктивности

Для такой схемы операторная проводимость $Y_1(p)$ имеет единственный полюс $p_1 = -R_1/L_1$, а функция $G(p)$ имеет два полюса: $p_1 = -R_1/L_1$ и $p_2 = R_1/L_1$. Нулей функция $G(p)$ не имеет. Поэтому из (20) находим

$$\left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} = 2 \left(\frac{L_1}{R_1} \right)^2. \quad (28)$$

Тогда из (26) с учетом (22), (27) и (28) определим относительную методическую погрешность поверки для приборов без компенсации индуктивности измерительной цепи:

$$\delta_{M1} = \frac{1}{2} \nu \left(\frac{\omega L_1}{R_1} \right)^2 = \frac{1}{2} \nu (\omega \tau_1)^2, \quad (29)$$

где ω – рабочая частота; $\tau_1 = L_1/R_1$ – постоянная времени измерительной цепи R_1, L_1 .

Схема прибора с компенсацией индуктивности измерительной цепи приведена на рис. 2б. Условие компенсации на рабочей частоте ω имеет вид $\text{Im} \underline{Z} = 0$, где \underline{Z} – комплекс полного сопротивления измерительной цепи прибора, и приводит к условию

$$\omega L_2 = \frac{R_k^2 \omega C_k}{1 + (R_k \omega C_k)^2}, \quad (30)$$

где R_k, C_k – активное сопротивление и емкость компенсационной цепи.

Запишем выражение для операторного сопротивления прибора:

$$Z(p) = R_2 + pL_2 + \frac{R_k}{1 + pR_k C_k}. \quad (31)$$

Введем следующие обозначения:

$$\alpha = \omega R_k C_k; \quad \beta = \frac{R_k}{R_2 + R_k} = \frac{R_k}{R}; \quad \gamma = \frac{\omega L_1}{R_1};$$

$$R = R_2 + R_k.$$

Условие компенсации (30) в этих обозначениях принимает вид

$$\gamma = \frac{\alpha \beta}{1 + \alpha^2}. \quad (32)$$

С учетом принятых обозначений в (31) корни операторного сопротивления $Z(p)$ определяются из уравнения

$$\alpha \gamma \left(\frac{p}{\omega} \right)^2 + \alpha(1 - \alpha \gamma) \frac{p}{\omega} + 1 = 0.$$

Их два – p_1 и p_2 , причем

$$p_1 p_2 = \frac{\omega^2}{\alpha \gamma}; \quad \frac{1}{\omega} (p_1 + p_2) = -\frac{1 - \alpha \gamma}{\gamma};$$

$$\frac{1}{p_1^2} + \frac{1}{p_2^2} = \frac{1}{\omega^2} [\alpha^2 (1 - \alpha \gamma)^2 - 2\alpha \gamma].$$

Полюс операторной проводимости $Y(p) = Z^{-1}(p)$, то есть нуль $Z(p)$, равен

$$p_3 = -\frac{1}{R_k C_k} = -\frac{\omega}{\alpha}.$$

Поскольку передаточная функция прибора $G(p) = Y(p)Y(-p)$ имеет полюса $(-p_1, -p_2)$ и нуль $(-p_3)$, из (20) находим

$$\left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} = \frac{2}{\omega^2} [-2\alpha \gamma (1 + \alpha^2) + \alpha^4 \gamma^2] \approx -\frac{4\alpha \gamma}{\omega^2},$$

где учтено, что величины α, γ имеют второй порядок малости, то есть $\alpha, \gamma \ll 1$. Кроме того, подставляя в данное выражение условие компенсации (32) и пренебрегая в нем величиной α^2 в знаменателе, получим

$$\left[\ln G(p) \right]'' \Big|_{p=0} = -\frac{4\alpha^2 \beta}{\omega^2} = -\frac{4\alpha \gamma}{\omega^2} = -\frac{4R_k C_k L_2}{R_2}.$$

Аналогично (29) для относительной методической погрешности поверки ЭИППТ с компенсацией индуктивности измерительной цепи (рис. 2б) находим

$$\delta_{M2} = -\frac{\omega^2 R_k C_k L_2}{R_2} \nu,$$

где $\tau_2 = R_2/L_2$; $\tau_k = R_k C_k$ – постоянные времени цепочек R_2, L_2 и R_k, C_k соответственно.

У электромеханических ваттметров последовательная цепь (цепь тока) содержит только активное сопротивление и индуктивность (рис. 2а), а параллельная цепь (цепь напряжения) выполнена по схеме с компенсацией индуктивности аналогично (рис. 2б).

Полюса и нули для этих двух измерительных цепей были найдены выше, поэтому из (20) получим

$$[\ln G(p)]'' \Big|_{p=0} = -\frac{2R_k C_k L_2}{R_2} + \left(\frac{L_1}{R_1}\right)^2,$$

а из (22) запишем

$$\Delta_{MP} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\omega L_1}{R_1}\right)^2 - \frac{\omega^2 R_k C_k L_2}{R_2} \right] \upsilon(\omega\tau). \quad (33)$$

Таким образом, методическая погрешность поверки ваттметра (33) определяется отличием функции $f(\varphi)$ реального поверочного сигнала от функции $\cos\varphi$ для синусоидального поверочного сигнала, которое отображается величиной $\upsilon(\omega\tau)$. Обозначим $y = \cos\varphi - f(\varphi)$ и найдем максимальное значение y_{\max} , то есть максимальное различие функций $f(\varphi)$ и $\cos\varphi$, для двух видов поверочных сигналов специальной формы:

треугольного сигнала, которому соответствует условие $\beta = \pi/2$;

трапецеидального сигнала с исключенной третьей гармоникой (условие $\beta = \pi/3$).

Для треугольного сигнала ($\beta = \pi/2$) из (15), (16) находим

$$a = 6/\pi^2; \quad b = 2/\pi^3; \quad \varphi_0 = 0,$$

тогда из (14) получим

$$f(\varphi) = 1 - \frac{6}{\pi^2} \varphi^2 + \frac{4}{\pi^3} \varphi^3 \quad \text{при } 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}.$$

С учетом этого равенства для величины y имеем

$$y = \cos\varphi - 1 + \frac{6}{\pi^2} \varphi^2 - \frac{4}{\pi^3} \varphi^3,$$

откуда первая производная

$$y' = -\sin\varphi + \frac{12}{\pi^2} \varphi - \frac{12}{\pi^3} \varphi^2.$$

Из условия $y' = 0$ запишем уравнение для точки максимума φ_0 :

$$\sin\varphi_0 = \frac{12}{\pi^2} \left(1 - \frac{\varphi_0}{\pi}\right) \varphi_0.$$

Данное уравнение решается с помощью итераций

$$\varphi_{n+1} = \arcsin \left[\frac{12}{\pi} \left(1 - \frac{\varphi_n}{\pi}\right) \frac{\varphi_n}{\pi} \right],$$

и полученное решение дает $\varphi_0 = 0,2788\pi$. В этой точке различие между функциями $\cos\varphi$ и $f(\varphi)$ максимально и равно $y_{\max} = 0,02$, что составляет около 3% от $\cos\varphi_0 = 0,641$.

Для трапецеидального сигнала с исключенной третьей гармоникой ($\beta = \pi/3$) аналогично предыдущему из (15), (16) находим

$$a = \frac{27}{5\pi^2}; \quad b = \frac{27}{10\pi^3}; \quad \varphi_0 = \pi - 2\beta = \frac{\pi}{3},$$

а из (14) –

$$f(\varphi) = \begin{cases} 1 - \frac{27}{5\pi^2} \varphi^2 + \frac{27}{10\pi^3} \varphi^3 \\ \text{при } 0 < \varphi < \frac{\pi}{3}; \\ 1 - \frac{27}{5\pi^2} \varphi^2 + \frac{27}{10\pi^3} \left[\varphi^3 + \left(\varphi - \frac{\pi}{3}\right)^3 \right] \\ \text{при } \frac{\pi}{3} < \varphi < \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (34)$$

Для области $0 < \varphi < \pi/3$ с учетом первого уравнения в (34) из условия максимума $y' = 0$ находим $\varphi_0 = 0,176\pi$, а затем – максимальную разность функций $f(\varphi)$ и $\cos\varphi$ $y_{\max} = 0,0035$.

Так как $\cos\varphi_0 = 0,85$, то относительное значение y_{\max} составляет около 0,4%.

Для области $\pi/3 < \varphi < \pi/2$ имеем $f(\varphi) > \cos\varphi$, поэтому с учетом (34) второго уравнения из условия максимума $y' = 0$ находим $\varphi_0 = 0,4\pi$ и $(-y_{\max}) = 0,0006$, что составляет около 0,2%.

Итак, во всей области изменения фазового сдвига φ имеем

$$|f(\varphi) - \cos\varphi| \leq 0,0035,$$

что указывает на возможность применения метода поверки электромеханических ваттметров при трапецеидальном поверочном сигнале с исключенной третьей гармоникой ($\beta = \pi/3$) без коррекции.

При допустимости более грубой методической погрешности поверки ваттметров можно использовать треугольный поверочный сигнал, для которого

$$|f(\varphi) - \cos\varphi| \leq 0,02.$$

При $\beta = \pi/3$ методическая погрешность поверки от замены функции $\cos\varphi$ на функцию $f(\varphi)$ равна нулю при $\varphi = 0, \pm\pi/3, \pm\pi/2$. Анализ показывает, что в точках $\varphi = 0, \pm\pi/2$ методическая погрешность поверки электромеханических ваттметров равна нулю при всех значениях β .

Таким образом, для поверки электроизмерительных приборов переменного тока возможно и иногда целесообразно применение сигналов треугольной и трапецеидальной форм, которые, с одной стороны, могут оказаться более простыми для воспроизведения и регулирования по сравнению с прецизионными сигналами синусоидальной формы, а с другой стороны, обеспечивают более высокую точность поверки, чем сигналы прямоугольной формы.

Список литературы

1. Дьяков В.П. Генерация и генераторы сигналов / В.П. Дьяков – М.: ДМК Пресс, 2009. – 384 с.
2. Современные функциональные генераторы за рубежом: экспресс-информация. – М.: Информ-прибор, 1988. – 13 с. – (Сер. ТС-5).
3. Туз Ю.М. Источник калибровочного напряжения / Ю.М. Туз, Ю.С. Есиков // Измерительная техника. – 1973. – № 9. – С. 42–44.

4. Минц М.Я. Об использовании сигналов прямоугольной формы для поверки электромеханических приборов / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Там же. – 1980. – № 3. – С. 42–43.
5. Минц М.Я. Поверка электромеханических приборов сигналами прямоугольной формы с регулируемой скважностью / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Там же. – 1987. – № 4. – С. 64–66.
6. Чинков В.Н. Теоретические основы калибровки электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Украинський метрологічний журнал. – 2002. – № 2. – С. 58–61.
7. Чинков В.Н. Методы поверки электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы с регулируемыми временными параметрами / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Там же. – 2002. – № 4. – С. 19–22.
8. Чинков В.Н. Обобщенная математическая модель электроизмерительных приборов при входных периодических сигналах сложной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Збірник наукових праць ХУПС. – Х.: ХУПС, 2011. – Вып. 3 (29) – С. 221–223.
9. Чинков В.Н. Частные математические модели электроизмерительных приборов переменного тока для входных сигналов специальной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Там же. – 2012. – Вып. 1 (30) – С. 175–177.
10. Чинков В.Н. Обобщенное выражение для оценивания методической погрешности поверки электроизмерительных приборов переменного тока сигналами сложной формы / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Там же. – 2012. – Вып. 2 (30) – С. 182–184.