



УДК 621.317.38

ПОВЫШЕНИЕ ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ МОЩНОСТИ ЦИФРОВЫМ МЕТОДОМ ПЕРЕМНОЖЕНИЯ

В.Н. Чинков, доктор технических наук, профессор Харьковского университета Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба



Получил развитие цифровой метод перемножения измерения мощности, широко применяемый в зарубежном приборостроении, который основан на корреляционной обработке мгновенной мощности, что обеспечивает повышение помехозащищенности метода.

The digital multiplication method of power measurement is widely applicable in foreign instrument-making industry has being got a development. It is based on correlation processing of instantaneous power that provides a growth of method noise immunity.

Среди множества известных методов измерения мощности [1–3] в зарубежном приборостроении предпочтение отдается цифровому методу перемножения кодов мгновенных значений тока и напряжения [3]. Цифровая обработка сигналов (DSP) в этих измерителях осуществляется с помощью специализированных микроконтроллеров фирмы “Analog Devices” ADE77. обстоятельное исследование погрешностей цифровых измерителей мощности, реализующих цифровой метод перемножения, проведено в [4].

Данная статья посвящена дальнейшему развитию цифрового метода перемножения, направленному на повышение его помехозащищенности, а следовательно, и точности измерения мощности.

Предлагаемый метод измерения действительного значения активной мощности \tilde{P} основывается на корреляционной обработке мгновенной мощности $p(t)$ в соответствии с выражением

$$\tilde{P} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \sin(2\omega t + \beta) dt, \quad (1)$$

где

$$p(t) = u(t)i(t); \quad (2)$$

$u(t)$, $i(t)$ – реальные функции (с учетом помех) напряжения и тока нагрузки, в которой измеряется мощность; t , $\omega = 2\pi/T$ – соответственно период и кру-

говая частота напряжения и тока; β – начальная фаза синусоидальной базисной функции (или сигнала) $\sin(2\omega t + \beta)$.

Предположим, что нагрузка является линейной, а полезное напряжение $u_0(t)$ и ток $i_0(t)$ в ней изменяются по синусоидальному закону:

$$u_0(t) = U_m \sin \omega t; \quad (3)$$

$$i_0(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

где U_m , I_m – максимальные значения напряжения $u_0(t)$ и тока $i_0(t)$ соответственно; φ – сдвиг (разность) фаз между напряжением и током.

Пусть в сигналах напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ присутствуют аддитивные помехи $\xi_u(t)$ и $\xi_i(t)$, некоррелированные с основным (полезным) сигналом $u_0(t)$ и $i_0(t)$ соответственно, то есть в спектре каждой помехи отсутствуют составляющие основной и кратных частот данного сигнала. Тогда с учетом (3), (4) имеем

$$u(t) = U_m \sin \omega t + \xi_u(t); \quad (5)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) + \xi_i(t). \quad (6)$$

Используя (5), (6), из равенства (2) для действительного значения мгновенной мощности запишем

$$p(t) = p_0(t) + \Delta p(t), \quad (7)$$

где

$$p_0(t) = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) - \quad (8)$$

полезная мгновенная мощность;

$$\Delta p(t) = \xi_u i_0(t) + \xi_i u_0(t) + \xi_u \xi_i - \quad (9)$$

составляющая помех в мгновенной мощности $p(t)$, причем $\xi_u(t) \equiv \xi_u$, $\xi_i(t) \equiv \xi_i$.

После вычислений выражение (8) принимает известный вид:

$$p_0(t) = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi), \quad (10)$$

где U , I – средние квадратические (или действующие) значения (СКЗ) напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ соответственно.

Из (10) находим истинное значение измеряемой активной мощности (без учета помех):

$$P = UI \cos \varphi. \quad (11)$$

Алгоритм измерения активной мощности предлагаемым цифровым корреляционным методом основан на переходе в (1) от интеграла к сумме, что, естественно, вносит методическую погрешность дискретизации. Тогда для цифрового эквивалента \tilde{N} действительного значения измеряемой мощности \tilde{P} получим

$$\tilde{N} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n p(t_q) \sin(2\omega t_q + \beta),$$

откуда после подстановки (7) с учетом (8) имеем

$$\tilde{N} = \frac{1}{2} UI \sin(\varphi - \beta) + \Delta N = N + \Delta N_\xi,$$

где

$$N = \frac{1}{2} UI \sin(\varphi - \beta) - \quad (12)$$

числовой эквивалент истинного значения измеряемой активной мощности P ;

$$\Delta N_\xi = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n \Delta p(t_q) \sin(2\omega t_q + \beta) - \quad (13)$$

абсолютная погрешность измерения мощности P , вносимая помехами в сигналах напряжения и тока.

Для определения помехозащищенности метода вычислим оценки дисперсии помехи $\Delta p(t)$ в измеряемой мощности \tilde{P} на входе и выходе цифрового корреляционного измерителя мощности, найдем для них отношения сигнал/помеха и сравним их между собой.

Как видно из (9), помеха $\Delta p(t)$ в сигнале мгновенной мощности нестационарна, поэтому под оценкой дисперсии этой помехи будем понимать среднюю оценку дисперсии за период T сигнала, то есть с учетом (9)

$$\sigma_p^2 = \langle \Delta p^2(t) \rangle = \langle [\xi_u i_0(t) + \xi_i u_0(t) + \xi_u \xi_i]^2 \rangle. \quad (14)$$

При достаточно малых помехах величиной $\xi_u \xi_i$ можно пренебречь, а принимая во внимание некоррелированность каждой помехи с соответствующим сигналом, выражение (14) запишем в виде

$$\sigma_p^2 = \langle u_0^2(t) \rangle \langle \xi_i^2 \rangle + \langle i_0^2(t) \rangle \langle \xi_u^2 \rangle = U_0^2 \sigma_i^2 + I_0^2 \sigma_u^2, \quad (15)$$

где U_0, I_0 – СКЗ напряжения $u_0(t)$ и тока $i_0(t)$ соответственно; σ_u^2, σ_i^2 – оценки дисперсии помех $\xi_u(t)$ и $\xi_i(t)$ соответственно.

Переходим к вычислению дисперсии величины \tilde{N} :

$$\sigma_N^2 = \langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle.$$

С использованием выражения (13) находим

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{q,l=1}^n \langle \Delta p(t_q) \Delta p(t_l) \rangle \sin(2\omega t_q + \beta) \times \sin(2\omega t_l + \beta). \quad (16)$$

Поскольку помехи ξ_u и ξ_i в сигналах напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ не коррелированы, то есть $\langle \xi_u \xi_i \rangle = 0$, то с учетом (9) получим

$$\langle \Delta p(t_q) \Delta p(t_l) \rangle = \langle \xi_i(t_q) \xi_i(t_l) \rangle u_0(t_q) u_0(t_l) + \langle \xi_u(t_q) \xi_u(t_l) \rangle i_0(t_q) i_0(t_l). \quad (17)$$

Подставив данное равенство в (16), имеем

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{q,l=1}^n \langle \xi_i(t_q) \xi_i(t_l) \rangle u_0(t_q) u_0(t_l) \sin(2\omega t_q + \beta) \sin(2\omega t_l + \beta) + \frac{1}{n^2} \sum_{q,l=1}^n \langle \xi_u(t_q) \xi_u(t_l) \rangle i_0(t_q) \times i_0(t_l) \sin(2\omega t_q + \beta) \sin(2\omega t_l + \beta). \quad (18)$$

Из этого выражения видно, что дисперсия σ_N^2 представляет сумму двух членов, соответствующих двум слагаемым формулы (17). Так как их вычисления выполняются аналогично, то проделаем это для одного из них:

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 = \frac{1}{n^2} \sum_{q,l=1}^n \langle \xi_i(t_q) \xi_i(t_l) \rangle u_0(t_q) \times u_0(t_l) \sin(2\omega t_q + \beta) \sin(2\omega t_l + \beta). \quad (19)$$

Величина $\langle \xi_i(t_q) \xi_i(t_l) \rangle$ представляет собой корреляционную функцию помехи в кривой тока $i(t)$. Для стационарной помехи корреляционная функция зависит только от модуля разности времен t_q и t_l [5]:

$$\langle \xi_i(t_q) \xi_i(t_l) \rangle = R_i(t_q, t_l) = R_i(|t_q - t_l|), \quad (20)$$

где $R_i(t_q, t_l) = R_i(|t_q - t_l|)$ – корреляционная функция стационарной помехи.

Рассмотрим вначале простейший случай, когда значения помехи $\xi_i(t)$ в различные моменты времени t_q, t_l не коррелированы, то есть

$$\langle \xi_i(t_q) \xi_i(t_l) \rangle = \begin{cases} \sigma_i^2 & \text{при } t_q = t_l; \\ 0 & \text{при } t_q \neq t_l. \end{cases}$$

С учетом этого выражения формула (19) принимает вид

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 = \frac{\sigma_i^2}{n^2} \sum_{q=1}^n u_0^2(t_q) \sin^2(2\omega t_q + \beta). \quad (21)$$

Подставляя в (21) равенство (3), после преобразований находим

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 = \frac{1}{2n} \sigma_i^2 U^2. \quad (22)$$

Аналогичные вычисления второго слагаемого в формуле (18) дают

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_2 = \frac{1}{2n} \sigma_u^2 I^2. \quad (23)$$

Суммируя две составляющие дисперсии σ_N^2 , заданные равенствами (22) и (23), для условия некоррелированных помех получим

$$\sigma_N^2 = \frac{1}{2n} (\sigma_i^2 U^2 + \sigma_u^2 I^2). \quad (24)$$

Вычислим отношения сигнал/помеха на входе и выходе цифрового корреляционного измерителя мощности, приняв за показатель этого отношения

дробь мощность/дисперсия. С использованием (11), (12), (15) и (24) для наиболее неблагоприятного соотношения фаз находим максимальные значения отношений сигнал/помеха:

на входе измерителя мощности

$$\left(\frac{U^2 I^2}{\sigma_p^2}\right)_{\max} = \frac{U^2 I^2}{\sigma_u^2 I^2 + \sigma_i^2 U^2}; \quad (25)$$

на выходе измерителя мощности

$$\left(\frac{N_p^2}{\sigma_N^2}\right)_{\max} = \frac{U^2 I^2 n}{2(\sigma_u^2 I^2 + \sigma_i^2 U^2)}. \quad (26)$$

Введем отношение

$$\Pi = \left(\frac{N_p^2}{\sigma_N^2}\right)_{\max} / \left(\frac{U^2 I^2}{\sigma_p^2}\right)_{\max}. \quad (27)$$

Его можно назвать коэффициентом помехозащитности.

Подставляя в (27) равенства (25), (26), имеем

$$\Pi = \frac{n}{2}, \quad (28)$$

то есть отношение сигнал/помеха на выходе корреляционного измерителя мощности в $n/2$ раз больше отношения сигнал/помеха на его входе.

Как следует из (28), помехозащитность цифрового корреляционного метода измерения мощности при условии некоррелированности помех в кривых напряжения и тока определяется числом точек их дискретизации n .

Рассмотрим теперь общий случай, когда помехи в сигналах напряжения и тока коррелированы.

Выразим составляющую дисперсии $\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1$ через корреляционную функцию, для этого в (19) подставим (3) и (20), получим

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 = \frac{U_m^2}{n^2} \sum_{q,l=1}^n R_l \left(|t_q - t_l| \right) \sin \omega t_q \times \\ \times \sin \omega t_l \sin (2\omega t_q + \beta) \sin (2\omega t_l + \beta). \quad (29)$$

Обозначим спектральную плотность мощности (СПМ) помехи $\xi_i(t)$ через $G_i(\Omega)$. В соответствии с теоремой Винера-Хинчина [5]

$$R_l(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_l(\Omega) e^{j\Omega\tau} d\Omega, \quad (30)$$

где τ – временной сдвиг.

Подставляя (30) в (29), имеем

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 = \frac{U_m^2}{n^2} \int_{-\infty}^{\infty} G_l(\Omega) |\chi(\omega, \Omega)|^2 d\Omega, \quad (31)$$

где обозначено

$$\chi(\omega, \Omega) = \sum_{q=1}^n e^{j\Omega t_q} \sin \omega t_q \sin (2\omega t_q + \beta) = \\ = \left| \sum_{l=1}^n e^{-j\omega t_l} \sin \omega t_l \sin (2\omega t_l + \beta) \right|.$$

Физический смысл функции $\chi(\omega, \Omega)$ поясняется ниже.

Вычислим функцию $\chi(\omega, \Omega)$, предварительно преобразовав ее к виду

$$\chi(\omega, \Omega) = \frac{1}{4} [\chi_1(\omega, \Omega) + \chi_2(\omega, \Omega) - \\ - \chi_3(\omega, \Omega) - \chi_4(\omega, \Omega)], \quad (32)$$

где

$$\chi_1(\omega, \Omega) = \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega+\omega)t_q + j\beta} = e^{j\beta} \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega+\omega)q\Delta t}, \quad (33)$$

$$\chi_2(\omega, \Omega) = \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega-\omega)t_q - j\beta} = e^{-j\beta} \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega-\omega)q\Delta t}, \quad (34)$$

$$\chi_3(\omega, \Omega) = \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega+3\omega)t_q + j\beta} = e^{j\beta} \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega+3\omega)q\Delta t}, \quad (35)$$

$$\chi_4(\omega, \Omega) = \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega-3\omega)t_q - j\beta} = e^{-j\beta} \sum_{q=1}^n e^{j(\Omega-3\omega)q\Delta t}. \quad (36)$$

В этих равенствах принято

$$t_q = q\Delta t -$$

моменты (точки) дискретизации сигналов;

$$\Delta t = \frac{T}{n} = \frac{2\pi}{n\omega} -$$

интервал (шаг) дискретизации сигналов.

Вычислим функции $\chi_1(\omega, \Omega)$, $\chi_2(\omega, \Omega)$, $\chi_3(\omega, \Omega)$, $\chi_4(\omega, \Omega)$.

Эти вычисления аналогичны и основываются на том, что суммы в выражениях (33)–(36) представляют собой геометрические прогрессии. Поэтому воспользуемся формулой для суммы геометрической прогрессии

$$S = a \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

и, принимая во внимание, что для функции $\chi_1(\omega, \Omega)$ согласно (33) $a = r = e^{j(\Omega+\omega)\Delta t}$, получим

$$S_1(\omega, \Omega) = e^{j(\Omega+\omega)\Delta t} \frac{1 - e^{j(\Omega+\omega)n\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega+\omega)\Delta t}}.$$

С учетом этого соотношения формула (33) принимает вид

$$\chi_1(\omega, \Omega) = e^{j\beta + j(\Omega+\omega)\Delta t} \frac{1 - e^{jn\Omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega+\omega)\Delta t}}. \quad (37)$$

Аналогично получим:

$$\chi_2(\omega, \Omega) = e^{-j\beta + j(\Omega-\omega)\Delta t} \frac{1 - e^{jn\Omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega-\omega)\Delta t}}; \quad (38)$$

$$\chi_3(\omega, \Omega) = e^{j\beta + j(\Omega+3\omega)\Delta t} \frac{1 - e^{jn\Omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega+3\omega)\Delta t}}; \quad (39)$$

$$\chi_4(\omega, \Omega) = e^{-j\beta + j(\Omega-3\omega)\Delta t} \frac{1 - e^{jn\Omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega-3\omega)\Delta t}}. \quad (40)$$

После подстановки (37)–(40) в (32) имеем

$$\chi(\omega, \Omega) = \frac{1}{4} e^{j\Omega\Delta t} (1 - e^{jn\Omega\Delta t}) \left[e^{j\beta} \frac{e^{j\omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega+\omega)\Delta t}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - 3\omega)\Delta t}{2}} \right] + e^{-j\beta} \frac{e^{-j\omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega-\omega)\Delta t}} - e^{j\beta} \frac{e^{j3\omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega+3\omega)\Delta t}} - e^{-j\beta} \frac{e^{-j3\omega\Delta t}}{1 - e^{j(\Omega-3\omega)\Delta t}} \quad (41)$$

Заметим, что знаменатели второго и четвертого слагаемых в прямых скобках данной формулы обращаются в нуль при частотах $\Omega = 2k\pi/\Delta t \pm \omega$ и $\Omega = 2k\pi/\Delta t \pm 3\omega$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) соответственно. Именно эти точки дают главный вклад при интегрировании в (31). Так как вблизи каждой такой точки существенен только один из членов формулы (41), то при вычислении модуля $|\chi(\omega, \Omega)|^2$ можно опустить перекрестные члены. Учитывая также равенство

$$|e^{jx}|^2 = |e^{-jx}|^2 = |e^{jx}e^{-jx}| = 1,$$

получим

$$|\chi(\omega, \Omega)|^2 = \frac{1}{16} |1 - e^{jn\Omega\Delta t}|^2 \left[\frac{1}{|e^{-j\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2} + \frac{1}{|e^{j\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2} + \frac{1}{|e^{-j3\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2} + \frac{1}{|e^{j3\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2} \right] \quad (42)$$

Вычисляя квадраты модулей в этой формуле, находим:

$$|1 - e^{jn\Omega\Delta t}|^2 = 4 \sin^2 \frac{n\Omega\Delta t}{2}; \quad (43)$$

$$|e^{-j\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2 = 4 \sin^2 \frac{(\Omega + \omega)\Delta t}{2}; \quad (44)$$

$$|e^{j\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2 = 4 \sin^2 \frac{(\Omega - \omega)\Delta t}{2}; \quad (45)$$

$$|e^{-j3\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2 = 4 \sin^2 \frac{(\Omega + 3\omega)\Delta t}{2}; \quad (46)$$

$$|e^{j3\omega\Delta t} - e^{j\Omega\Delta t}|^2 = 4 \sin^2 \frac{(\Omega - 3\omega)\Delta t}{2}. \quad (47)$$

После подстановки (43)–(47) в (42) получим

$$|\chi(\omega, \Omega)|^2 = \frac{1}{16} \sin^2 \frac{n\Omega\Delta t}{2} \left[\frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega + \omega)\Delta t}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - \omega)\Delta t}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega + 3\omega)\Delta t}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - 3\omega)\Delta t}{2}} \right].$$

Для значений $\Omega > 0$ в прямых скобках этого выражения можно оставить только два слагаемых (второе и четвертое), а двумя остальными (первым и третьим) можно пренебречь:

$$|\chi|_+^2 = \frac{1}{16} \sin^2 \frac{n\Omega\Delta t}{2} \left[\frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - \omega)\Delta t}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - 3\omega)\Delta t}{2}} \right]$$

$$+ \frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - 3\omega)\Delta t}{2}} \quad (48)$$

Как видно из этого равенства, функция $|\chi|_+^2$ при больших n обладает резко выраженными фильтрующими свойствами, так что в интеграле формулы (31) будут отфильтрованы (подавлены) все составляющие помехи, частота которых не удовлетворяет таким двум условиям:

$$\Omega_k = \frac{2k\pi}{\Delta t} + \omega; \quad (49)$$

$$\Omega'_k = \frac{2k\pi}{\Delta t} + 3\omega. \quad (50)$$

Очевидно, именно узкополосными фильтрующими свойствами функции $|\chi|_+^2$ объясняется преимущество корреляционного метода измерения мощности, состоящее в его высокой помехозащищенности. Поэтому функцию $\chi(\omega)$ можно назвать фильтрующей. Подтвердим сказанное выше более явно, при этом обратимся к выражению (31). Но вначале из теоремы Винера-Хинчина (30), учитывая равенство $\sigma_i^2 = R_i(0)$, запишем

$$\sigma_i^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G_i(\Omega) d\Omega. \quad (51)$$

Тогда соответствующая составляющая погрешности в (15) будет равна

$$\sigma_p^2 = U^2 \sigma_i^2 = U^2 \int_{-\infty}^{\infty} G_i(\Omega) d\Omega. \quad (52)$$

Из сравнения (31) и (52) видно, что функция $|\chi(\omega, \Omega)|^2$ выполняет роль коэффициента передачи помехи по мощности от входа к выходу на частоте Ω . Поэтому, действительно, фильтрующие свойства функции $|\chi(\Omega)|^2$ обеспечивают помехозащищенность предлагаемого корреляционного метода измерения мощности.

Количественные оценки помехозащищенности метода зависят от распределения энергии по спектру помехи, то есть от вида СПМ помехи $G_i(\Omega)$. Очевидно, эти оценки будут определяться соотношением между шириной полосы спектра помехи $\xi_i(t)$ и шириной фильтрующей функции $|\chi(\Omega)|_+^2$. Покажем это.

Чтобы вычисления сделать более наглядными, качественно изобразим кривую функции $|\chi(\Omega)|_+^2$ в соответствии с (48). Эта кривая имеет главные и побочные максимумы (рис. 1). Главные максимумы кривой (и функции $|\chi(\Omega)|_+^2$) находятся при значениях частоты Ω , определяемых соотношениями (49) и (50). Поскольку $2\pi/\Delta t = n\omega$, то (49), (50) можно представить в виде

$$\Omega_k = \omega + kn\omega = (1 + kn)\omega;$$

$$\Omega'_k = 3\omega + kn\omega = (3 + kn)\omega \quad \text{при } k = 0, 1, 2, \dots$$

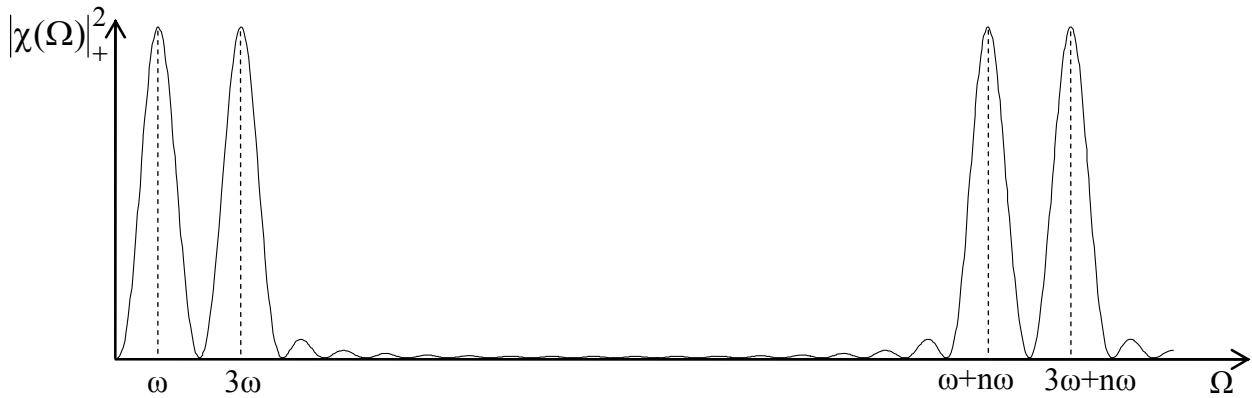


Рис. 1. График фильтрующей функции $|\chi(\Omega)|_+^2$

Значение функции $|\chi(\Omega)|_+^2$ в главных максимумах можно найти предельным переходом в формуле (48). Оно равно

$$\max |\chi(\Omega)|_+^2 = \frac{n^2}{16}. \quad (53)$$

Ширина всех главных максимумов одинакова и равна по порядку величине $\Delta\Omega \approx \omega$.

Между главными максимумами функции $|\chi(\Omega)|_+^2$ располагается множество ее побочных максимумов при значениях частоты Ω , удовлетворяющих условию

$$\frac{n\Omega\Delta t}{2} = (2m+1)\frac{\pi}{2},$$

откуда

$$\Omega_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\omega \text{ при } m = 0, 1, 2, \dots$$

Однако амплитуды побочных максимумов функции $|\chi(\Omega)|_+^2$ весьма быстро убывают по мере их удаления от главных максимумов.

Наиболее неблагоприятным в смысле помехозащищенности метода является случай, когда спектр помехи перекрывается с кривой $|\chi(\Omega)|_+^2$, то есть часть спектра помехи попадает в область главных максимумов кривой функции $|\chi(\Omega)|_+^2$.

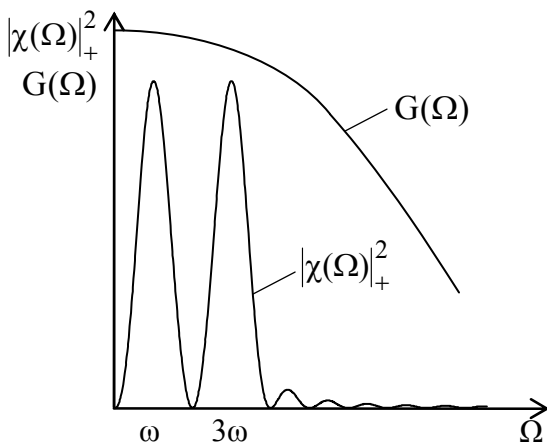


Рис. 2. Графики функций $|\chi(\Omega)|_+^2$ и $G(\Omega)$ для широкополосной помехи ($\Delta\Omega \gg \omega$)

Рассмотрим этот случай, обозначив через $\Delta\Omega$ ширину спектра помехи. Здесь могут представиться три варианта:

- помеха широкополосная ($\Delta\Omega \gg \omega$);
- помеха узкополосная ($\Delta\Omega \ll \omega$);
- помеха узкополосная, а ее центральная частота находится вблизи частот ω или 3ω .

Вариант 1. Помеха широкополосная ($\Delta\Omega \gg \omega$).

Предположим для определенности, что спектр помехи находится в области первого главного максимума функции $|\chi(\Omega)|_+^2$ (рис. 2).

В области главных максимумов спектр помехи можно приближенно считать постоянным, то есть $G_i(\Omega) \approx G_i^0$. При этом для оценки дисперсии помехи σ_i^2 из (51) получим

$$\sigma_i^2 = \int_{-\Delta\Omega}^{\Delta\Omega} G_i^0 d\Omega \approx 2G_i^0 \Delta\Omega,$$

а (31) преобразуем к виду

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 = \frac{U_m^2 G_i^0}{n^2} \int_{-\Delta\Omega}^{\Delta\Omega} |\chi(\omega, \Omega)|^2 d\Omega = \frac{2U_m^2 G_i^0}{n^2} \int_0^{\Delta\Omega} |\chi(\Omega)|^2 d\Omega.$$

Принимая во внимание (48), имеем

$$\begin{aligned} (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 \approx & \frac{U_m^2 G_i^0}{8n^2} \int_0^{\Delta\Omega} \sin^2 \frac{n\Omega\Delta t}{2} \times \\ & \times \left[\frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - \omega)\Delta t}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{(\Omega - 3\omega)\Delta t}{2}} \right] d\Omega. \end{aligned}$$

Проведем здесь замену переменных $\Omega - \omega = \Omega'$ и $\Omega - 3\omega = \Omega'$, получим

$$\begin{aligned} \langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 \approx & \frac{U_m^2 G_i^0}{8n^2} \times \\ & \times \left(\int_{-\omega}^{\Delta\Omega - \omega} \frac{\sin^2 \frac{n\Omega'\Delta t}{2}}{\sin^2 \frac{\Omega'\Delta t}{2}} d\Omega' + \int_{-3\omega}^{\Delta\Omega - 3\omega} \frac{\sin^2 \frac{n\Omega'\Delta t}{2}}{\sin^2 \frac{\Omega'\Delta t}{2}} d\Omega' \right). \quad (54) \end{aligned}$$

Так как ширина $\Delta\Omega$ кривой функции $|\chi(\omega, \Omega)|^2$ имеет порядок примерно $\Delta\Omega \sim \omega$, а ее высота – $\max |\chi(\omega, \Omega)|^2 \sim n^2$, то оба интеграла в (54) по порядку величины равны ωn^2 . С учетом этого (54) приближенно принимает вид

$$\langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_1 \approx a U^2 \sigma_i^2 \frac{\omega}{\Delta \Omega}, \quad (55)$$

где a – численный коэффициент порядка единицы.

Предполагая ширину спектра помехи $\xi_u(t)$ в сигнале напряжения $u(t)$ такой же, запишем

$$\langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_2 \approx a I^2 \sigma_u^2 \frac{\omega}{\Delta \Omega}. \quad (56)$$

Тогда для оценки дисперсии погрешности измерения мощности с учетом (56) и (57) имеем

$$\sigma_{N_{\xi}}^2 = \langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle = \langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_1 + \langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_2 \approx a \frac{\omega}{\Delta \Omega} (\sigma_i^2 U^2 + \sigma_u^2 I^2),$$

а с учетом (15)

$$\sigma_{N_{\xi}}^2 \approx a \frac{\omega}{\Delta \Omega} \sigma_p^2. \quad (57)$$

Используя (27), найдем коэффициент помехозащищенности Π . Для этого подставляя в (27) выражение (57), а также имея в виду, что согласно (12) $N \approx UI$, получим

$$\Pi \approx \frac{\Delta \Omega}{\omega}. \quad (58)$$

Таким образом, для широкополосной помехи, для которой справедливо условие $\Delta \Omega \gg \omega$, коэффициент помехозащищенности корреляционного метода измерения мощности, согласно равенству (58), будет

$$\Pi \gg 1.$$

то есть имеет место, как и следовало ожидать, очень высокая помехозащищенность. Очевидно, что она обеспечивается резким сужением эффективной полосы спектра помех и за счет фильтрующей функции $|\chi(\omega, \Omega)|^2$.

Вариант 2. Помеха узкополосная ($\Delta \Omega \ll \omega$), а центральная частота спектра помехи Ω_0 удовлетворяет условию $\Omega_0 \neq \omega$ (рис. 3).

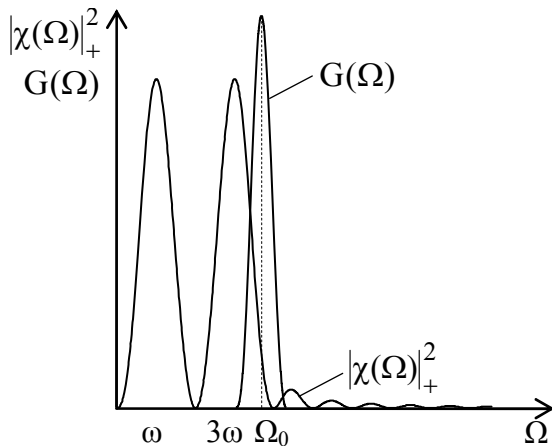


Рис. 3. Графики функций $|\chi(\Omega)|_+^2$ и $G(\Omega)$ для узкополосной помехи ($\Delta \Omega \ll \omega$) при условии $\Omega_0 \neq \omega$

Для такой помехи в (31) можно вынести функцию $|\chi(\Omega_0)|_+^2$ из-под интеграла, в результате чего имеем

$$\langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_1 = \frac{2U^2 \sigma_i^2}{n^2} |\chi(\Omega_0)|_+^2;$$

$$\langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_2 = \frac{2I^2 \sigma_u^2}{n^2} |\chi(\Omega_0)|_+^2.$$

Тогда для оценки дисперсии погрешности измерения мощности с учетом (15) находим

$$\langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle = \langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_1 + \langle (\Delta N_{\xi})^2 \rangle_2 = \frac{2}{n^2} (\sigma_i^2 U^2 + \sigma_u^2 I^2) |\chi(\Omega_0)|^2 = \frac{2\sigma_p^2}{n^2} |\chi(\Omega_0)|^2. \quad (59)$$

Для коэффициента помехозащищенности из (27), подставляя (12) и (59), получим

$$\Pi \approx \frac{n^2}{8 |\chi(\Omega_0)|^2}.$$

Если центральная частота помехи Ω_0 находится достаточно далеко от частот $\omega = \Omega$ и $\omega = 3\Omega$, то

$$|\chi(\Omega_0)|^2 \ll \max |\chi(\Omega)|^2 = \frac{n^2}{16}.$$

Поэтому и для данной узкополосной помехи коэффициент помехозащищенности $\Pi \gg 1$, так что метод обладает достаточно высокой помехозащищенностью.

Вариант 3. Помеха узкополосная ($\Delta \Omega \ll \omega$), а ее центральная частота Ω_0 находится вблизи частот ω или 3ω (рис. 4).

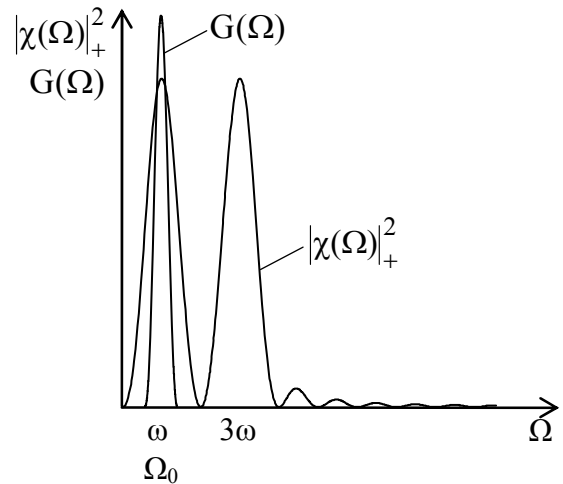


Рис. 4. Графики функций $|\chi(\Omega)|_+^2$ и $G(\Omega)$ для узкополосной помехи ($\Delta \Omega \ll \omega$) при условии, что центральная частота помехи Ω_0 близка к частотам ω или 3ω

Повторяя вычисления варианта 2, для коэффициента помехозащищенности получим

$$\Pi \approx \frac{n^2}{4 |\chi(\omega_1)|^2}.$$

где $\omega_1 \approx \omega$ или $\omega_1 \approx 3\omega$.

При этом

$$|\chi(\omega_1)|^2 \approx \max |\chi(\Omega)|^2.$$

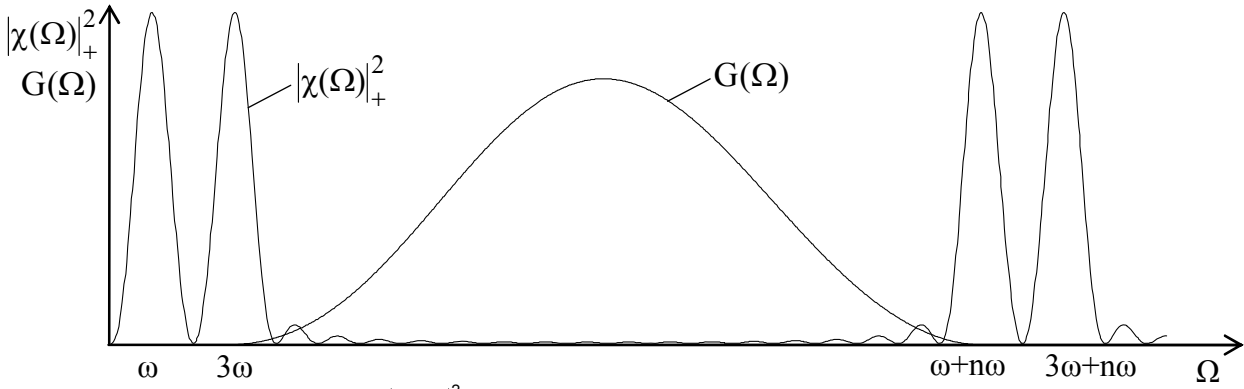


Рис. 5. Графики функций $|\chi(\Omega)|_+^2$ и $G(\Omega)$ для широкополосной помехи, если её спектр находится вдали от частот $\omega, 3\omega, \omega+n\omega, 3\omega+n\omega$

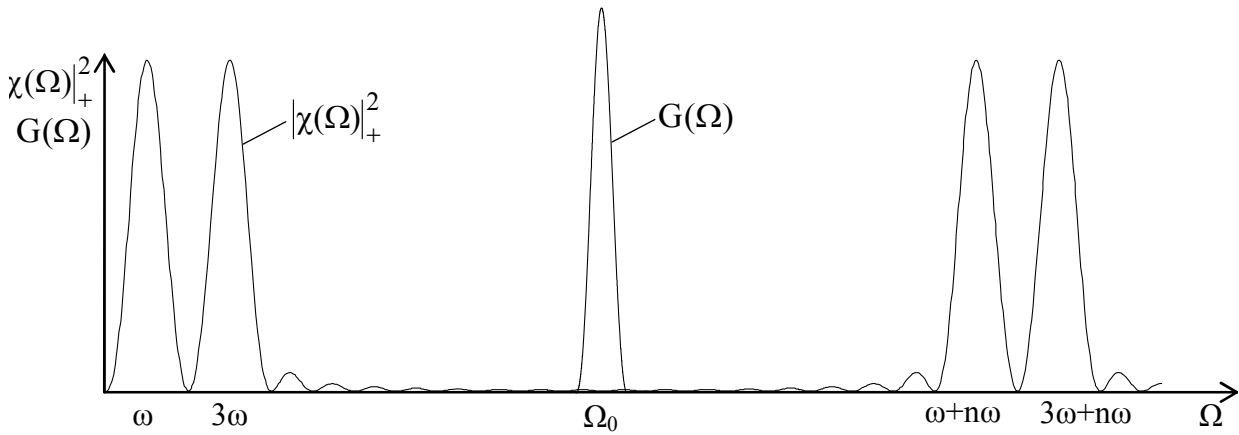


Рис. 6. Графики функций $|\chi(\Omega)|_+^2$ и $G(\Omega)$ для узкополосной помехи, если её спектр находится вдали от частот $\omega, 3\omega, \omega+n\omega, 3\omega+n\omega$

Учитывая равенство (53), для коэффициента помехозащищенности Π приближенно можно принять $\Pi \sim 1$.

Таким образом, при узкополосной помехе ($\Delta\Omega \ll \omega$), центральная частота которой находится вблизи частот ω и 3ω , помехозащищенность метода практически отсутствует.

Рассмотрим теперь частный случай, когда спектр помехи не перекрывается с функцией $|\chi(\Omega)|^2$, то есть спектр помехи расположен вдали от частот $\omega, 3\omega, \omega+n\omega$ и $3\omega+n\omega$ (рис. 5, 6).

В этом случае из (31) получим

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 = \frac{U_m^2 \sigma_i^2}{n^2} |\chi(\Omega_m)|^2, \quad (60)$$

где $|\chi(\Omega_m)|^2$ – наибольшее значение функции $|\chi(\Omega)|^2$ в области, занятой спектром помехи.

Если спектр помехи $\xi_u(t)$ расположен в той же частотной области, что и спектр помехи $\xi_i(t)$, то аналогично выражению (60) имеем

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_2 = \frac{I_m^2 \sigma_u^2}{n^2} |\chi(\Omega_m)|^2.$$

Тогда для оценки дисперсии погрешности измерения мощности с учетом (15) находим

$$\langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle = \langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_1 + \langle (\Delta N_\xi)^2 \rangle_2 =$$

$$= \frac{1}{n^2} (\sigma_i^2 U^2 + \sigma_u^2 I^2) |\chi(\Omega_m)|^2 = \frac{\sigma_p^2}{n^2} |\chi(\Omega_m)|^2, \quad (61)$$

а для коэффициента помехозащищенности Π из (27), подставляя (12) и (61), имеем

$$\Pi \geq \frac{n^2}{4 |\chi(\Omega_m)|^2}. \quad (62)$$

Так как

$$|\chi(\Omega_m)|^2 \ll |\chi(\Omega)|^2 = \frac{n^2}{16},$$

то из (62) получим $\Pi \gg 1$.

Таким образом, для помехи, центральная частота Ω_0 которой располагается вдали от частот $\omega, 3\omega, \omega+n\omega$ и $3\omega+n\omega$, обеспечивается достаточно высокая помехозащищенность метода.

Приведенный выше анализ помехозащищенности предлагаемого корреляционного метода измерения мощности можно распространить на условие, при котором спектры помех в сигналах напряжения и тока имеют различный характер.

Аналогично можно провести оценивание помехозащищенности метода и для условия, когда спектр помехи перекрывается не с максимумом фильтрующей функции $|\chi(\Omega)|^2$ вблизи частот ω и 3ω , а с максимумами, смещенными в область вы-

соких частот $\Omega_k = \omega + kn\omega$ и $\Omega'_k = 3\omega + kn\omega$, где $k = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Список литературы

1. Шляндин В.М. Цифровые измерительные приборы и преобразователи / В.М. Шляндин. – М.: Высшая школа, 1973. – 280 с.
2. Безикович А.Я. Измерение электрической мощности в звуковом диапазоне частот / А.Я. Безикович, Е.З. Шапиро. – Л.: Энергия. Ленингр. отделение, 1980. – 168 с.
3. Современные цифровые счетчики учета электрической энергии. – Режим доступа: <http://bib.convdocs.org/v35810/?cc=1&view=djvu>. – Загл. с экрана.
4. Чинков В.Н. Исследование метода измерения электрической мощности, основанного на цифровой обработке сигналов с времяимпульсными АЦП / В.Н. Чинков // Український метрологічний журнал. – 2007. – № 3. – С. 15–19.
5. Бендат Дж. Измерение и анализ случайных процессов / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1971. – 408 с.