



АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ НА ПОКАЗАНИЯ СИММЕТРИЧНЫХ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ГРАВИМЕТРОВ

А.В. Омельченко, кандидат технических наук, доцент Харьковского национального университета радиоэлектроники

Е.М. Занимонский, PhD, ведущий инженер ННЦ "Институт метрологии", г. Харьков

В.С. Купко, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, директор научного центра ННЦ "Институт метрологии", г. Харьков

А.И. Винниченко, ведущий инженер ННЦ "Институт метрологии", г. Харьков



А.В. Омельченко



Е.М. Занимонский



В.С. Купко



А.И. Винниченко

Исследовано влияние выбора начала координат и степени полиномиальной модели уравнения движения пробного тела на показания симметричных баллистических гравиметров. Предложен новый алгоритм оценивания параметра временного сдвига, использующий статистику в виде разделённых разностей отсчетов пути, пройденного пробным телом. Показано, что систематическую погрешность измерений ускорения свободного падения можно представить в виде полиномиальной функции от длительности весовой функции обработки, и предложен метод компенсации смещений в показаниях баллистических гравиметров.

The impact of coordinate origin choice and degree of the polynomial model of test body motion equation on the reading of symmetrical ballistic gravimeters is discovered. A new algorithm for estimation the parameter of time shifts, that uses statistics in the form of divided differences of the test body path samples is proposed. It is shown that the systematic error of the gravitational acceleration measurement can be expressed as a polynomial function of the duration of the weight function of processing. A method for correction readings of ballistic gravimeters is proposed.

Несмотря на прогресс в создании квантовых гравиметров со свободным движением атомов в поле силы тяжести и их перспективность, эти приборы пока не используются в измерительной практике [1], и абсолютная величина ускорения свободного падения (УСП) определяется баллистическими гравиметрами

(БГ), в которых реализуется, по возможности, свободное движение макроскопического пробного тела.

Измерение параметров движения пробного тела проводится с помощью лазерного интерферометра в инерциальной (по возможности) системе координат [2–4]. Отклонения измеренной величины ускорения тела от УСП имеют место из-за наличия сил сопротивления движению тела, из-за неинерциальности системы отсчета и других погрешностей измерения.

УСП является наиболее точно измеряемой механической величиной. Неопределенность наилучших результатов, показываемых на международных сравнениях абсолютных гравиметров, оценивается величиной $(3–5) \cdot 10^{-9}$ в относительном выражении [5]. Столь высокие результаты могут быть достигнуты различными техническими средствами, в зависимости от назначения гравиметра. В настоящее время, из-за расширения круга задач, стоящих перед гравиметрией, и переноса акцентов от региональных сетей, создаваемых относительно гравиметрами, к совокупности абсолютных пунктов [6], необходимости повышения эксплуатационных характеристик и точности, приходится искать новые возможности для увеличения помехоустойчивости измерительной системы БГ.

При обработке данных в БГ используется полиномиальная модель движения пробного тела. Однако из-за влияния газовой среды на движение пробного тела остаются актуальными задачи выбора вида полиномиальной модели и методов обеспечения

симметричности обработки данных. Априорная неопределенность момента времени, в который пробное тело достигает наивысшей точки, приводит к тому, что задачу обработки приходится решать нелинейными методами с использованием сложных оптимизационных процедур [7].

Успехи современной микроэлектроники и вычислительной техники позволяют строить высокоскоростные схемы измерителей параметров движения (ИПД) и создают предпосылки для использования все более сложных, в частности, адаптивных, алгоритмов обработки данных. Таким образом, в этой отрасли приборостроения реализуется современная тенденция к созданию интеллектуальных измерительных средств (software measurement tools) [8].

Целью настоящей работы является развитие программно-математических методов преодоления трудностей, возникающих при обработке и интерпретации данных в симметричных БГ на основе полиномиальной модели, при сравнительно низком вакууме в камере баллистического блока. Для достижения цели использована технология интерполяции данных и формирования весовых функций БГ с заданными свойствами, разработанная авторами статьи.

Постановка задачи измерения УСП

Будем полагать, что в вакуумной камере БГ производится подбрасывание пробного тела (ПТ) и на выходе ИПД на интервале времени длительностью T_n наблюдаются пары данных пути и времени:

$$\{z(t_k), t_k\}, k = \overline{0, K-1}, \quad (1)$$

где отсчеты пути

$$z(t_k) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot (t_k - \tau)^i + \zeta(t_k). \quad (2)$$

В (1) и (2) использованы обозначения: τ – момент времени, в который достигается вершина траектории ПТ; $a_i, i = \overline{1, n}$ – коэффициенты полиномиальной модели траектории движения ПТ; n – порядок степенного полинома; $\zeta(t)$ – аддитивная погрешность, обусловленная влиянием сейсмики.

Удвоенное инвертированное значение коэффициента при второй степени полинома в модели (2) соответствует величине УСП: $g = -2a_2$.

Требуется найти рабочую формулу для измерения УСП с минимально возможными систематическими погрешностями и минимальным СКО (систематическим и случайным просачиванием помех в коэффициент при второй степени).

Анализ специфики задачи и обоснование требований к точности выбора начала системы координат

В сформулированной постановке задачи движение ПТ описывается уравнением

$$x(t) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot (t - \tau)^i. \quad (3)$$

При этом в момент достижения вершины τ мгновенная скорость

$$v(t) = a_1 + \sum_{i=2}^n i \cdot a_i \cdot (t - \tau)^{i-1} = 0,$$

откуда имеем $a_1 = 0$. Отсюда следует, что фактически модель (3) содержит $n + 1$ неизвестный параметр $\{\tau, a_0, a_2, \dots, a_n\}$ и имеет вид

$$x(t) = a_0 + \sum_{i=2}^n a_i \cdot (t - \tau)^i. \quad (4)$$

При использовании симметричного метода измерений УСП сигнал с выхода ИПД представляется в системе временных координат весовой функции БГ $G(u)$, $u \in [-T/2, T/2]$, где $T < T_n$. Из-за априорного незнания параметра τ перенос данных с выхода схемы ИПД в систему координат, в которой задана весовая функция, всегда осуществляется с ошибкой. Величина возникающей при этом неопределенности должна учитываться при измерении величины УСП.

Предположим, что методами регрессионного анализа (РА) найдены коэффициенты $\{b_0, \dots, b_n\}$ представления данных о траектории движения ПТ:

$$x(t) = \sum_{r=0}^n b_r \cdot t^r. \quad (4)$$

Тогда τ найдем из условия равенства нулю производной выражения (4), то есть как корень уравнения

$$\sum_{r=1}^n r \cdot b_r \cdot t^{r-1} = 0. \quad (5)$$

Для малых τ , что обеспечивается соответствующим выбором системы координат, имеем

$$\tau \approx -\frac{b_1}{2b_2}, \quad (6)$$

где коэффициент b_1 имеет смысл скорости ПТ в момент $t = 0$, а величина $-2b_2$ представляет собой оценку УСП \hat{g} .

Оценим погрешность измерения параметра временного сдвига τ . Для этого сформируем статистику

$$\hat{\vartheta} = \frac{z(t'') - z(t')}{t'' - t'} + \frac{z(-t') - z(-t'')}{t'' - t'}, \quad (7)$$

где $t'' > t' > 0$. В выражении (7) первое слагаемое представляет собой среднюю скорость движения тела на интервале $[t', t'']$, а второе слагаемое – среднюю скорость движения тела на интервале $[-t'', -t']$. При линейном изменении скорости ПТ на интервале измерения статистика $\hat{\vartheta}$ может быть трактована как скорость движения тела в точке $t = 0$.

Из анализа выражений (6) и (7) можно заключить, что оценка временного сдвига может быть найдена как

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\vartheta}}{g_0}, \quad (8)$$

где g_0 – значение УСП, заданное с относительной погрешностью не хуже 10^{-5} , что на практике легко обеспечивается.

Хотя предположение о квадратичном характере движения тела, строго говоря, не выполняется, траекторию движения ПТ с высокой точностью можно аппроксимировать полиномом второй степени. При этом, как показывают результаты практических исследований, проведенных авторами на стационарном варианте БГ в ННЦ “Институт метрологии” [9], при достаточно спокойных условиях траектория движения ПТ не отклоняется от аппроксимирующего полинома более чем на величину $\varepsilon = 1$ мкм на интервале измерений длительностью $T = 0,25$ с. В качестве примера на рис. 1 показано 8 реализаций зависимости

$$E(u) = \sum_{r=3}^6 b_r \cdot u^r,$$

где переменная $u = t - \hat{t}$. Приведенные зависимости характеризуют вклад степенных функций с порядком выше двух в аппроксимацию траектории движения ПТ полиномом шестой степени.

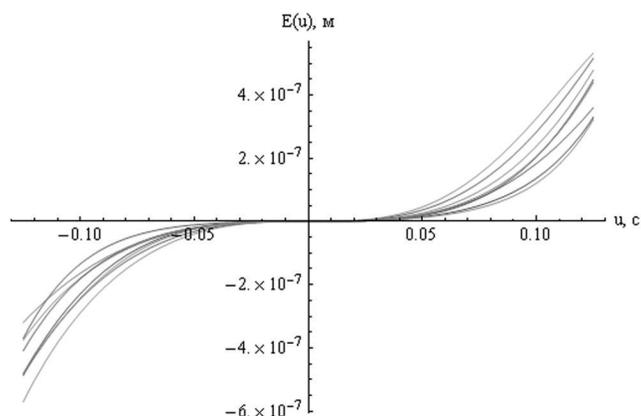


Рис. 1. Реализации зависимости $E(u)$, характеризующей отклонение пути, пройденного ПТ, от полинома второй степени

На рис. 2 изображена одна из реализаций остатков аппроксимации пути движения ПТ полиномом шестой степени. Здесь из-за особенностей работы схемы ИПД исключена часть данных при вершине траектории движения ПТ.

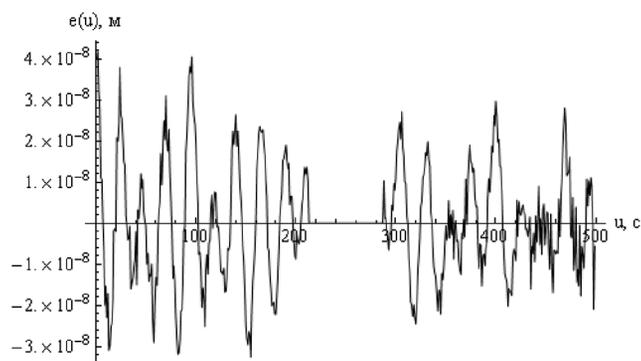


Рис. 2. Реализация остатков аппроксимации пути движения ПТ полиномом шестой степени

Из анализа (7) и (8) следует, что величина $\tilde{\tau} = \hat{t} - \tau$, характеризующая абсолютную погрешность вычисления \hat{t} в момент $(t' + t'')/2$, удовлетворяет условию

$$|\tilde{\tau}| \leq \frac{4\varepsilon}{(t'' - t')g} + \frac{v(0)}{g} 10^{-5}, \quad (9)$$

где $v(0)$ и g – соответственно истинное значение скорости ПТ при $t=0$ и истинное УСП. Очевидно, что последним слагаемым в (9) можно пренебречь, и при $t'' - t' = 0,1$ с получим

$$|\tilde{\tau}| \leq 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$$

Предположим теперь, что в результате оценивания τ возникла ошибка измерения, которая привела к ошибке совмещения шкал времени на величину $\tilde{\tau}$ так, что $t - \tau - \tilde{\tau} = u$. В результате в системе временных координат весовой функции БГ получим отображение исходной зависимости (3):

$$x(u + \tilde{\tau}) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot (u + \tilde{\tau})^i.$$

При оценивании УСП с использованием полиномиальной модели порядка n получим

$$M\hat{g} = -2b_2,$$

где коэффициент b_2 определим из условия

$$b_2 = \frac{1}{2} x''(u + \tilde{\tau}) \Big|_{u=0} = \frac{1}{2} \sum_{r=2}^n a_r \cdot r \cdot (r-1) \tilde{\tau}^{r-2}. \quad (10)$$

Выражение (10) показывает, как параметр b_2 , а значит и математическое ожидание оценки УСП $M\hat{g}$, зависит от коэффициентов полиномиальной модели $\{a_2, \dots, a_n\}$.

С учетом того, что истинное значение $g = -2a_2$, согласно (10) имеем

$$M\hat{g} = g - \sum_{r=3}^n a_r \cdot r \cdot (r-1) \tilde{\tau}^{r-2}. \quad (11)$$

Выражение (11) позволяет установить следующее требование к допустимой величине $\tilde{\tau}$: если

$$|\varepsilon_n(\tilde{\tau}, a_3, \dots, a_n)| = \left| \sum_{r=3}^n r(r-1) a_r \tilde{\tau}^{r-2} \right| \leq 5 \text{ мкГал}, \quad (12)$$

то погрешностью оценивания временного сдвига можно пренебречь. В этом случае можно ограничиться линейной обработкой сигнала в БГ.

Оценим выполнение условия (12) для измерительной системы, содержащей симметричный БГ и ИПД с частотой дискретизации около 13 кГц. На рис. 3 приведен вид экспериментально полученной функции

$$g(u) = -x''(u),$$

имеющей смысл мгновенного значения УСП, вычисленной по совокупности из 8 бросков ПТ на интервале $[-0,125 \text{ с}, 0,125 \text{ с}]$, а на рис. 4 – вид той же функции в интервале $[-10^{-5} \text{ с}, 10^{-5} \text{ с}]$.

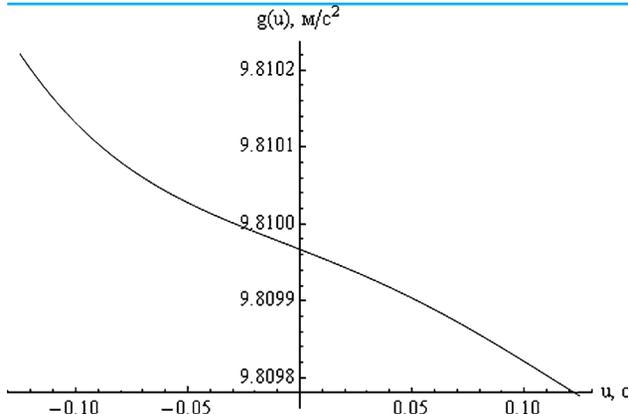


Рис. 3. Оценка зависимости мгновенных значений УСП от времени на полном интервале измерения

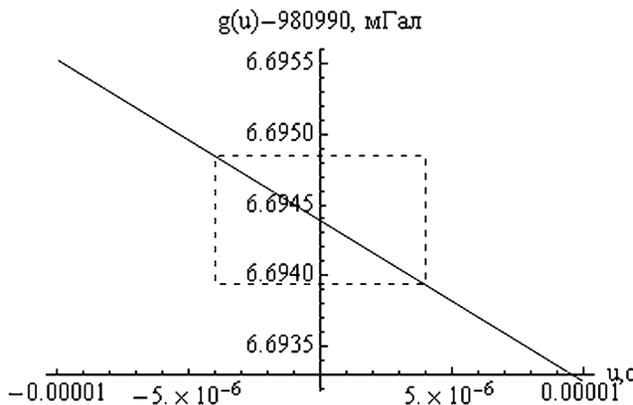


Рис. 4. Оценка зависимости мгновенных значений УСП от времени на интервале измерения в окрестности нуля

Согласно рис. 4 при точности совмещения системы координат, в которой движется ПТ, и системы координат весовой функции БГ с $|\vec{z}| \leq 4 \cdot 10^{-6}$ условие (12) выполняется. Отметим, что данный вывод справедлив при использовании весовой функции, полученной в рамках полиномиальной модели шестого порядка. На практике же обычно используется полиномиальная модель второго или четвертого порядка. В этой ситуации важной становится компенсация погрешностей показаний БГ, обусловленных недостаточным порядком полиномиальной модели.

Из проведенных исследований следует, что при выполнении определенных условий неопределенность временного положения вершины преодолевается путем оценивания момента достижения этой вершины на этапе предварительной обработки данных с выхода ИПД.

Алгоритм предварительного определения вершины траектории движения ПТ

Алгоритм определения вершины траектории движения может быть получен в результате совместного оценивания совокупности параметров полиномиальной модели $\{b_2, \dots, b_n\}$ и решения уравнения (5). Однако такой подход является явно нелинейным и его реализация может потребовать ряда итераций.

В предыдущем разделе показано, что для оценивания параметров временного сдвига могут ис-

пользоваться разделённые разности от отсчетов пути. Однако при этом использовались лишь две пары наблюдаемых отсчетов, которые могут быть искажены помехой. Для повышения точности оценок можно использовать медианную обработку статистик вида (8).

Один из возможных алгоритмов оценивания временного сдвига τ , реализующий изложенные принципы обработки данных, имеет следующий вид

$$\hat{\tau} = \text{Median}\{\hat{\tau}_i, i = \overline{1, M}\} \quad (13)$$

где

$$\hat{\tau}_i = \frac{t_{i,1} + t_{i,2}}{2} + \frac{1}{\hat{g}_i} \frac{z(t_{i,2}) - z(t_{i,1})}{t_{i,2} - t_{i,1}}$$

– элементарная оценка временного сдвига; $\{t_{i,1}, t_{i,2}\}$ – пара случайно выбранных точек из множества $\{t_1, \dots, t_K\}$, лежащих по одну сторону от вершины; M – число элементарных оценок временного сдвига; \hat{g}_i – оценка УСП, найденная четырьмя точкам $\{t_{i,1}, t_{i,2}, t_{i,3}, t_{i,4}\}$, случайно выбранным из множества $\{t_1, \dots, t_K\}$. При этом оценка \hat{g}_i определяется как

$$\hat{g}_i = \left| \frac{2}{t_{i,4} + t_{i,3} - t_{i,2} - t_{i,1}} \left\{ \frac{z(t_{i,2}) - z(t_{i,1})}{t_{i,2} - t_{i,1}} - \frac{z(t_{i,4}) - z(t_{i,3})}{t_{i,4} - t_{i,3}} \right\} \right|,$$

где точки $\{t_{i,1}, t_{i,2}\}$ лежат по одну сторону от вершины, а точки $\{t_{i,3}, t_{i,4}\}$ – по другую.

Практические исследования показали, что разработанный алгоритм (13) при $M = 200$ обеспечивает отклонение от оптимальной оценки, определяемой из уравнения (6), не более 10^{-6} с.

Влияние порядка модели на показания симметричного БГ

При анализе результатов измерений УСП показания БГ удобно представлять в виде [10]

$$\hat{g} = \int_{-T/2}^{T/2} g(t)G(t)dt \quad ,$$

где $g(t)$ – мгновенное значение ускорения движения ПТ; $G(t)$ – весовая функция (ВФ) гравиметра.

Весовая функция БГ удовлетворяет условию нормировки

$$\int_{-T/2}^{T/2} G(t)dt = 1$$

и условиям ортогональности [11]

$$\int_{-T/2}^{T/2} G(t)t^r dt = 0 \quad , \quad r \leq m-2 \quad , \quad (14)$$

где m – порядок полиномиальной модели, использованной при построении ВФ; r – натуральное число.

Весовые функции БГ тесно связаны с весовыми функциями РА [12]. В диссертационной работе В.Д. Нагорного [10] показано, что при равномерной дискретизации весовые функции РА сходятся к некоторым асимптотическим выражениям. Если в грави-

метре значение УСП определяется в рамках полиномиальной модели второго порядка с использованием метода наименьших квадратов (МНК), то асимптотический вид ВФ описывается выражением [10]

$$G_{2a}(t) = \frac{15}{8T} \left(16 \frac{t^4}{T^4} - 8 \frac{t^2}{T^2} + 1 \right). \quad (15)$$

Важной характеристикой БГ является эффективная полоса пропускания, определяемая в частотной области [11, 12]. В работе [12] показано, что с увеличением порядка модели со второго до четвертого эффективная полоса БГ увеличивается примерно в два раза. Таким образом, завышенный порядок модели приводит к увеличению среднеквадратического разброса показаний БГ из-за действия аддитивных помех.

Для четных степенных функций порядка $r > m - 2$ условие ортогональности (14) нарушается. Это приводит к тому, что при действии на баллистический гравиметр полиномиального сигнала

$$x(t) = a_0 + \sum_{i=2}^n a_i \cdot t^i$$

со второй производной

$$x''(t) = \sum_{i=2}^n a_i \cdot i \cdot (i-1) \cdot t^{i-2}$$

формируется систематическая ошибка показаний

$$M\hat{g} - g = -\sum_{r \in R} a_{r+2} \cdot (r+2) \cdot (r+1) \bar{N}_r, \quad (16)$$

где суммирование производится только по множеству четных индексов

$$R = \{r \mid r \text{ четно и } r > m - 2\}.$$

В работе [10] величины C_r названы усредняющими коэффициентами, получен их вид

$$C_r = \int_{-T/2}^{T/2} G(t) t^r dt \quad (17)$$

и показано, что для асимптотической весовой функции вида (15) значения этих коэффициентов равны

$$C_2 = \frac{1}{28} T^2;$$

$$C_4 = \frac{1}{336} T^4.$$

Путем подстановки (15) в (17) несложно показать, что для асимптотической весовой функции усредняющие коэффициенты определяются выражением

$$C_r = \frac{15}{2^{r+1}} \frac{1 + (-1)^r}{(1+r)(3+r)(5+r)} T^r, \quad r \in \{0, 1, 2, \dots\}. \quad (18)$$

Согласно (18) усредняющие коэффициенты ведут себя как степенные функции от длины интервала наблюдения T . Покажем, что данное свойство имеет общий характер и справедливо для весовых функций любого вида.

Предположим, что для единичного интервала измерения имеем некоторую весовую функцию гравиметра $G_c(t)$, $t \in [-1/2, 1/2]$. Построим на ее основе весовую функцию с использованием преобразования

$$G(t) = \frac{1}{T} G_c\left(\frac{t}{T}\right). \quad (19)$$

Отметим, что на практике такое преобразование реализуется соответствующим выбором точек наблюдения по оси времени и легко осуществляется с использованием высокоскоростного ИПД и процедуры квадратичной интерполяции.

Путем подстановки (19) в (17) установим, что

$$C_r = \chi_r T^r, \quad (20)$$

где коэффициенты

$$\chi_r = \int_{-1/2}^{1/2} G_c(t) t^r dt$$

определяются видом весовой функции $G_c(t)$.

Согласно (20) при увеличении интервала измерений в соответствии со степенным законом увеличиваются и компоненты систематической погрешности в показаниях БГ.

Полезность установленных соотношений двоякая: 1) они позволяют оценить величину систематических ошибок в показаниях БГ; 2) предложить процедуру коррекции показаний баллистических гравиметров.

Таким образом, неопределенность порядка модели весьма существенно сказывается на результатах измерения УСП. Результаты практических исследований показывают, что при давлении газа в вакуумной камере $2 \cdot 10^{-2}$ торр и времени измерений 0,25 с различия в результатах измерений УСП с использованием моделей второго, четвертого и шестого порядков составляют несколько сотен микрогалл.

Изложим теперь процедуру нахождения систематических ошибок в показаниях БГ.

Для этого с учетом (20) представим выражение (16) в виде

$$M\hat{g} = g + \psi_{2q} T^{2q} + \dots + \psi_{2s} T^{2s}, \quad (21)$$

где коэффициенты $\psi_r = -(r+2)(r+1)a_{r+2}\chi_r$ зависят от физико-механических характеристик гравиметра и от вида весовых функций; q и s – соответственно наименьшее и наибольшее натуральное число, удовлетворяющее условию $2q, 2s \in \{m-1, \dots, n-2\}$.

Формулу (21) положим в основу метода компенсации систематических ошибок измерения и определения значения УСП. Для этого заменим математическое ожидание $M\hat{g}$ в правой части выражения (21) выборочным средним $\bar{g}(T)$, полученным по множеству реализаций для времени длительностью T . Повторяя эту процедуру для различных T , придем к системе уравнений

$$\begin{cases} \bar{g}(T_1) = g + \psi_{2q} T_1^{2q} + \dots + \psi_{2s} T_1^{2s}; \\ \dots \\ \bar{g}(T_h) = g + \psi_{2q} T_h^{2q} + \dots + \psi_{2s} T_h^{2s}. \end{cases} \quad (22)$$

Выбрав в (22) число h равным или большим числа слагаемых в каждом из уравнений, согласно МНК найдем параметры $g, \psi_{2q}, \dots, \psi_{2s}$, а значение g примем в качестве результирующего значения УСП.

В простейшем случае при $q = s = 1$ и $h = 2$ согласно (22) придем к системе из двух уравнений

$$\begin{cases} \bar{g}(T_1) = g + \psi_2 T_1^2; \\ \bar{g}(T_2) = g + \psi_2 T_2^2, \end{cases}$$

решением которой является значение

$$g = \bar{g}(T_1) - \frac{\bar{g}(T_2) - \bar{g}(T_1)}{(T_2 / T_1)^2 - 1},$$

где без потери общности можно полагать $T_1 < T_2$.

Таким образом, суть изложенного метода устранения смещений в показаниях БГ состоит в проведении вычислений УСП с использованием весовых функций, имеющих различную длительность, но одну и ту же форму, с последующим нахождением коэффициентов аппроксимации результатов наблюдений полиномом по переменной T , содержащим только члены четного порядка. Коэффициент при нулевой степени указанной аппроксимации и предлагается принять за итоговый результат измерений.

Выводы

В настоящей работе исследовано влияние на показания симметричного баллистического гравиметра неопределенности совмещения временной шкалы, в которой происходит движение ПТ, с временной шкалой весовой функции. Для устранения этой неопределенности может быть использован алгоритм оценивания временного сдвига с медианной обработкой множества элементарных оценок сдвига. Каждая из таких оценок формируется на основе разделённых разностей первого порядка по паре случайно выбранных отсчетов данных с выхода ИПД.

Неопределенность порядка полиномиальной модели весьма существенно сказывается на показаниях симметричных баллистических гравиметров. При заниженном порядке полиномиальной модели на выходе гравиметра формируется систематическая ошибка показаний за счет неучтенных членов полиномиальной модели, а при завышенном порядке возрастает случайная составляющая ошибки измерений. Учет поведения показаний БГ при различных длительностях весовой функции обработки создает предпосылки для исключения систематических погрешностей из результатов измерений.

В работе показано, что систематическую погрешность измерений можно представить в виде полиномиальной функции от длительности изме-

рительного интервала, и предложен метод компенсации, предполагающий определение значений УСП с применением весовых функций различной длительности.

Дальнейшие работы предполагается посвятить детальному анализу смещения показаний БГ, связанного с отклонением траектории движения ПТ от полиномиальной функции второго порядка, и усовершенствованию методов его компенсации.

Список литературы

1. Comparison between two mobile absolute gravimeters: Optical versus atomic gravimeters / S. Merlet, Q. Bodart, N. Malossi [et al.] // *Metrologia*. – 2010. – Vol. 47. – P. L9–L11.
2. *Двуліт П.Д.* Гравіметрія / П.Д. Двуліт. – Львів.: ЛАГТ, 1998. – 196 с.
3. *Занимонский Е.М.* Баллистический гравиметр: подход в рамках теории линейных систем / Е.М. Занимонский, В.Д. Нагорный // *Измерительная техника*. – 1992. – № 3. – С. 34–36.
4. *Светлов С.М.* Баллистический гравиметр: анализ в частотной области / С.М. Светлов // *Вестник ХГПУ*. – 1999. – Вып. 56. – С. 91–98.
5. *Viron O. de* Revisiting absolute gravimeter intercomparisons / O. de Viron, M. Van Camp, O. Francis. // *Metrologia*. – 2011. – Vol. 48. – P. 290–298.
6. *Krynski J.* Gravimetry for geodesy and geodynamics – brief historical review / J. Krynski // *Reports on geodesy*. – 2012. – Vol. 92, No. 1. – P. 69–86.
7. *D'Agostino Giancarlo.* Development and metrological characterization of a new transportable absolute gravimeter: Doctorate thesis / Giancarlo D'Agostino. – Politecnico di Torino, 2005. – 100 p.
8. *Раннев Г.Г.* Интеллектуальные средства измерений: учебник для студ. вузов / Г.Г. Раннев. – М.: Издат. центр “Академия”, 2010. – 272 с.
9. *Болюх В.* Абсолютні балістичні лазерні гравіметри із симетричним способом вимірювання прискорення вільного падіння / В. Болюх, О. Вінніченко // *Метрологія та прилади*. – 2013. – № 2. – С. 53–59.
10. *Нагорный В.Д.* Обработка данных в баллистическом гравиметре: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М.: 1993. – 109 с.
11. *Омельченко А.В.* Влияние шумов дискретизации на точность симметричных баллистических гравиметров / А.В. Омельченко, Е.М. Занимонский, В.С. Купко // *Український метрологічний журнал*. – 2013. – № 1. – С. 33–39.
12. *Омельченко А.В.* Весовые функции полиномиального регрессионного анализа / А.В. Омельченко, А.В. Федоров // *Вісник Харківського національного університету*. – 2008. – № 833, вип. 10. – С. 193–205. – (Сер. “Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління”).