

МЕТОД ПОВІРКИ ЕЛЕКТРОВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ ЗМІННОГО СТРУМУ СПЕЦІАЛЬНИМИ СИГНАЛАМИ З КУСКОВО-СХІДЧАСТОЮ АПРОКСИМАЦІЄЮ

В.М. Чинков,

доктор технічних наук, професор Харківського університету Повітряних Сил
імені Івана Кожедуба

В.В. Мошаренков, старший викладач Харківського університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба



В.М. Чинков



В.В. Мошаренков

Досліджено метод повірки електровимірювальних приладів змінного струму цифровими кусково-східчастими сигналами спеціальної форми, що ґрунтуються на прямому цифроаналоговому синтезі. Показано можливість такої повірки з досить низькою методичною похибкою, що забезпечує підвищення достовірності повірки за рахунок більшої адекватності моделі повірочного сигналу до реального вхідного сигналу приладу.

The method of such validation of electric-measuring instruments for alternating current with the digital partial-step signals based on direct digital-analogous synthesis is studied. The possibility of such check with sufficiently low methodic error providing increase of accuracy of the model of validation signal for real input signal of the instrument is shown.

Однією з найважливіших характеристик якості повірки засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) є достовірність повірки [1]. Ця характеристика відображає ступінь довіри до отриманих результатів повірки ЗВТ. На неї впливає велика кількість факторів, найбільш суттєвими з яких є точність і повнота контролю повірочних параметрів ЗВТ, часові показники повірки, надійність повірочних та еталонних ЗВТ, точність задання допуску на повірочну характеристику, методика повірки, способи обробки та реєстрації вимірювальної інформації під час повірки, наявність системи контролю [1–4].

Під час експлуатації ЗВТ, як правило, вважають, що достовірність повірки визначається інструментальною похибкою, тобто класом точності використовуваного робочого еталона. Такий підхід до оцінки достовірності повірки і до вибору робочих еталонів, як зазначено в [5], хоч і покладений в основу більшості НТД [4], є справедливим лише для вузького класу практичних завдань, а саме, коли реальний сигнал дуже близький до прийнятої моделі повірочного сигналу. Так, для електровимірювальних приладів змінного струму (ЕВПЗС) за модель повірочного сигналу беруть синусоїдальну форму, хоча реальний сигнал зазвичай таким не є. Неадекватність моделі повірочного сигналу і форми реального сигналу ЕВПЗС, що повіряється, призводить до невизначеності результату його повірки, яку не можна усунути підвищенням точності робочого еталона.

Як приклад, наведемо повірку вимірювальних генераторів, однією з операцій якої є вимірювання опорного рівня його вихідного сигналу. Для цього як робочий еталон рекомендується використовувати компенсаційний вольтметр, наприклад ВЗ-49, відносна похибка якого нормована для синусоїдального сигналу, тобто передбачається, що вихідний сигнал генератора має синусоїдальну форму. Однак реальний вихідний сигнал будь-якого вимірювального генератора відрізняється від прийнятої моделі і є несинусоїдальним, що призводить до методичної похибки повірки [6].

Проведений аналіз показав, що невідповідність форми реального сигналу ЕВПЗС моделі повірочного сигналу у вигляді ідеального синусоїдального сигналу може істотно впливати на достовірність результатів повірки ЕВПЗС, а отже, і на висновок про його придатність до подальшої експлуатації із заданими характеристиками. Це твердження обґрунтовує необхідність дослідження принципово нового підходу до повірки ЕВПЗС, що ґрунтується на переході від моделі повірочного сигналу синусоїдальної форми до моделі, більш адекватної реальним сигналам ЕВПЗС, наприклад, якої-небудь

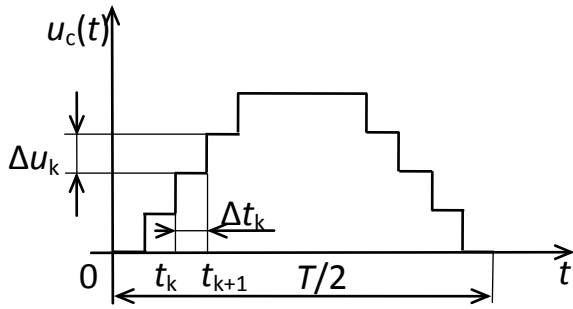


Рис. 1. Напівперіод повірочного сигналу

спеціальної форми (прямокутної, трикутної та трапеціодної), генерація яких не створює труднощів.

Дослідженню методів повірки ЕВПЗС аналоговими сигналами спеціальної форми присвячено низку статей [7–9], у найбільш узагальненому вигляді результати таких досліджень викладено в статтях [7, 10].

Метою цієї статті є подальше удосконалення методів повірки ЕВПЗС сигналами спеціальної форми за рахунок переходу від аналогових до цифроаналогових (цифрових) повірочних сигналів з кусково-східчастою апроксимацією, які можуть бути відтворені з істотно більшою точністю і стабільністю.

Розглянемо повірочний кусково-східчастий сигнал $u_c(t)$, який апроксимує періодичний трапеціодний сигнал із періодом T (рис. 1).

Позначимо точки перемикання (моменти стрибків) сигналу $u_c(t)$ через t_k , а рівень стрибків у цих точках – через Δu_k , причому $\Delta u_k > 0$ під час зростання і $\Delta u_k < 0$ під час зменшення кусково-східчастої напруги $u_c(t)$.

Оскільки напруга $u_c(t)$ є кусково-постійним періодичним сигналом, то кореляційна функція цієї напруги

$$R_0(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u_c(t) u_c(t - \tau) dt \quad (1)$$

є кусково-лінійною функцією. Це означає, що її перша похідна $R'_0(\tau)$ буде кусково-постійною функцією, а друга похідна $R''_0(\tau)$ – сумою δ -функцій у точках t_k .

Для обчислення кореляційної функції струмів у вимірювальних ланцюгах ЕВПЗС

$$R(\tau) = \int_0^T g(\tau) R_0(\tau - t) dt$$

використаємо розкладання функції $R(\tau)$ за ступенями малого параметра $\varepsilon = \omega \Delta t$, де ω – кругова частота основної гармоніки періодичного сигналу $u_c(t)$; Δt – постійна часу, що визначається реактивними елементами вимірювальних ланцюгів ЕВПЗС, одержимо

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) + G'(0)R'_0(\tau) + \int_0^T g_1(t)R''_0(\tau - t) dt, \quad (2)$$

де

$$g_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{e^{p_n t}}{1 - e^{p_n T}}, \quad 0 < t < T. \quad (3)$$

Підсумовування у цій формулі здійснюється за всіма полюсами передатної функції ЕВПЗС $G(p)$:

$$G(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p - p_n},$$

де p_n – полюси передатної функції $G(p)$; A_n – залишки в цих полюсах.

Обчислимо похідні $R'_0(\tau)$ та $R''_0(\tau)$ кореляційної функції струмів $R_0(\tau)$.

Використовуючи (1), для першої похідної $R'_0(\tau)$ запишемо

$$R'_0(\tau) = -\frac{1}{T} \int_0^T u_c(t) u'_c(t - \tau) dt. \quad (4)$$

Подамо похідну $u'_c(t)$ через суму δ -функцій:

$$u'_c(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \delta(t - t_k). \quad (5)$$

Підставляючи рівність (5) у (4), отримуємо

$$R'_0(\tau) = -\frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \int_0^T u_c(t) \delta(t - \tau - t_k) dt,$$

або

$$R'_0(\tau) = -\frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k u_c(\tau + t_k), \quad (6)$$

де

$$u_c(\tau + t_k) = \int_0^T u_c(t) \delta(t - \tau - t_k) dt.$$

Підсумовування по k у формулі (6) проводиться за всіма стрибками функції $u_c(t)$ на інтервалі періодичності $(0, T)$.

Обчислимо другу похідну $R''_0(\tau)$, використовуючи вираз (6):

$$R''_0(\tau) = -\frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_l \delta(\tau + t_l - t_k). \quad (7)$$

З урахуванням (7) для інтеграла в (2) отримуємо

$$\int_0^T g_1(t) R''_0(\tau - t) dt = -\frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_l g_1(\tau + t_l - t_k). \quad (8)$$

Підсумовування по k у цій формулі здійснюється за всіма точками t_k на інтервалі періодичності

(0, T) і за всіма точками t_1 , такими, що величина $(\tau + t_1 - t_k)$ знаходиться в тому самому часовому інтервалі.

Підставимо (6), (8) у вираз (2), маємо

$$R(\tau) = G(0)R_0(\tau) - \frac{G'(0)}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k u_c(\tau + t_k) - \frac{1}{T} \sum_{k,l=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_l g_1(\tau + t_1 - t_k). \quad (9)$$

Формула (9) для кусково-східчастої функції $u_c(t)$ є точною.

Узагальнений вираз для оцінки методичної похибки повірки ЕВПЗС періодичним кусково-східчастим сигналом $u_c(t)$ отримуємо за умови, коли постійна часу вимірювального ланцюга приладу достатньо мала в порівнянні з часовим інтервалом між сусідніми сходинками $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ (рис. 1). Математично ця умова означає, що для всіх полюсів p_n передатної функції ЕВПЗС $G(p)$ виконується нерівність $|p_n| \Delta t_k \gg 1$, яку можна записати і так:

$$\frac{|p_n|}{\omega} \omega \Delta t_k \gg 1, \text{ тобто } \frac{2\pi|p_n|}{\omega} \cdot \frac{1}{N} \gg 1,$$

де $N = T/\Delta t_k$ – кількість сходинок на період T сигналу $u_c(t)$. Таким чином, повинна виконуватися нерівність $N \ll (2\pi|p_n|)/\omega \sim 1/\varepsilon$. Оскільки зазвичай $\varepsilon \leq 10^{-3}$, то це є цілком реальною умовою.

Зауважимо, що за протилежної умови, коли сходинки сигналу $u_c(t)$ настільки малі, що часовий інтервал Δt_k між ними значно менший за постійну часу приладу, в його електричних ланцюгах відбувається усереднення або згладжування сходинок. Прилад стає нечутливим до сходинок, так що їх наявність у повірочному сигналі не призводить до похибки повірки.

Для аналізу похибки повірки за умови $p_n \Delta t \gg 1$ звернемося до функції $g_1(t)$. Для компактності записів подамо формулу (3) для цієї функції у вигляді

$$g_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} s_n(t), \quad (10)$$

де

$$s_n(t) = \frac{e^{p_n t}}{1 - e^{p_n T}}. \quad (11)$$

Оскільки всі полюси p_n великі, то при $Re p_n < 0$ функція $s_n(t)$, згідно з (11), являє собою вузький пік поблизу точки $t = 0$ (рис. 2a) шириною приблизно $\Delta t \sim 1/|Re p_n|$. При $Re p_n > 0$ функція $s_n(t)$ також являє собою вузький пік (рис. 2б), але при $t = T$ визначається за виразом

$$s_n(t) = \frac{e^{p_n T} e^{p_n(t-T)}}{1 - e^{p_n T}} \sim -e^{p_n(t-T)}.$$

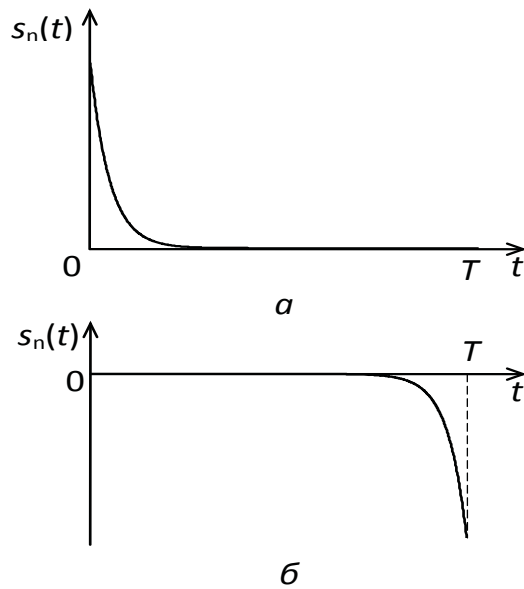


Рис. 2. Графік функції $s_n(t)$:
а – при $Re p_n < 0$; б – при $Re p_n > 0$

Таким чином, з аналізу величини $s_n(t)$ випливає, що функція $g_1(t)$, згідно з (10) відмінна від нуля тільки поблизу точок $t = 0$ і $t = T$.

Усі дослідження функції $g_1(t)$ слід проводити не на інтервалі періодичності (0, T), а на інтервалі періодичності $(-T/2, T/2)$, тому що на цьому інтервалі вона має вузький пік у точці $\tau = 0$. При $t < 0$ функції $g_1(t)$ і $s_n(t)$ отримують періодичним продовженням.

Обчислимо третій доданок у формулі (9), який має фізичний сенс похибки. Введемо позначення

$$\Delta R_2(\tau) = -\frac{1}{T} \sum_{k,l=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_l g_1(\tau + t_1 - t_k).$$

Як зрозуміло з попереднього, величина $\Delta R_2(\tau)$ відмінна від нуля тільки в малому околі точок $\tau_i = t_l - t_k$ на інтервалі $(-T/2, T/2)$. Ці точки можна отримати так: побудувати різниці $t_l - t_k$ у порядку зростання і нанести їх на часову вісь. Зокрема, при рівномірному розбитті (рівномірній дискретизації) такими точками будуть такі моменти часу: $\tau_i = 0, \pm \Delta t, \pm 2\Delta t, \dots$ ($\Delta t = T/N$). Праворуч від такої точки τ_i для величини $\Delta R_2(\tau_i + 0)$ з (6) знаходимо

$$\Delta R_2(\tau_i + 0) = -\frac{1}{T} g_1(+0) \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}, \quad (12)$$

ліворуч від точки τ_i для величини $\Delta R_2(\tau_i - 0)$ отримуємо

$$\Delta R_2(\tau_i - 0) = \frac{1}{T} g_1(-0) \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}. \quad (13)$$

Виходячи з (12) і (13), найбільше значення величини ΔR_2 маємо при $\tau_i = 0, i = 0$.

Абсолютна методична похибка у визначенні величини $R(\tau)$ дорівнює

$$\Delta R = R(\tau) - |G_1| R_0(\tau + \psi/\omega), \quad (14)$$

де $G_1 = |G_1| e^{j\psi_1} = G(j\omega)$ – комплексна передатна функція ЕВПЗС на робочій частоті ω .

З точністю до малої величини порядку $0(\varepsilon)$ дістаємо

$$|G_1| = G(0) + 0(\varepsilon^2);$$

$$\psi_1 = \omega \frac{G'(0)}{G(0)} + 0(\varepsilon^3),$$

звідки

$$G'(0) = G(0) \frac{\Psi}{\omega}. \quad (15)$$

Розкладемо функцію $R_0(\tau + \psi/\omega)$ в (14) у степеневий ряд до першого (лінійного) члена:

$$R_0\left(\tau + \frac{\Psi}{\omega}\right) = R_0(\tau) + R_0'\left(\tau + \zeta \frac{\Psi}{\omega}\right) \frac{\Psi}{\omega}, \quad (16)$$

де залишковий член береться у зміненій точці $\tau + \zeta(\Psi/\omega)$, ($\zeta < 1$).

Беручи до уваги рівняння (15) і (16) у (14), для абсолютної похибки ΔR запишемо

$$\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2, \quad (17)$$

де

$$\Delta R_1 = G'(0) R_0'(\tau) - G(0) \frac{\Psi}{\omega} R_0'\left(\tau + \zeta \frac{\Psi}{\omega}\right).$$

З урахуванням (15) отримуємо

$$\Delta R_1 = G'(0) \left[R_0'(\tau) - R_0'\left(\tau + \zeta \frac{\Psi}{\omega}\right) \right].$$

Позначимо $\zeta(\Psi/\omega) = M \ll 1$ або, з урахуванням (15), $M = \zeta(G'(0)/G(0))$. Тоді

$$\Delta R_1 = G'(0) [R_0'(\tau) - R_0'(\tau + M)]. \quad (18)$$

Використовуючи формулу (6) для $R_0'(\tau)$, знаходимо

$$R_0'(\tau) - R_0'(\tau + M) = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k [u_c(\tau + M + t_k) - u_c(\tau + t_k)]. \quad (19)$$

Величина $[u_c(\tau + M + t_k) - u_c(\tau + t_k)]$ відмінна від нуля тільки в ε -околі точок τ_i , де вона дорівнює Δu_{k+i} . Інакше кажучи, функція $R_0'(\tau)$ неперервна всюди, крім точок τ_i , а функція $R_0(\tau)$ має в точках τ_i зломи.

Підставляючи рівняння (19) у (18), отримуємо

$$\Delta R_1(\tau_i - 0) = \frac{G'(0)}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}; \quad (20)$$

$$\Delta R_1(\tau_i + 0) = 0, \quad M > 0. \quad (21)$$

Умову $M > 0$ завжди можливо виконати відповідним вибором операторних провідностей $Y_1(p)$ і $Y_2(-p)$ вимірювальних ланцюгів приладу. Це ґрунтується на тому, що величина $M = \zeta(G'(0)/G(0))$ змінює знак при заміні p на $-p$, яка, у свою чергу, еквівалентна заміні $Y_1(p)$ на $Y_2(p)$. Тому при перевірці амперметрів та вольтметрів, коли $Y_1(p) = Y_2(p)$, величина $M = 0$, тобто $G'(0) = 0$. У цьому випадку виконується рівняння $g_1(+0) = g_1(-0)$ і при обчисленнях знак величини M не позначається. Під час перевірки ватметрів вимірювальні ланцюги струму і напруги потрібно вибирати так, щоб виконувалася нерівність $G'(0)/G(0) > 0$. В іншому випадку слід поміняти місцями провідності $Y_1(p)$ та $Y_2(p)$.

Беручи до уваги співвідношення (13), (14) для ΔR_2 і (20), (21) для ΔR_1 , з формули (17) для абсолютної похибки ΔR запишемо:

$$\Delta R(\tau_i + 0) = -\frac{g_1(+0)}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}; \quad (22)$$

$$\Delta R(\tau_i - 0) = [G'(0) - g_1(-0)] \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}, \quad (23)$$

де

$$g_1(+0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{1}{1 - e^{p_n T}}; \quad (24)$$

$$g_1(-0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{e^{p_n T}}{1 - e^{p_n T}}; \quad (25)$$

$$G'(0) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2}. \quad (26)$$

Зазначимо, що у співвідношеннях (24) і (25) справедливі такі рівняння:

$$\frac{1}{1 - e^{p_n T}} = \begin{cases} 1, & \text{Re } p_n < 0 \\ 0, & \text{Re } p_n > 0 \end{cases} + 0(e^{-|p_n|T}); \quad (27)$$

$$\frac{e^{p_n T}}{1 - e^{p_n T}} = \begin{cases} 0, & \text{Re } p_n < 0 \\ -1, & \text{Re } p_n > 0 \end{cases} + 0(e^{-|p_n|T}). \quad (28)$$

Рівності (27), (28) вірні з точністю до експоненціально малих членів. З урахуванням цих рівностей формули (25) і (26) набирають спрощеного вигляду:

$$g_1(+0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2}; \quad (29)$$

$$g_1(-0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2}. \quad (30)$$

Зазначимо, що в (29) підсумовування ведеться тільки за полюсами p_n з негативною дійсною частиною, а в (30) – тільки за полюсами з позитивною дійсною частиною, що підкреслено в сумах знаками $(-)$ і $(+)$.

Обчислимо величину $[G'(0) - g_1(-0)]$ згідно з (23). З урахуванням рівностей (26) і (25), а потім (24) отримуємо

$$G'(0) - g_1(-0) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} = -g_1(+0). \quad (31)$$

Підставимо $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2}$ з (31) в (23), маємо

$$\Delta R(\tau_i - 0) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}. \quad (32)$$

З формул (22) і (32) випливає, що в точках τ_i функція неперервна, тоді після перетворень знаходимо

$$\Delta R(\tau_i) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \rho_i, \quad (33)$$

де $\rho_i = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_k \Delta u_{k+i}$ – дискретна згортка величини Δu_k

(або дискретна автокореляційна функція).

Тому

$$|\rho_i| \leq \rho_0 = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{\infty} (\Delta u_k)^2 = \frac{N}{T} \overline{\Delta u_k^2} = \frac{N}{T} (\Delta u)^2, \quad (34)$$

де $\Delta u = \sqrt{\overline{(\Delta u_k)^2}}$ – середньоквадратичне значення (СКЗ) сходинок Δu_k напруги $u_c(t)$; N – кількість сходинок на період T сигналу $u_c(t)$.

Отже, з урахуванням нерівності (34) формула (33) набирає вигляду

$$\Delta R(\tau_i) \leq \frac{N}{T} (\Delta u)^2 \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \right|. \quad (35)$$

Ця формула є узагальненою, і за її допомогою можуть бути отримані оцінки методичних похибок повірки для конкретних видів ЕВПЗС кусково-східчастими сигналами спеціальної форми (прямокутної, трикутної та трапезоїдної). Для цього потрібно обчислити $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2}$ для кожного виду ЕВПЗС, що повіряється.

Проведемо оцінку для відносної методичної похибки повірки, яка визначається за формулою

$$\delta R = \frac{\Delta R}{U^2 G(0)},$$

або після підстановки співвідношення (35)

$$\delta R \leq \frac{N}{T} \left(\frac{\Delta u}{U} \right)^2 \frac{1}{G(0)} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \right| = N \left(\frac{\Delta u}{U} \right)^2 Q, \quad (36)$$

де

$$Q = \frac{1}{T G(0)} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} \right|. \quad (37)$$

Обчислимо величину Q для різних видів приладів, що повіряються.

1. Повірка електромеханічних амперметрів та вольтметрів змінного струму

1.1. У вимірювальному ланцюзі приладу не передбачено компенсації індуктивності котушки.

Нехай вимірювальний ланцюг приладу має схему, наведену на рис. 3а, де r – активний опір з можливим баластним (додатковим) опором; L – індуктивність котушки.

Запишемо вираз для операторної провідності вимірювального ланцюга приладу:

$$Y(p) = \frac{1}{r + pL} = \frac{k}{p - p_0}, \quad (38)$$

де $p_0 = -r/L$ – полюс із негативною дійсною частиною; k – числовий коефіцієнт.

З використанням (38) визначимо передатну функцію вимірювального ланцюга приладу:

$$G(p) = Y(p)Y(-p) = -\frac{k^2}{(p - p_0)(p + p_0)}. \quad (39)$$

Як видно із цього співвідношення, є єдиний полюс із негативною дійсною частиною, тому

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{p_n^2} = \frac{A_0}{p_0^2}, \quad (40)$$

де

$$A_0 = -k_2/2p_0. \quad (41)$$

З (39) знаходимо

$$G(0) = k^2/p_0^2. \quad (42)$$

Підставляючи рівність (40) з урахуванням (41) і (42) в (37), дістаємо

$$Q = \frac{1}{2T |p_0|} = \frac{1}{4\pi |p_0|} \omega = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega L}{r}.$$

Тоді (36) набирає вигляду

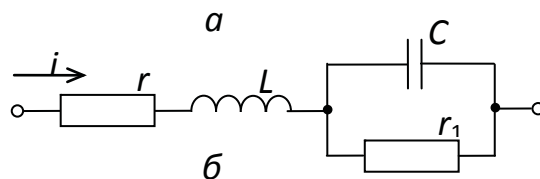
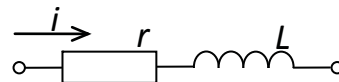


Рис. 3. Вимірювальний ланцюг приладу: а – без компенсації індуктивності котушки; б – з компенсацією індуктивності котушки

$$\delta R = \frac{N}{4\pi} \left(\frac{\Delta u}{U} \right)^2 \frac{\omega L}{r}. \quad (43)$$

Величина δR є відносною похибкою квадрата СКЗ струму I у вимірювальному ланцюзі приладу, тобто

$$\delta R = (\Delta I)^2 / I^2.$$

Тому перейдемо до СКЗ відносної похибки струму, отримуємо

$$\delta I = \frac{\Delta I}{I} = \frac{\sqrt{I^2 + (\Delta I)^2} - I}{I} = \sqrt{1 + \delta R} - 1 = \frac{1}{2} \delta R.$$

Після підстановки (43) остаточно маємо

$$\delta I = \frac{N}{8\pi} \left(\frac{\Delta u}{U} \right)^2 \frac{\omega L}{r}. \quad (44)$$

Зокрема, для повірного сигналу прямокутної форми типу меандр, який має на інтервалі $(0, T)$ два стрибки величиною U кожний, так що $\Delta u = 2U$, із (44) знаходимо

$$\delta I = \frac{2}{8\pi} \left(\frac{2U}{U} \right)^2 \frac{\omega L}{r} = \frac{1}{\pi} \frac{\omega L}{r},$$

що збігається з відомим результатом, отриманим у [8, 9].

1.2. У вимірювальному ланцюзі приладу передбачено компенсацію індуктивності котушки, вона виконана за схемою (рис. 3б).

Запишемо вираз для операторного опору $Z(p)$ вимірювального ланцюга ЕВПЗС з урахуванням можливого послідовно включеного баластного (додакового) опору r_0 :

$$Z(p) = r_0 + r + pL + \frac{r_1}{1 + pr_1C}. \quad (45)$$

Введемо такі позначення:

$$\alpha = r_1C\omega; \quad \gamma = \frac{\omega L}{r}; \quad r_\Sigma = r_0 + r + r_1.$$

Враховуючи наведені позначення та беручи до уваги умову компенсації індуктивності, з виразу (45) отримуємо рівняння для коренів операторного опору $Z(p)$:

$$\alpha\gamma \left(\frac{p}{\omega} \right)^2 + \alpha(1 - \alpha\gamma) \frac{p}{\omega} + 1 = 0,$$

звідки маємо для двох полюсів $-p_1$ і p_2 :

$$p_1 p_2 = \frac{\omega^2}{\alpha\gamma}; \quad (46)$$

$$p_1 + p_2 = -\frac{\omega(1 - \alpha\gamma)}{\gamma}. \quad (47)$$

Крім того, в операторному опорі $Z(p)$ є ще один полюс, тобто нуль у операторній провідності $Y(p)$, який дорівнює $q = -\omega/\alpha$.

Передатна функція ЕВПЗС $G(p)$ у цьому випадку дорівнює

$$G(p) = k \frac{(p-q)(p+q)}{(p-p_1)(p-p_2)(p+p_1)(p+p_2)} = Y(p)Y(-p). \quad (48)$$

Очевидно, що передатна функція $G(p)$ має два полюси з негативною дійсною частиною: $-p_1$ та p_2 . Таким чином,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \binom{-}{n} \frac{A_n}{p_n^2} = \frac{A_1}{p_1^2} + \frac{A_2}{p_2^2},$$

де

$$A_1 = k \frac{p_1^2 - q^2}{(p_1 - p_2)2p_1(p_1 + p_2)};$$

$$A_2 = k \frac{p_2^2 - q^2}{(p_2 - p_1)2p_2(p_1 + p_2)},$$

так що

$$\sum_{n=1}^{\infty} \binom{-}{n} \frac{A_n}{p_n^2} = \frac{k}{2(p_1 - p_2)(p_1 + p_2)} \times \left[\frac{p_1^2 - q^2}{p_1^3} - \frac{p_2^2 - q^2}{p_2^3} \right]. \quad (49)$$

Перетворимо співвідношення в квадратних дужках, виразивши його через відомі величини $p_1 p_2$ (46) і $p_1 + p_2$ (47):

$$\frac{p_1^2 - q^2}{p_1^3} - \frac{p_2^2 - q^2}{p_2^3} = \frac{p_2 - p_1}{p_1 p_2} \left[1 - q^2 \frac{(p_1 + p_2)^2}{p_1^2 p_2^2} + \frac{q^2}{p_1 p_2} \right].$$

Підставимо цю рівність у (49):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \binom{-}{n} \frac{A_n}{p_n^2} = -\frac{k}{2p_1 p_2 (p_1 + p_2)} \times \left[1 - q^2 \frac{(p_1 + p_2)^2}{p_1^2 p_2^2} + \frac{q^2}{p_1 p_2} \right]. \quad (50)$$

Знаходимо величину $G(0)$ із (48):

$$G(0) = -k \frac{q^2}{p_1^2 p_2^2}.$$

З урахуванням цього співвідношення формулу (50) приведемо до вигляду

$$\frac{1}{G(0)} \sum_{n=1}^{\infty} \binom{-}{n} \frac{A_n}{p_n^2} = \frac{p_1 p_2}{2q^2 (p_1 + p_2)} \times \left[1 - q^2 \frac{(p_1 + p_2)^2}{p_1^2 p_2^2} + \frac{q^2}{p_1 p_2} \right].$$

Підставимо цей вираз у (37):

$$Q = \frac{1}{T} \frac{p_1 p_2}{2q^2(p_1 + p_2)} \times \left[1 - q^2 \frac{(p_1 + p_2)^2}{p_1^2 p_2^2} + \frac{q^2}{p_1 p_2} \right].$$

Беручи до уваги рівності (46), (47) і $q = -\omega/\alpha$, отримуємо

$$Q = \frac{1}{2\omega T} \frac{\alpha}{1 - \alpha\gamma} \left[1 - (1 - \alpha\gamma)^2 + \frac{\gamma}{\alpha} \right] = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha}{2(1 - \alpha\gamma)} \left(2\alpha\gamma + \alpha^2\gamma^2 + \frac{\gamma}{\alpha} \right).$$

Оскільки $\alpha \ll 1$ і $\gamma \ll 1$, то $\alpha\gamma, \alpha^2\gamma^2 \ll \gamma/\alpha$. Отже, з точністю до величин другого порядку малості маємо

$$Q = \frac{1}{4\pi} \gamma = \frac{1}{4\pi} \frac{\omega L}{r},$$

тобто ту саму формулу, що і в попередньому випадку. Це означає, що будуть справедливі і такі самі вирази для відносних похибок δR і δI – відповідно (43) і (44).

2. Перевірка електродинамічних ватметрів

В електродинамічних ватметрах компенсацію передбачено тільки в ланцюзі напруги (рис. 4). Якщо операторну провідність цього ланцюга позначити через $Y_1(p)$, а операторну провідність ланцюга струму – через $Y_2(p)$, то для передатної функції приладу маємо

$$G(p) = Y_1(p)Y_2(-p) = k \frac{(p - q)}{(p - p_1)(p - p_2)(p + p_0)}, \quad (51)$$

де тільки полюси p_1 і p_2 мають негативну дійсну частину, а полюс $(p = -p_0)$ – позитивну дійсну частину, причому $p_0 = -r_1/L_1$.

Переконаємося, що при цьому величина

$$M = \zeta \frac{\Psi}{\omega} = \zeta \frac{G'(0)}{G(0)} > 0.$$

В іншому випадку довелось б поміняти місцями $Y_1(p)$ та $Y_2(-p)$.

Обчислимо $\ln G(p)$, використовуючи формулу (51):

$$\ln G(p) = \ln k + \ln(p - q) - \ln(p - p_1) - \ln(p - p_2) - (p + p_0).$$

Тоді

$$\frac{G'(p)}{G(p)} = \frac{1}{p - q} - \frac{1}{p - p_1} - \frac{1}{p - p_2} - \frac{1}{p + p_0};$$

$$\frac{G'(0)}{G(0)} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_0} - \frac{1}{q} = \frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2} - \frac{1}{q} - \frac{1}{p_0}.$$

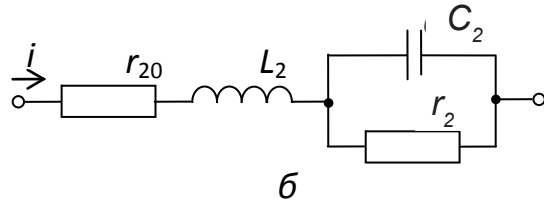
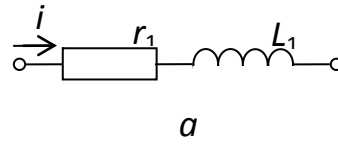


Рис. 4. Схема вимірювальних ланцюгів ватметра: а – струму; б – напруги

Підставляючи в цю формулу рівності (47), (48) і $q = -\omega/\alpha$, отримуємо

$$\frac{G'(0)}{G(0)} = -\frac{\omega(1 - \alpha\gamma)}{\gamma\omega^2} \alpha\gamma + \frac{\alpha}{\omega} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{\omega} [-\alpha(1 - \alpha\gamma) + \alpha] - \frac{1}{p_0} = \frac{\alpha^2\gamma}{\omega} - \frac{1}{p_0} > 0,$$

тоді як $p_0 = -r_1/L_1 < 0$.

Отже, можемо записати

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-) \frac{A_n}{p_n^2} = \frac{A_1}{p_1^2} + \frac{A_2}{p_2^2}, \quad (52)$$

де

$$A_1 = k \frac{p_1 - q}{(p_1 - p_2)(p_1 + p_0)}; \quad (53)$$

$$A_2 = k \frac{p_2 - q}{(p_2 - p_1)(p_2 + p_0)}. \quad (54)$$

З урахуванням (53), (54) співвідношення (52) набирає вигляду

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-) \frac{A_n}{p_n^2} = \frac{k}{(p_1 - p_2)p_1^2 p_2^2 (p_1 + p_0)(p_2 + p_0)} \times \left[(p_1 - q)(p_2 + p_0)p_2^2 - (p_2 - q)(p_1 + p_0)p_1^2 \right]. \quad (55)$$

У цьому виразі обчислимо:

- величину в квадратних дужках $[...] = (p_2 - p_1)\{p_1 p_2 (p_1 + p_2) - q[(p_1 + p_2)^2 - p_1 p_2]\} + p_0 p_1 p_2 - q p_0 (p_1 + p_2)$; (56)

- величину $(p_1 + p_0)(p_2 + p_0) = p_1 p_2 + p_0(p_1 + p_2) + p_0^2$. (57)

Підставимо (56) і (57) у формулу (55), дістаємо

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-) \frac{A_n}{p_n^2} = \frac{k[p_1 p_2 (p_1 + p_2) - q(p_1 + p_2)^2 + q p_1 p_2 + p_0 p_1 p_2 - q p_0 (p_1 + p_2)]}{p_1^2 p_2^2 [p_1 p_2 + p_0(p_1 + p_2) + p_0^2]}. \quad (58)$$

З (51) знаходимо

$$G(0) = -\frac{kq}{p_1 p_2 p_0}. \quad (59)$$

Враховуючи (58) і (59) у (37), маємо

$$Q = \frac{1}{T} \frac{p_0 [p_1 p_2 (p_1 + p_2) - q(p_1 + p_2)^2 + q p_1 p_2 + p_0 p_1 p_2 - q p_0 (p_1 + p_2)]}{q p_1 p_2 [p_1 p_2 + p_0 (p_1 + p_2) + p_0^2]}.$$

Підставимо рівняння (46), (47) і $q = -\omega/\alpha$, отримуємо

$$Q = \frac{p_0 \alpha^2}{T \omega^2} \frac{\alpha \gamma - \alpha^2 \gamma^2 + \frac{\gamma}{\alpha} - \frac{p_0}{\omega} \alpha \gamma^2}{1 - \frac{p_0}{\omega} \alpha (1 - \alpha \gamma) + \frac{p_0}{\omega} \alpha \gamma^2}.$$

Беручи до уваги умову $\alpha, \gamma \ll 1$, так що $\alpha \gamma, \alpha^2 \gamma^2 \ll \gamma/\alpha$, маємо

$$Q = \frac{|p_0| \alpha \gamma}{T \omega^2} \frac{\left| 1 - \frac{p_0}{\omega} \alpha^2 \gamma \right|}{1 - \frac{p_0}{\omega} \alpha + \frac{p_0^2 \alpha \gamma}{\omega^2}}.$$

Введемо позначення $\xi = \frac{\omega}{|p_0|} = \frac{\omega L_1}{r_1} \ll 1$, тоді

$$Q = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha \gamma}{\xi} \frac{\left(1 + \frac{\alpha^2 \gamma}{\xi} \right)}{1 + \frac{\alpha}{\xi} + \frac{\alpha \gamma}{\xi^2}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha \gamma (\xi + \alpha^2 \gamma)}{\xi^2 + \alpha \xi + \alpha \gamma}. \quad (60)$$

Звідси видно, що величина Q має перший порядок малості, тому що в чисельнику величина 3-го порядку малості, а в знаменнику – 2-го порядку малості.

Використовуючи (60), із (36) знаходимо відносну похибку повірки у визначенні кореляційної функції:

$$\delta R = \frac{N}{2\pi} \left(\frac{\Delta u}{U} \right)^2 \frac{\alpha \gamma (\xi + \alpha^2 \gamma)}{\xi^2 + \alpha \xi + \alpha \gamma}.$$

Якщо виконується умова $\xi \gg \alpha^2 \gamma$, що звичайно має місце, то

$$\delta R = \frac{N}{2\pi} \left(\frac{\Delta u}{U} \right)^2 \frac{1}{\frac{1}{\xi} + \frac{1}{\gamma} + \frac{\xi}{\alpha \gamma}}.$$

Наостанок нагадаємо, що всі дослідження виконано за умови, коли інтервал дискретизації $\Delta t \gg \tau$, де τ – постійна часу приладу, тобто за умови $N \ll 1/(\omega\tau)$. Роль величини $\omega\tau$ виконує найбільша з величин α, γ, ξ . У протилежному випадку ($N \gg 1/(\omega\tau)$) похибка буде мати не перший, а другий порядок малості за величиною $1/(\omega\tau)$, і цей випадок розглянуто в [10]. За граничними умовами ($N \sim 1/(\omega\tau)$) нинішні і проведені раніше досліджен-

ня дають очевидно однакову оцінку похибки, тому що $\omega\tau/N$ у цьому випадку дорівнює $(\omega\tau)^2$.

Висновки

Результатами досліджень, отриманими в статті, підтверджується, що під час повірки ЕВПЗС спеціальними сигналами з кусково-східчастою апроксимацією методична похибка повірки залишається практично тією ж самою, що й під час повірки аналоговими спеціальними сигналами. Однак відтворення кусково-східчастих (або цифрових) спеціальних сигналів прямого синтезу, що ґрунтується на прецизійному цифроаналоговому перетворенні, може бути здійснено з великою точністю і стабільністю у більш широкому діапазоні частот (до одиниць гігагерц) та з меншою апаратною складністю на елементах сучасної мікросхемотехніки зарубіжних фірм.

Список літератури

1. Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники / Г.П. Богданов, В.А. Кузнецов, М.А. Лотонов [и др.]; под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Радио и связь, 1990. – 240 с.
2. Автоматическая аппаратура контроля радиоэлектронного оборудования (вопросы проектирования) / под ред. Н.Н. Пономарева. – М.: Сов. радио, 1975. – 328 с.
3. Кудрицкий В.Д. Автоматизация контроля радиоэлектронной аппаратуры / В.Д. Кудрицкий, М.А. Синица, П.И. Чинаев / под ред. П.И. Чинаева. – М.: Сов. радио, 1977. – 256 с.
4. Метрологическое обеспечение измерений: обзорная информация. – М.: ВНИИТИ, 1985. – Вып. 3. – 42 с.
5. Основы эксплуатации средств измерений / В.А. Кузнецов, А.Н. Пашков, О.А. Подольский [и др.]; под ред. Р.П. Покровского. – М.: Радио и связь, 1984. – 184 с.
6. Федоров А.М. Диодные компенсационные вольтметры / А.М. Федоров. – М.: Изд-во стандартов, 1976. – 147 с.
7. Туз Ю.М. Источник калибровочного напряжения / Ю.М. Туз, Ю.С. Есиков // Измерительная техника. – 1973. – № 9. – С. 42–44.
8. Минц М.Я. Об использовании сигналов прямоугольной формы для поверки электромеханических приборов / М.Я. Минц, В.Н. Чинков // Там же. – 1980. – № 3. – С. 42–43.
9. Чинков В.Н. Теоретические основы калибровки электромеханических измерительных приборов переменного тока сигналами прямоугольной формы / В.Н. Чинков, А.А. Каревик // Український метрологічний журнал. – 2002. – № 2. – С. 58–61.
10. Чинков В.Н. Методи поверки електроизмерительных приборов переменного тока аналоговими сигналами спеціальної форми / В.Н. Чинков, В.В. Мошаренков // Там же. – 2012. – № 2. – С. 10–16.