

И.Г. Тулузов<sup>1</sup>, С.И. Мельник<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Харьковский региональный центр инвестиций, Харьков, Украина

<sup>2</sup>ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков, Украина

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ В ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МИНИМИЗАЦИИ СЛОЖНОСТИ

*The principle of minimizing of the complexity allows us to introduce a quantitative measure of information in algorithmic information theory. It is similar to the physical principle of least action in the vector space of the information states. The variational problem of finding the optimal description of the information object "B" for a given object "A" corresponds to the determination of the classical trajectory of a material point for a given initial and final position in the physical space-time. At the same time, the physical in the own reference system is equivalent to the length of the suffix of the compressed binary word. The proposed analogies of the information and physical theories simplify the description of the complex systems of information objects.*

**Ключевые слова:** информационное пространство, динамика, принцип наименьшего действия, релятивизм, фундаментальное измерение, инвариантность, теория сложности.

### Введение

Задачи информационной теории в самой общей постановке сводятся к предсказанию результатов еще не проведенных измерений на основе уже полученной в предыдущих измерениях информации. Однако существующие классические подходы к ее построению опираются на теорию множеств, классическую логику, теорию вероятностей и другие, не связанные с измерениями математические структуры. В связи с этим для получения ответов на поставленный вопрос дополнительно строят физическую модель наблюдаемого объекта или явления, а теорию информации используют лишь как вспомогательный язык описания заданных физических свойств в условиях неполной информации о результатах проведенных измерений. Подобный подход приводит к многочисленным противоречиям и парадоксам, которые неоднократно обсуждались в литературе.

В докладе, представленном на этой конференции мы показали, что методы алгоритмической теории информации (теории «сложности») позволяют ввести частичное упорядочение на множестве информационных объектов, а требования инвариантности к выбору языка описания — рассматривать их как элементы релятивистского векторного пространства. При этом естественно возникают понятия информационного времени и информационного расстояния в таком пространстве. Это открывает новую возможность не только рассматривать результаты фундаментальных измерений, как первичные, но и строить модель наблюдаемого объекта на их основе. В частности, множество «происходящих» в информационном про-

странстве событий имеют лишь косвенное отношение к событиям физического мира. Но они описывают операторы перехода между парами информационных состояний в информационном пространстве-времени. Естественно ожидать, что в этом случае и остальные законы взаимосвязи различных информационных состояний могут быть описаны в духе физической парадигмы. В частности, они могут быть представлены вариационным принципом, аналогичным принципу наименьшего действия. Причем вид информационного аналога этой функции будет определяться свойствами симметрии построенного информационного пространства, как и в физике. Ранее нами был разработан аналог физического пространства-времени для частично упорядоченного множества экономических состояний и построены основы динамики в таком пространстве [1]. Настоящая работа является первой попыткой проследить возможности такого пути для построения динамики в информационном пространстве-времени.

### Информационные «часы»

Шкала упорядочения элементов множества, аналогичная шкале физического времени, может быть сконструирована и в теории информации. Формально любая упорядоченная отношением включения последовательность информационных объектов уже является такой шкалой. В отличие от физических часов, в ней не требуется пары зеркал и светового сигнала, если задан другой способ расчета количества абсолютной и относительной информации, содержащейся в этих объектах. Тогда

у нас появляется возможность приписать каждому элементу последовательности число, равное в битах количеству содержащейся в нем информации. Более того, дискретность информационной шкалы (измерение «информационного времени» в битах) является естественной и не требует отдельного обоснования. При таком определении отпадает необходимость и в синхронизации информационных часов, потому что величина одного бита в классической теории информации абсолютна и не зависит от выбора языка описания.

Таким образом, *информационным аналогом промежутка времени* между двумя событиями в физическом пространстве, разделенными времениподобным интервалом, является количество информации, необходимое для перехода от информационного объекта «А» к информационному объекту «В». При алгоритмическом определении количества информации это длина программы (в битах), в которой на входе задан объект «А», а на выходе получен объект «В» [2]. Отметим, что в физике промежуток времени между двумя событиями зависит от системы отсчета, в которой проводятся измерения (траектории движения часов). В теории информации соответствующее количество информации также зависит от языка программирования, который можно считать *аналогом системы отсчета*. Различные цепочки информационных состояний, каждое из которых включает все предыдущие, соответствуют различным траекториям часов наблюдателя в физике.

Далее мы ограничимся рассмотрением узкого класса языков программирования, описываемых двоичным алфавитом. В соответствующих пространствах траектории (программы перехода между информационными объектами) представляют собой бинарные последовательности («слова»). Но при этом потребуем их равноправия и отсутствия выделенной информационной «системы отсчета».

#### Два подхода к описанию процедуры «сжатия» информации

Иллюзия, связанная с представлениями о существовании «мирового эфира», принимаемого за выделенную систему отсчета, привела в физике к ряду противоречий, которые были успешно разрешены в рамках релятивистской теории. Покажем, что и требование инвариантности бинарных языков описания приводит к аналогичному результату. Рассмотрим геометрическое представление слов в двумерном дискретном пространстве. Каждому двоичному слову поставим в соответствие ломаную линию. Причем, «0» соответствует шаг влево-вверх, а «1» — шаг вправо-вверх. Координата «слова» по вертикальной оси соответствует количеству знаков в уже записанной части «слова», а горизонтальная — разнице в количестве «1»

и «0» в слове. При записи слова первая координата может только увеличиваться, в то время как вторая — меняться в обе стороны. Поэтому мы уже сейчас отметим аналогию построенной модели со структурой одномерного пространства-времени в физике и будем обозначать размерность такого пространства как  $1+1$ .

Каждому бинарному слову, записанному на некотором языке, можно поставить в соответствие траекторию (ломаную линию). Некоторые из бинарных слов можно записать короче («сжать»). Для этого достаточно, чтобы отклонение частоты выпадения «0» на некотором участке траектории отличалось от  $\frac{1}{2}$  на статистически значимую величину.

Для описания во введенном выше пространстве операции сжатия (кодирования) слова, возможны, по крайней мере, два способа:

- Можно считать, что операция сжатия слова переводит его в этом пространстве в другое двоичное слово с меньшим количеством знаков.
- Можно сократить сложность описания исходного слова, перейдя к другому языку описания (буквам «a» и «b», например).

На рис. 1 (а) проиллюстрирована процедура сжатия слова «А» = «11011011011101111» в новое слово «А\*» = «1010101011» того же языка, а на рис. 1 (б) — перевод того же самого слова на новый язык описания: «11011011011101111» = «ababababaa». При этом, как видно из рисунка, соответственно новому языку изменяется как направление координатных осей, так и единицы измерения количества новых символов.

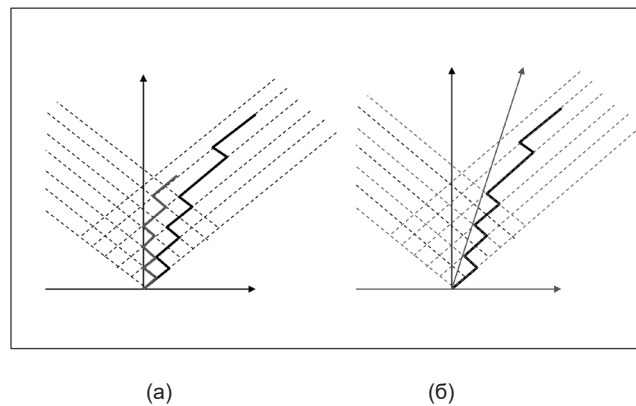


Рис. 1. Сравнение двух способов представления исходного (черная линия) и сжатого (красная линия) слов

Хотя с формальной точки зрения обе новые формы записи слова «А» эквивалентны (отличаются лишь обозначением символов), второй способ представления мы считаем более предпочтительным. Это связано с представлением об информации, как о некоторой объективной сущности, которая в идеале не должна зависеть от того языка, на котором она описана. Поэтому в пространстве слов положение как конечных, так и промежуточных точек в слове, не должно меняться от замены языка его

описания. В физической теории с самого начала используют только второй способ описания траекторий. Иначе каждый раз, поворачивая голову, мы бы считали, что окружающие тела меняют свое положение.

### Физический аналог «префикса» и «суффикса» сжатого бинарного слова

В результате сжатия бинарного слова одним из стандартных методов содержащаяся в нем информация делится на две принципиально различные части. В первой из них (префиксе) содержится описание всех тех закономерностей, которые и позволяют сократить запись слова. В оставшейся части сжатого слова содержится случайная в строго алгоритмическом смысле информация. Последнее означает, что в ней не остается никаких других (еще не учтенных) закономерностей, позволяющих записать его короче [3].

Рассмотрим физическую аналогию закономерной и случайной частей информации, содержащейся в сжатой записи бинарного слова. Предположим, например, что классическую траекторию материальной точки требуется описать как результат измерений, проведенных с помощью часов Эйнштейна (пара параллельных зеркал с фиксированным расстоянием между ними) и светового сигнала. Тогда это описание будет представлено последовательностью рассчитанных координат отражения последовательных световых сигналов от поверхности наблюдаемого тела. Дискретность такого представления зависит от расстояния между зеркалами, а полученная траектория движения окажется бинарным «словом». В нем можно выделить закономерную часть — частоту «1», и случайную — их положение в последовательности. Закономерная часть определяется относительной скоростью движения тела  $w_1(t) = 1/2 \cdot (1 - v/c)$ , а случайная — расстоянием между зеркалами и их точным положением.

Заметим, что задание только лишь закономерной части бинарного слова  $w_1(n)$  однозначно определяет всю траекторию в любой системе отсчета. Опираясь на эту аналогию, мы будем далее считать закономерную часть сжатого бинарного слова («префикс») объективной, а случайную («суффикс») — субъективной частью полной информации, содержащейся в этом слове. При этом номер  $n$  каждого символа бинарного слова соответствует времени (количеству дискретных «тик-таков») в системе отсчета, соответствующей выбранному языку описания. В «суффиксе» максимально сжатого слова  $w_1(n) = 1/2$ . Это означает, что символы такого языка описания соответствуют собственной системе отсчета (СО), в которой тело неподвижно и  $v(t) = 0$ . В любой другой СО  $w_1(n) \neq 1/2$  и длина записи «суффикса» увеличивается в соответствии с формулой Шеннона. Это полностью аналогично эффекту релятивистского замедления време-

ни в движущихся СО в физике. Можно показать, что формулы преобразование «префикса»  $w_1(n)$  и длины «суффикса» для множества инвариантных бинарных языков эквивалентны преобразованиям Лоренца в СТО. В этом нет ничего удивительного, так как при выводе этих формул используются те же самые свойства инвариантности. Таким образом, можно получить и все остальные законы *кинematики* релятивистского (инвариантного) пространства бинарных языков описания. Но для решения задач информационной динамики необходимо использовать дополнительные принципы.

### Информационный аналог принципа наименьшего действия

Задача классической динамики в самом простом варианте заключается в выборе траектории движения системы тел в расширенном координатном пространстве при задании ее начального и конечного положения. Для ее решения вариационным методом минимизируется функция действия, вид которой определяется свойствами наблюдаемой системы тел и внешними силовыми полями, которые заданы как функции времени и координат системы (ее степеней свободы). При этом показано, что в релятивистской механике

$$S_{AB} = -m \int_A^B ds,$$

где  $ds$  — интервал между соседними точками траектории. Этот интеграл соответствует промежутку времени между ее конечными точками, измеренному в собственной системе отсчета. А с учетом знака «-» минимум  $S_{AB}$  обеспечивается максимумом собственного времени. Другими словами, в релятивистской механике свободно движущееся тело «выбирает» ту траекторию движения, для которой его собственные «часы» покажут максимальное время [4].

Если рассматривать классическую траекторию как бинарное слово, то оказывается, что для истинной траектории движения длина «суффикса» максимальна по сравнению со всеми остальными траекториями. На первый взгляд, этот результат противоречит основной парадигме алгебраической теории информации — принципу минимизации сложности описания (поиску программы минимальной длины, которая переводит информационный объект «А» в объект «В»). Однако, при более подробном анализе мы разрешаем это противоречие.

Дело в том, что как в физическом, так и в информационном пространстве, мы имеем дело не с одной, а с двумя различными задачами оптимизации. В первой (выбор траектории движения) мы максимизируем собственное время для истинной траектории. Во второй — находим ее наиболее простое описание, переходя в собственную систему отсчета. При этом время, рассчитанное в собственной системе

отсчета, оказывается минимальным, по сравнению с остальными системами.

Первая вариационная задача (задача классической динамики) заключается в том, что в ней максимизируется длина «суффикса» в оптимальной записи траектории. Это означает, что ищется траектория (программа перехода от «А» к «В»), в которой присутствует минимальное количество закономерностей. Фактически, эти закономерности содержат только априорную информацию о конечных точках траектории и ее непрерывности. Можно связать это требование с принципом «бритвы Оккама». В найденной нами траектории нет никаких «лишних», не следующих из условия задачи, закономерных сущностей. Также этот результат соответствует в обобщенном смысле принципу максимального правдоподобия. В работе [5] мы показали, что он может быть получен средствами «теории сложности». Найденная нами траектория допускает максимальное количество случайных реализаций и потому может считаться максимально правдоподобной.

Во второй вариационной задаче мы уже не меняем найденную траекторию, а ищем наиболее простой способ описания каждой из ее случайных реализаций. Для этого все их закономерности, заданные зависимостью  $w_1(n)$ , переносятся в префикс, а длина суффикса оказывается минимальной на множестве различных языков описания.

Существенно, что длина случайной части для оптимальной траектории (информационный аналог действия) может быть рассчитан и для любого другого языка описания. Но для другого языка она уже не будет равна промежутку времени между двумя событиями.

Также, как и в физическом пространстве, можно ввести понятие информационного интервала между двумя информационными объектами. Его значение оказывается инвариантно к выбору языка описания из рассмотренного выше множества равноправных бинарных языков.

Подводя итог этому рассмотрению, мы можем утверждать следующее:

- Задача информационной динамики сводится к нахождению наиболее правдоподобной траектории перехода от одного информационного состояния к другому.
- Под траекторией перехода подразумевается закономерная часть программы, написанной на одном из равноправных бинарных языков.
- Наибольшее правдоподобие информационной траектории соответствует максимальному числу ее случайных реализаций или максимальной длине «суффикса» при ее оптимальном сжатии.
- Эта вариационная задача эквивалентна принципу наименьшего действия в классической релятивистской механике.
- Нахождение языка, в котором алгоритмическая сложность оптимальной траектории минималь-

на, соответствует переходу в собственную систему отсчета в физике.

## Выводы

Принимая «физический» подход к построению фундаментальных законов в теории информации, мы открываем путь для построения ее как динамической теории, в которой, подобно физике, возникают понятия пространства-времени, сил, взаимодействий. В целом это направление можно назвать «информофизикой», подобно термину «эконофизика», который используется в аналогичных ситуациях в экономике. Анализ истории развития физической теории позволяет нам предсказать и дальнейшие перспективы развития «информофизики». Расширение множества инвариантных языков описания таким образом, чтобы оно включало не только языки, соответствующие инерциальному движению, но и «неинерциальные», приведет, скорее всего, к возникновению информационного аналога ОТО. Дальнейшее расширение типов используемых симметрий связано с дискретностью представления информационных объектов, и, видимо, потребует использования квантово-механического подхода. Вопрос о том, существует ли конечное количество фундаментальных симметрий, которые требуется рассмотреть для описания всевозможных взаимодействий, или мы «обречены» вводить все более сложные симметрии для описания все более сложных информационных систем, остается открытым и в физике [6]. В настоящей работе мы ограничились рассмотрением только начального этапа этой цепочки.

## Список литературы

- [1] S.I. Melnyk, I.G. Tuluzov Theory of pricing as relativistic kinematics arXiv.org > q-fin > arXiv:1508.06225
- [2] Kolmogoroff A. N. Logical basis for information theory and probability theory / A. N. Kolmogoroff // IEEE Trans. Inform. Theory.— 1968.— V. IT-14.— P. 662–664.
- [3] Гоппа В.Д. Введение в алгебраическую теорию информации/ — М.: Наука. Физматлит, 1995.— 112 с.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Краткий курс теоретической физики. Механика. Электродинамика. Т. 1.— М., Наука, 1969.— 271 с.
- [5] Мельник С.И. Неопределенность и точность измерения как параметры оптимального описания результатов наблюдений / С.И. Мельник // Системи обробки інформації.— 2010.— № 4.— С. 56–62.
- [6] Грин Б. Элегантная Вселенная.— М.: Едиториал УРСС, 2004.— 288 с.