УДК 006.91:053.088

DOI: 10.24027/2306-7039.2.2019.174111

Основні положення Настанови з подання невизначеності вимірювань на основі байєсівського підходу

О.А. Боцюра[1], І.П. Захаров[1,2], П.І. Неєжмаков[2]

[1] *Харківський національний університет радіоелектроніки, пр. Науки, 14, 61166, Харків, Україна*
olesia.botsiura@nure.ua, newzip@ukr.net
[2] *ННЦ "Інститут метрології", вул. Мироносицька, 42, 61002, Харків, Україна*
pavel.neyezhmakov@gmail.com

Анотація

Розглянуто недоліки Настанови з подання невизначеності вимірювань (GUM), що призвели до необхідності її перегляду. Пераховано причини обмеження використання методу Монте-Карло для розрахунку невизначеності вимірювань в акредитованих випробувальних і калібрувальних лабораторіях. Обґрунтовано претензії до першого видання оновленого GUM, підготовленого JCGM.

Аналізуються пропоновані авторами шляхи до реалізації алгоритму обробки результатів і оцінювання невизначеності вимірювань на основі байєсівського підходу. Розглянуто обмеження на моделювання вимірювань при використанні запропонованого GUM. Наведено алгоритм оцінювання значень вхідних величин, їх стандартних невизначеностей і коваріацій на основі наявної інформації. Побудовано номограми для визначення параметрів законів розподілу вимірюваної величини на основі інформації, отриманої з сертифіката калібрування. Обґрунтовано критерії внесення поправок у числове значення вимірюваної величини та її стандартної невизначеності при нелінійному модельному рівнянні та значних невизначеностей вхідних величин.

Наведено вирази для отримання незміщених оцінок вимірюваної величини, а також її стандартної невизначеності. Показано, що для отримання стандартної невизначеності вимірюваної величини необхідно проводити урахування ексцесів розподілів вхідних величин.

Ключові слова: невизначеність вимірювань; байєсівський підхід; незміщені оцінки вимірюваної величини і стандартної невизначеності; метод ексцесів.

Отримано: 13.05.2019 Відредаговано: 23.05.2019 Схвалено до друку: 31.05.2019

Вступ

20-річний тріумфальний міжнародний хід "Настанови з подання невизначеності вимірювань" (GUM-93) [1] увінчався в 2013 році колективною пропозицією його розробників про необхідність його перегляду [2]. В основі цього рішення полягало декілька причин:

1. Будучи правонаступницею теорії похибок, концепція невизначеності в GUM-93, незважаючи на суттєву зміну термінології, будувалася на аналогічних базових принципах реалізації модельного підходу:

• при обчисленні сумарної стандартної невизначеності було застосовано закон поширення невизначеності (ЗПН) (правило підсумовування дисперсій), справедливий для лінійних або добре лінеаризованих моделей;

• при знаходженні стандартних невизначеностей вхідних величин різних типів використовуються різні інтерпретації ймовірності: стандартна невизначеність типу А виходить із функції щільності ймовірності (PDF), отриманої зі спостережуваного розподілу частот, у той час як стандартна невизначеність типу В виходить із передбачуваної функції щільності ймовірності.

2. Прагнення до спрощення обчислень розширеної невизначеності привело розробників GUM до незворотного твердження, що спирається на центральну граничну теорему, про допустимість опису щільності розподілу ймовірності (PDF) вимірюваної величини t-розподілом із ефективним числом ступенів свободи, яка визначається формулою Велча-Саттерсвейта.

3. Розробка Доповнення 1 до GUM (GUM-S1) [3] на основі методу Монте-Карло (ММК) дозволила усунути пераховані недоліки GUM-93. Однак у зв'язку з тим, що ММК є реалізацією

байєсівського підходу, оцінки стандартної невизначеності вимірюваної величини, одержані за допомогою процедур GUM-93 і GUM-S1, чисельно відрізняються. Тобто Доповнення до GUM увійшло в протидію GUM.

Крім того, безпосередньому використанню ММК у випробувальних і калібрувальних лабораторіях заважають такі фактори:

• необхідність у наявності в акредитованій лабораторії сертифікованого спеціалізованого програмного забезпечення для реалізації ММК;

• неможливість отримання повного бюджету невизначеності вимірювань існуючими зараз програмними засобами, що реалізують ММК;

• неможливість документації процедури оцінювання невизначеності на основі ММК для подальших перевірок контролюючими органами.

Робочою групою WG-1 Об'єднаного комітету з настанов у метрології (JCGM) було розроблено першу версію нової Настанови: JCGM 100 CD [4]. В основу нової Настанови було покладено байєсівський підхід. JCGM 100 CD був поширений до кінця 2014 року серед організацій-членів JCGM, національних метрологічних інститутів та інших одержувачів, від яких надійшло більше 1000 коментарів і відгуків, в основному негативних.

Основні зауваження до JCGM 100 CD полягали в такому [4]:

1. В основу JCGM 100 CD, так само як і GUM, покладено ЗПН, при цьому не визначено діапазон застосування виразів, побудованих на розкладанні рівняння вимірювання в ряд Тейлора першого порядку; використання ж членів другого порядку під час запису ЗПН виконано коректно тільки для гаусівських розподілів.

2. Запропонований в JCGM 100 CD спосіб оцінки розширеної невизначеності не залежить від законів розподілу вимірюваної величини. Консервативні коефіцієнти охоплення, отримані з нерівностей Чебишева і Гауса, дають завищені оцінки розширеної невизначеності: навіть у тому випадку, коли умови центральної граничної теореми виконуються, відмінність оцінок розширеної невизначеності, отриманих за допомогою JCGM 100 CD і ММК, може перевищувати 50 %.

У зв'язку з викладеним стає актуальною розробка процедури оцінювання невизначеності вимірювань, яка ґрунтується на байєсівському підході та усуває наведені недоліки.

Настанова оцінювання невизначеності вимірювань, що пропонується

1. Моделювання вимірювання

Метою вимірювання є отримання найкращої оцінки y вимірюваної величини Y та пов'язаної з нею стандартної невизначеності $u(y)$. У більшості випадків вимірювана величина визначається з інших (вхідних) величин $X_1, X_2, \ldots, X_N$ через модель вимірювання:

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N). \tag{1}$$

Ця Настанова зосереджена на вимірюваних величинах, які можна описати за допомогою лінійної моделі або моделі, що може бути без ризику лінеаризована з метою надання найкращої оцінки вимірюваної величини та пов'язаної з нею стандартної невизначеності. Оцінка невизначеності для нелінійних моделей, які не можуть бути надійно лінеаризовані, висвітлюється в GUM-S1 [3].

Наведена модель (1) є одномірною, оскільки має єдину вимірювану величину. Інші моделі, включаючи багатомірні та неявні, розглядаються в GUM-S2 [5]. Загальні питання моделювання вимірювання будуть докладно розглянуті у Настанові JCGM-103 [6], яка наразі розробляється.

2. Оцінювання вхідних величин, їх стандартних невизначеностей та коваріацій

Вхідні величини можна класифікувати як:

• величини, значення і невизначеності яких визначаються безпосередньо в певному вимірюванні й можуть бути отримані з одиничного показу засобів вимірювальної техніки (ЗВТ) або показів, що повторюються;

• поправки на покази ЗВТ і поправки, що впливають на вхідні величини, такі як температура навколишнього середовища, барометричний тиск і вологість;

• величини, значення і невизначеності яких введені у результат вимірювання із зовнішніх джерел, таких як відкалібровані еталони, сертифіковані стандартні зразки (референтні матеріали) і вихідні дані, зазначені в довідниках.

Якщо безпосередньо в певному вимірюванні отримано одиничний показ x_i ЗВТ величини X_i, то ці покази і є значеннями цієї величини.

Стандартна невизначеність цієї величини (інструментальна стандартна невизначеність) отримується з інформації, взятої з сертифіката калібрування ЗВТ: розширеної інструментальної невизначеності U_p та коефіцієнта охоплення k_p:

Таблиця 1

Коефіцієнти охоплення та відповідні закони розподілу

Значення коефіцієнтів охоплення для рівня довіри $p=0{,}9545$					
1,411	1,653	1,653...1,927	1,927	2	>2
Закон розподілу вимірюваної величини					
Арксинусний	Рівномірний	Трапецевидний	Трикутний	Нормальний	Стьюдента

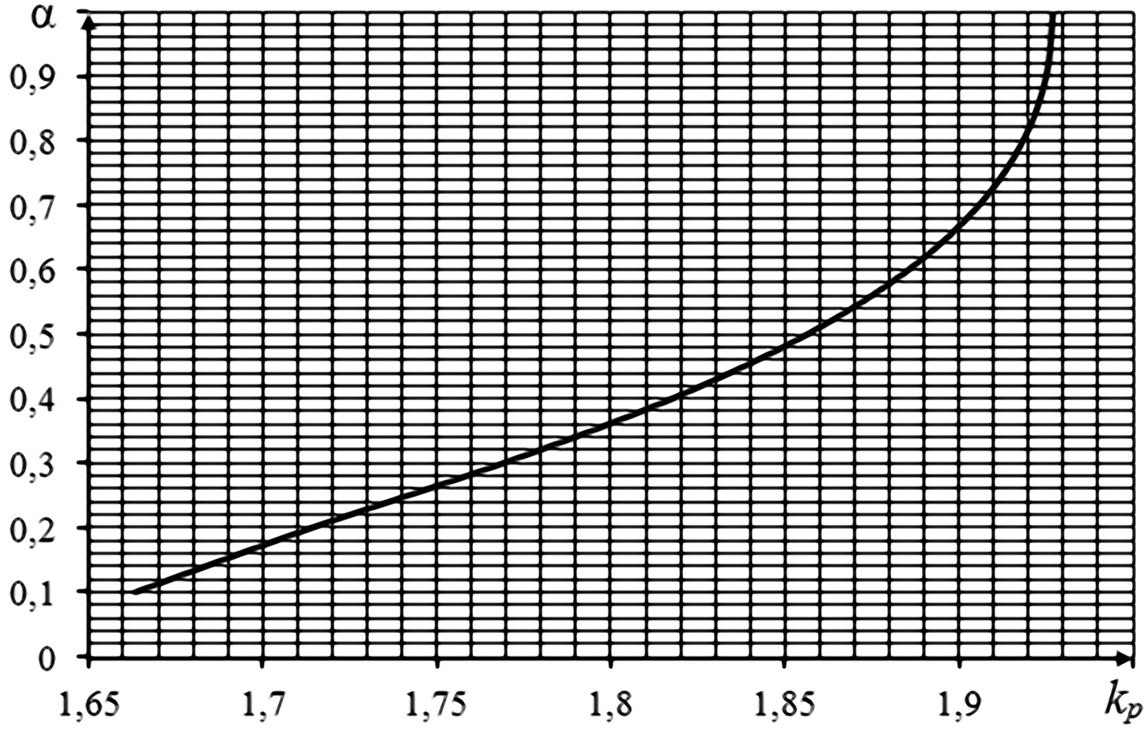

Рис. 1. Номограма для знаходження параметра $\alpha = u_2/u_1$ трапецевидного закону розподілу за значенням $k_{0,9545}$

$$u_t(x_i) = \frac{U_{pi}}{k_{pi}}\ , \qquad (2)$$

де p — рівень довіри, що зазвичай становить “приблизно 0,95”, тобто точно 0,9545. Для цієї ймовірності інформацію щодо законів розподілу, які приписуються цій вхідній величині, можна отримати з табл. 1.

Параметр $\alpha = u_2/u_1$ трапецевидного закону розподілу зі стандартною невизначеністю u_{trap} знаходиться з рис. 1, де

$$u_1 = u_{trap} \Big/ \sqrt{1+\alpha^2}\ ,$$

$u_2 = \alpha u_1$ — стандартні невизначеності двох рівномірних законів, з яких складається трапецевидний.

Ефективне число степенів свободи ν_{eff} для закону розподілу Стьюдента для ймовірності 0,9545 знаходиться з рис. 2.

Якщо безпосередньо в певному вимірюванні отримані покази ЗВТ $x_{i1}, x_{i2}, ..., x_n$, що повторюються,

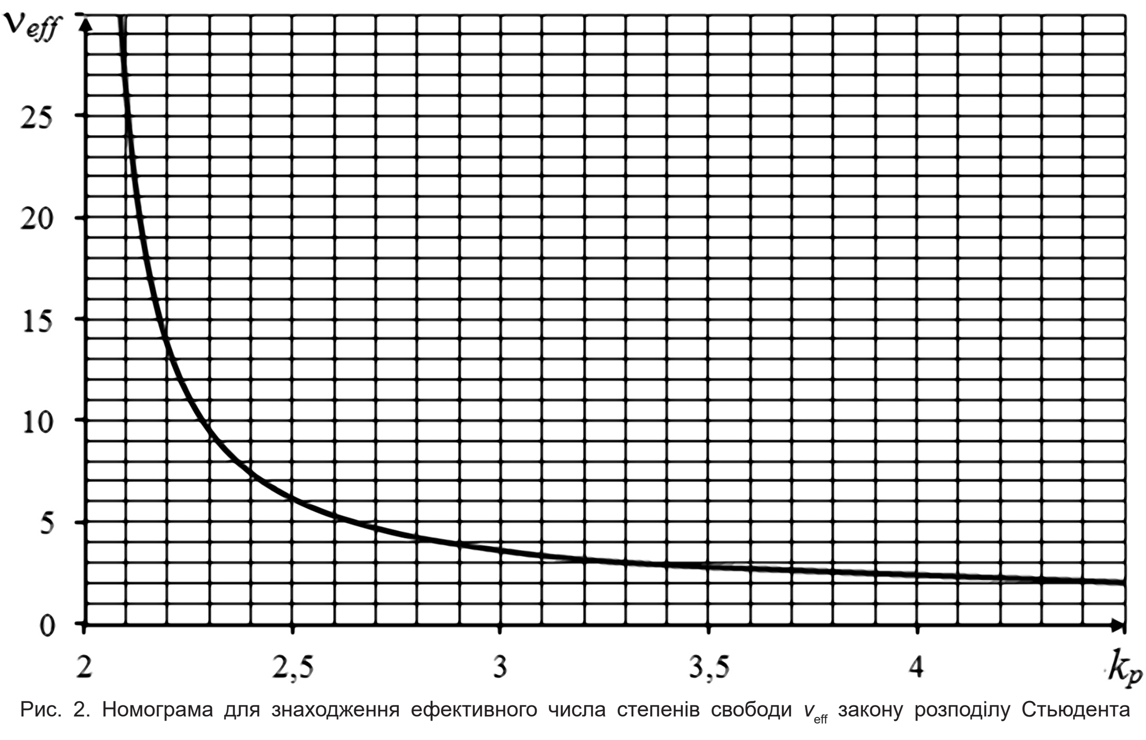

Рис. 2. Номограма для знаходження ефективного числа степенів свободи ν_{eff} закону розподілу Стьюдента

то значенням x_i відповідної величини X_i є їх середнє арифметичне:

$$x_i = \overline{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} x_{ir}. \qquad (3)$$

У цьому випадку у модель вимірювання додається поправка ε_i на випадкову похибку, значення якої $\hat{\varepsilon}_i = 0$, а стандартна невизначеність визначається з формули:

$$u(\varepsilon_i) = \sqrt{\frac{1}{n(n-3)}\sum_{r=1}^{n}(x_{i,r} - \overline{x}_i)^2}. \qquad (4)$$

Цій поправці приписується незміщений масштабований закон розподілу Стьюдента з числом степенів свободи $\nu_i = n-1$. Ці оцінки стандартних невизначеностей вхідних величин мають сенс при $n_j \geq 4$ та справедливі лише для нормально розподілених результатів багаторазових вимірювань [7].

Якщо між двома вхідними величинами X_i, X_j спостерігається кореляція, то значення їх коваріації знаходиться за формулою [4]:

$$\operatorname{cov}(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-4)}\sum_{r=1}^{n}(x_{i,r} - \overline{x}_i)(x_{j,r} - \overline{x}_j). \qquad (5)$$

3. Обчислення числового значення результату вимірювання

Оцінку y вимірюваної величини Y в JCGM 100 CD обчислюють шляхом підстановки в модельне рівняння (1) оцінок $x_1, x_2, \ldots, x_N$ вхідних величин $X_1, X_2, \ldots, X_N$:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_N). \qquad (6)$$

При нелінійній моделі такий спосіб оцінювання дає точний результат тільки за відсутністю невизначеності цих оцінок. При наявності значних невизначеностей вхідних величин $u_1, u_2, \ldots, u_N$ наведений спосіб призводить до зсуву оцінки вимірюваної величини [1].

У роботі [8] авторами знайдено вираз для зсуву оцінки вимірюваної величини:

$$\Delta_y = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} c_{ii}^2 u_i^2 - \sum_{i=2}^{N}\sum_{j=1}^{i} c_{ij}\operatorname{cov}(x_i, x_j), \qquad (7)$$

де $c_{ii} = \dfrac{\partial^2 y}{\partial x_i^2}$, $c_{ij} = \dfrac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j}$ та cov (x_i, x_j) — відповідно часткова похідна другого порядку від Y по X_i, мішана часткова похідна другого порядку від Y по X_i, X_j та коваріація X_i, X_j, які оцінені при $X_1 = x_1, \ldots, X_N = x_N$; u_i — стандартна невизначеність X_i.

Отримане значення зсуву порівнюють зі значенням $u_0(y)$, яке одержують у наступному розділі. Якщо виконується нерівність:

$$\left|\Delta_y\right| \geq \frac{1}{3}u_0(y), \qquad (8)$$

необхідно урахувати зсув (8) як поправку до (6), отримуючи незміщену оцінку вимірюваної величини за формулою:

$$y_0 = y - \Delta_y. \qquad (9)$$

4. Обчислення стандартної невизначеності вимірюваної величини

Якщо модельне рівняння виражається формулою (1), то оцінка стандартної невизначеності вимірюваної величини $u(y)$ у першому наближенні виконується з виразу:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u_i^2 + 2\sum_{i=2}^{N}\sum_{j=1}^{i} c_i c_j \operatorname{cov}(x_i, x_j), \qquad (10)$$

де $c_i = \dfrac{\partial y}{\partial x_i}$, $c_j = \dfrac{\partial y}{\partial x_j}$ — коефіцієнти чутливості, що являють собою відповідні часткові похідні від Y, які оцінені при $X_1 = x_1, \ldots, X_N = x_N$.

Для визначення зміщення цієї оцінки обчислюється величина [9]:

$$\Delta_{u^2} = -\left[\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{N} c_{ii}^2(\eta_i + 2)u_i^4 + \sum_{i=2}^{N}\sum_{j=1}^{i} c_{ij} u_i^2 u_j^2\right], \qquad (11)$$

де η_i — ексцес розподілу i-ї вхідної величини, який береться з табл. 2.

Таблиця 2

Значення ексцесу для різних законів розподілу вхідних величин

PDF	η
Арксинусний	$-1{,}5$
Рівномірний	$-1{,}2$
Трапецевидний з параметром α	$-1{,}2(1+\alpha^4)/(1+\alpha^2)^2$
Трикутний	$-0{,}6$
Нормальний	0
Стьюдента з числом степенів свободи ν	$6/(\nu-4)$

Отримане значення зміщення порівнюють зі значенням $u^2(y)$ (10). Якщо виконується нерівність:

$$\left|\Delta_{u^2}\right| \geq \frac{1}{9}u^2(y), \qquad (12)$$

необхідно урахувати зсув (11) як поправку до (10), отримуючи незміщену оцінку дисперсії вимірюваної величини за формулою:

$$u_0^2(y) = u^2(y) - \Delta_{u^2}. \qquad (13)$$

5. Обчислення розширеної невизначеності вимірюваної величини

Для усунення перерахованих недоліків підходу JCGM 100 CD до оцінювання розширеної невизначеності автори пропонують застосувати метод ексцесів [10].

Ексцес вимірюваної величини знаходять за формулою:

$$\eta = \left(\sum_{j=1}^{m} \eta_j c_j^4 u_j^4 \right) \Big/ u^4(y). \qquad (14)$$

Після знаходження η коефіцієнт охоплення для $p = 0{,}95$ розраховують за формулою:

$$k_{0,95} = \begin{cases} 0{,}1085\eta^3 + 0{,}1\eta + 1{,}96, \text{ при } \eta < 0; \\ 1{,}96, \text{ при } \eta \geq 0. \end{cases} \qquad (15)$$

Відхилення оцінок розширеної невизначеності, які отримано методом ексцесів від оцінок, отриманих за допомогою ММК, не перевищує ±2,5 % для числа повторних вимірювань вхідних величин більше 5.

Слід зазначити, що виконання нерівності про наявність зсуву вимірюваної величини (8) свідчить про асиметрію її закону розподілу. У цьому випадку для знаходження розширеної невизначеності потрібно використовувати ММК.

Висновки

1. Наведено основні підходи до реалізації алгоритму обробки результатів і оцінювання невизначеності вимірювань на основі байєсівського методу, що враховують наявність негаусових законів розподілу вхідних величин і нелінійність модельних рівнянь при суттєвих невизначеностях вхідних величин.

2. Для отримання незміщеної оцінки вимірюваної величини необхідно застосовувати вираз (7), який є придатним при наявності невизначеностей вхідних величин, що оцінені як статистичними, так і нестатистичними методами.

3. Отримання незміщеної оцінки стандартної невизначеності вимірюваної величини при нелінійних модельних рівняннях на основі ЗПН, побудованого на розкладанні рівняння вимірювання в ряд Тейлора другого порядку, для будь-яких законів розподілу вхідних величин може бути реалізовано на основі виразу, що враховує ексцеси вхідних величин.

4. Використання методу ексцесів дозволяє отримати оцінки розширеної невизначеності з урахуванням законів розподілу вхідних величин для симетричних розподілів і можливості лінійної апроксимації моделі вимірювання. Показано, що відхилення оцінок розширеної невизначеності, отриманих методом ексцесів від оцінок, отриманих за допомогою ММК, не перевищує ± 2,5 % для числа повторних вимірювань вхідних величин більше 5.

5. Запропоновані авторами підходи дозволяють створити Настанову з подання невизначеності вимірювань на основі байєсівського методу, яка усуває недоліки JCGM 100 CD.

Основные положения Руководства по выражению неопределенности измерений на основе байесовского подхода

О.А. Боцюра[1], И.П. Захаров[1,2], П.И. Неежмаков[2]

[1] Харьковский национальный университет радиоэлектроники, пр. Науки, 14, 61166, Харьков, Украина
olesia.botsiura@nure.ua, newzip@ukr.net
[2] ННЦ "Институт метрологии", ул. Мироносицкая, 42, 61002, Харьков, Украина
pavel.neyezhmakov@gmail.com

Аннотация

Рассмотрены недостатки Руководства по выражению неопределенности измерений (GUM), приведшие к необходимости его пересмотра. Перечислены причины ограничения по использованию метода Монте-Карло для расчета неопределенности измерений в аккредитованных испытательных и калибровочных лабораториях. Обоснованы претензии к первому изданию обновленного GUM, подготовленного JCGM.

Анализируются предлагаемые авторами пути к реализации алгоритма обработки результатов и оценивания неопределенности измерений на основе байесовского подхода. Рассмотрены ограничения на моделирование измерений при использовании предлагаемого GUM. Построены номограммы для определения параметров законов распределения измеряемой величины на основе информации, полученной из сертификата калибровки. Обоснованы

критерии внесения поправок в числовое значение измеряемой величины и ее стандартной неопределенности при нелинейном модельном уравнении и значительных неопределенностях входных величин.

Приведены выражения для получения несмещенных оценок измеряемой величины, а также ее стандартной неопределенности. Показано, что для получения стандартной неопределенности измеряемой величины необходимо производить учет эксцессов распределений входных величин.

Ключевые слова: неопределенность измерений; байесовский подход; несмещенные оценки измеряемой величины и стандартной неопределенности; метод эксцессов.

Key Provisions of the Guide on Uncertainty of Measurement Based on the Bayesian Approach

O. Botsiura[1], I. Zakharov[1,2], P. Neyezhmakov[2]

[1] Kharkiv National University of Radio Electronics, Nauky Ave., 14, 61166, Kharkiv, Ukraine
olesia.botsiura@nure.ua, newzip@ukr.net
[2] National Scientific Centre "Institute of Metrology", Myronosytska Str., 42, 61002, Kharkiv, Ukraine
pavel.neyezhmakov@gmail.com

Abstract

The shortcomings of the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), which led to the need for its revision, are considered. The reasons for the limitation of using the Monte Carlo method for calculating measurement uncertainty in accredited test and calibration laboratories are listed. The claims to the first edition of the revised GUM, prepared by JCGM, are substantiated.

The authors' proposed ways to implement the algorithm for processing results and estimating measurement uncertainties based on the Bayesian approach are analyzed. The limitations on measurement modeling using the proposed GUM are considered. An algorithm for evaluation the input quantities, their standard uncertainties and covariances based on the available information is given. The nomograms to determine the parameters of the distribution laws of the measurand based on information obtained from the calibration certificate are built. The criteria for correction the numerical value of the measurand and its standard uncertainty with a non-linear model equation and significant uncertainties of the input quantities are substantiated.

The expressions to obtain unbiased estimates of the measurand, as well as its standard uncertainties, are given. It is shown that to obtain the standard uncertainty of the measurand, it is necessary to take into account the kurtosis of the distribution of input quantities.

An algorithm for evaluating the expanded uncertainty of the measurand allowing to take into account the laws of the distribution of input quantities is presented.

Keywords: measurement uncertainty; Bayesian approach; unbiased estimates of measurand and standard uncertainty; kurtosis method.

Список літератури

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Geneva, ISO, 1993. 101 p.
2. Bich et al. Revision of the "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement". *Metrologia*, 2012, vol. 49, pp. 702–705.
3. JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Propagation of distributions using a Monte Carlo method. JCGM, 2008. 90 p.
4. Bich W., Cox M. and Michotte C. Towards a new GUM — an update. *Metrologia,* 2016, 53(5): S149-S159. doi: 10.1088/0026–1394/53/5/S149.
5. JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data — Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Extension to any number of output quantities. JCGM, 2011. 80 p.
6. JCGM 103 CD 2018-10-04. Guide to the expression of uncertainty in measurement — Developing and using measurement models. JCGM, 2018. 79 p.
7. Боцюра О.А., Захаров И.П. Влияние закона распределения показаний средств измерений на точность оценок неопределенности измерений. *Метрология*. 2016. № 3. С. 12–18.
8. Botsiura O., Zakharov, I., Neyezhmakov P. Reduction of the measurand estimate bias for nonli-

near model equation. *IOP Conference Series: Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1065. Mathematical Tools for Measurements, pp. 1–4. doi:10.1088/1742–6596/1065/21/212002.
9. Zakharov I. P., Botsiura O. A. Measurement Uncertainty Evaluation in Nonlinear Model Equations. *Metrology and Metrology Assurance 2018: Proceedings of 28-th International Scientific Symposium* (Sozopol, Bulgaria, September 10–13), 2018, pp. 35–38.
10. Захаров И. П., Боцюра О. А. Вычисление расширенной неопределенности измерений методом эксцессов при реализации байесовского подхода. *Измерительная техника*. 2019. № 4. С. 26–29.

References

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Geneva, ISO, 1993. 101 p.
2. Bich et al. Revision of the "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement". *Metrologia*, 2012, vol. 49, pp. 702–705.
3. JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Propagation of distributions using a Monte Carlo method. JCGM, 2008. 90 p.
4. Bich W., Cox M. and Michotte C. Towards a new GUM — an update. *Metrologia,* 2016, 53(5): S149-S159. doi: 10.1088/0026–1394/53/5/S149.
5. JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data — Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Extension to any number of output quantities. JCGM, 2011. 80 p.
6. JCGM 103 CD 2018-10-04. Guide to the expression of uncertainty in measurement — Developing and using measurement models. JCGM, 2018. 79 p.
7. Botsiura O. A., Zakharov I. P. Vliyanie zakona raspredeleniya pokazaniy sredstv izmereniy na tochnost otsenok neopredelennosti izmereniy [Influence the choice of distributive law form attributed to the measurement instrument indications on of measurement uncertainty evaluation]. *Metrologiya*, 2016, no. 3, pp. 12–18 (in Russian).
8. Botsiura O., Zakharov, I., Neyezhmakov P. Reduction of the measurand estimate bias for nonlinear model equation. *IOP Conference Series: Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1065. Mathematical Tools for Measurements, pp. 1–4. doi:10.1088/1742–6596/1065/21/212002.
9. Zakharov I. P., Botsiura O. A. Measurement Uncertainty Evaluation in Nonlinear Model Equations. *Metrology and Metrology Assurance 2018: Proceedings of 28-th International Scientific Symposium* (Sozopol, Bulgaria, September 10–13), 2018, pp. 35–38.
10. Zakharov I. P., Botsyura O. A. Vyichislenie rasshirennoy neopredelennosti izmereniy metodom ekstsessov pri realizatsii bayesovskogo podhoda [Calculation of expanded uncertainty in measurement using the kurtosis method when implementing a Bayesian approach]. *Measurement techniques*, 2019, no. 4, pp. 26–29 (in Russian).