

# Концепция неопределенности и теория погрешностей: философия и математика

С. Ф. Левин

Московский институт экспертизы и испытаний, Нахимовский пр., 31, 117418, Москва, Российская Федерация  
AntoninaEL@rostest.ru

## Аннотация

Статья посвящена рассмотрению актуальной проблемы взаимосвязи математических результатов и терминологии в метрологии. Разобраны различные подходы к решению задачи идентификации измеряемой величины: методом Монте-Карло, композицией погрешностей вычислений и погрешностей, полученных при градуировке прибора; композицией погрешностей неадекватности.

Рассматривается история формирования понятия “измерения”. Указывается на различие видов измерений и наименований вычислительных операций.

Проанализированы понятия “доверительный интервал” и “уровень доверия”, а также отличия их употребления в математической статистике и концепции неопределенности.

Разбирается понятие дефинициальной неопределенности как меры порогового несоответствия модели и объекта измерения.

Рассматриваются особенности различных концепций вероятности: комбинаторно-аксиоматической концепции Муавра–Лапласа; частотной концепции Пуассона–Мизеса; субъективной концепции Бернулли–Бейеса; интерполяционной концепции Гаусса–Фишера–Колмогорова.

Проводится анализ решения задачи калибровки термометра при использовании различных моделей: модели в виде непрерывной функции поправок; регрессионной модели и модели, полученной структурно-параметрической идентификацией по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности методом К. Якоби. Делается вывод о несоответствии результатов калибровки по “Руководству о выражении неопределенности измерений” главной цели Закона “Об обеспечении единства измерений”.

Ставится задача о необходимости перестройки документов государственной системы обеспечения единства измерений для достижения их гармонизации.

**Ключевые слова:** измерения; вычисления; комплекс теорем толерантности; неадекватность моделей.

Получено: 25.03.2019

Отредактировано: 12.04.2019

Одобрено к печати: 26.04.2019

## Введение

В 2016 году в рубрике “Говорим на одном языке” журнала “Главный метролог” появился перевод [1] статьи 2007 года Ч. Эрлиха, Р. Дибкера и В. Вёгера “Эволюция философии и трактовки понятия *измерение*”. В России в дискуссиях по Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) [2] философия интерпретации базовых терминов метрологии никогда так подробно не обсуждалась. Вопрос же, зачем нужен именно сейчас этот перевод, редактор которого известен переводами более “свежих” документов в связи с GUM, остался без ответа.

С Вольфгангом Вёгером автор познакомился на международных семинарах во ВНИИМ имени Д. И. Менделеева, и одна из причин появления перевода [1] вспомнилась сразу. На этих семинарах в 2002–2009 гг. обсуждалась основная измерительная задача GUM — идентификация величины  $Y$

как заданной функции по повторным измерениям аргументов:

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_Q). \quad (1)$$

М. Кокс (Национальная физическая лаборатория Великобритании), В. Вёгер и Б. Зиберт (Физико-технический институт, Германия) рассматривали решение этой задачи для математического ожидания  $M\{Y\}$  методом Монте-Карло согласно Приложению 1 к GUM [3], проблемой применимости которого до сих пор является выбор вида PDF переменных  $X_1, X_2, \dots, X_Q$ . Другое мнение высказал Г. Н. Солопченко (Санкт-Петербургский государственный политехнический университет): “Термин *неопределенность измерений* и его применение не согласуется между разнообразными причинами появления этой неопределенности. Единственная область адекватного применения этого термина — многократные измерения при количественном химическом анализе. Общая погреш-

ность анализа может быть получена композицией погрешностей вычислений и погрешностей, полученных при градуировке прибора”. В.П. Кузнецов (ВНИИМС, Москва) указал на избыточность понятий GUM: “PDF измеряемой величины является зеркальным отражением PDF погрешности измерений, а характеристики погрешности и неопределенность измерений по второму центральному моменту совпадают”. Автор (МИЭИ, Москва) предложил математический аппарат теории измерительных задач [4–7]: теоремы о вероятности согласия, модульном критерии и композиции PDF, а также метод максимума компактности (ММК) для проверки гипотез, что дало решение задачи (1) композицией погрешности неадекватности функции  $F$  и приведенных к величине  $Y$  распределений погрешностей измерений  $X_1, X_2, \dots, X_Q$ . Тогда Берндт Зиберт и заявил: “*Математическая часть вопроса бесспорна, но мы готовы поспорить по философским вопросам*”. Дискуссия продолжилась [6, 8], но до философии дело не дошло. А на семинаре 2006 года в блиц-опросе об узком и широком смысле неопределенности в измерениях [9] ряд зарубежных метрологов сошлись с автором во мнении о роли PDF в оценках точности, но без деталей, а позже VIM-3 [10] дал примечание, перешедшее в РМГ 29–2013 [11]: “VIM3 предусматривает также представление результата измерений плотностью распределения вероятностей (PDF) на множестве возможных значений измеряемой величины”.

Статья [9] о “неопределенности измерения в широком и узком смысле”, обратившая внимание и на некорректное применение статистических методов GUM в задаче поверки средств измерений (СИ), вызвала нервную реакцию двух отечественных специалистов по внедрению GUM, не участвовавших в блиц-опросе [12]: в РМГ 29–99 появились Изменения, закончившиеся введением РМГ 29–2013 с удалением “статистических” терминов и путанным с точки зрения ГОСТ Р 50779.10–2000 [13] “уточнением” термина “СКО”.

Перевод [1] подтвердил намерение западных коллег все-таки поспорить по философским вопросам разрабатывавшейся тогда 3-й редакции словаря VIM3 [10].

В статье [1] отмечено, что “наличие разных подходов к определению измерения зачастую приводит к использованию одного и того же термина для обозначения разных понятий”. Но еще в 1990-е годы В.А. Кузнецов (Московский институт электроники и математики) в связи с т. н. “измерениями, в которых вычисления приравнены к экспериментальному получению значений величин”, заметил: “*Мы перестали понимать, что такое измерение*”.

Казус устранен Р 50.2.004–2000 [4] на основе нормы русского языка [14]: “задача — математи-

ческий вопрос, для разрешения которого требуется путем вычислений найти какие-н. величины (мат.). *Арифметическая, алгебраическая з. Задача на правило процентов*”. Задача, для решения которой данные получают путем измерений, определена термином “измерительная задача”, а названия методов ее решения согласно ГОСТ 8.061–80 [15] были распространены на все другие “измерения”, “результаты” которых получались путем вычислений. В [4] введен и термин “погрешность неадекватности математической модели объекта”.

Однако до сих пор многие метрологи на вопрос, *какие вы знаете виды измерений*, не задумываясь, отвечают: “Прямые, косвенные, совместные и совокупные!”

*Вид измерения* определяет не способ обработки показаний СИ, когда собственно измерение уже окончено, а род физической величины [16], что в полной мере относится к VIM-3 [10]. И проблема отнюдь не в философии.

Переводы GUM и ISO 5725 некоторые ведущие метрологи восприняли как новый этап развития метрологии, начав внедрять “неопределенность в отечественные измерения” и распространять “прецизионность измерения” на всю метрологию, хотя большинство нормативных документов ГСИ по-прежнему оперирует *погрешностью и истинным значением*.

### Исторические подробности

Основой античной метрологии была аксиоматика скалярной величины Евдокса–Евклида [17], а учение о числах как мистической сущности вещей основал Пифагор, открывший несоизмеримые отрезки: *результаты измерений выражают рациональными дробями, а результаты вычислений получают с любой заданной точностью* (принцип Пифагора). Это была первая философская констатация различия измерений и вычислений: *чисел в природе (в реальном) нет, они — продукт сознания (идеальное)*.

Открытие Пифагора вызвало первый в истории математики кризис, а понятие действительного числа И. Ньютон дал только в 1707 году: “Число есть не столько совокупность нескольких единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой, однородной с ней и принятой за единицу”. В 1768 году Л. Эйлер уточнил: “*При определении или измерении величин всякого рода устанавливается некоторая известная величина этого же рода, именуемая мерой или единицей и зависящая исключительно от нашего произвола*”.

Согласно принципу Ньютона–Эйлера: “*Физический размер меры единицы измерения с её номинальным значением не связан, но является неотъемлемым*”. Это значит, что значения физических величин и их “истинные значения” условны.

Развитие математики привело к понятию “алгебраической системы (модели) — множества с операциями над элементами и отношениями между ними или *отображениями*, которые могут быть “изоморфизмом, сохраняющим в алгебраических системах свойство одинаковости строения множеств, безразличное к природе элементов”, или “гомоморфизмом, сохраняющим в алгебраических системах еще и операции”. Для метрологии базовым понятием является *скалярная величина — математическая модель, подмножество действительных чисел, соответствующее с определенной полнотой алгебраической системе множества действительных чисел*. Физическую величину как математическую модель представляют распределением возможных значений, функцией, функционалом или оператором в отношении других физических величин. В уравнении (1) вида  $y = x$  моделью  $Y$  является PDF возможных значений  $X$ . Согласно [4]: “*математическая модель объекта измерений — форма выражения связи между физическими и расчетными величинами, характеризующими свойства объекта измерений*”. Такой формой являются функции как характеристики положения, дополненные характеристикой рассеяния — композицией или сверткой распределений аргументов.

Аксиоматику Евдокса–Евклида “системы действительных чисел со свойствами единственности, порядка, сложения, умножения, существования 0 и 1” замкнула в 1874 году аксиома непрерывности Р. Дедекинда. На *полноте* соответствия скалярной величины этой аксиоматике основана классификация шкал измерений, которые являются не “упорядоченным набором значений величин данного рода, используемым для ранжирования в соответствии с *размером* величин этого рода” [11], а системой изоморфных множеств: реального — размеров образцов данного рода, и идеального — именованных чисел. Согласно [18]: “2.1.1. Шкала измерений — отображение множества различных проявлений количественного или качественного свойства на принятое по соглашению упорядоченное множество чисел или другую систему логически связанных знаков”. В метрическом случае аксиоматику дополняет выбор физического размера *меры единицы* по Ньютону–Эйлеру.

В то же время в ВМ-3 [10] слова *мера* в определениях терминов *измерение* и *шкала* нет. Более того (!): “1.9. **Единица измерения**, единица — *действительная скалярная величина*, определенная и принятая по соглашению”.

Вывод А. Лебега о том, что “*геометрическое измерение начинается как физический процесс, но завершение его имеет характер метафизический*” подправил А. Н. Колмогоров: “Система аксиом, лежащих в основе геометрии, является замеча-

тельным, концентрированным выражением наших усилий, направленных к познанию действительности”. Языку чисел для описания объективной реальности еще надо учиться, опираясь на физический смысл математических действий с величинами. А “задача Колмогорова” о 2-х чемоданах и  $\frac{1}{2}$  арбуза дала принцип Лебега–Колмогорова: *Измерение начинается как физический процесс в реальном и завершается в идеальном, а описание реального математикой определяет физический смысл действий с именованными скалярными величинами.*

Ф. Мостеллер и Дж. Тьюки назвали показатели неопределенности размытыми понятиями, ввели термин *индикация* (мера положения или рассеяния) и потребовали от статистиков учета двух обстоятельств: “*Индикация* должна отличаться от анекдота тем, что к участию в ней допущено каждое наблюдение; она должна быть выражена таким образом, чтобы, по крайней мере, некоторые из тех, кто заинтересован в предмете, могли осмыслить ее интерпретацию”.

В 1980-е годы Всесоюзная дискуссия по проблемам математической статистики под эгидой Научного совета АН СССР по кибернетике подвергла критике “нормальную теорию”, а П. В. Новицкий заметил: “Очень часто доверительные погрешности рассчитывают, вводя ничем не обоснованное предположение о том, что вид закона распределения погрешностей будто бы точно известен. Такой прием является некорректным вне зависимости от того, допускается он сознательно или неосознанно. Реальные законы распределения погрешностей весьма разнообразны и часто очень далеки от нормального”.

На Всесоюзную дискуссию по статистическим методам сильное влияние оказал “катастрофический феномен 1985–1986 годов” как беспрецедентное по масштабам синхронное возникновение массовых отказов авиационной, ракетно-космической, ядерно-энергетической и другой сложной техники. В 1985 году только в 34 крупных авиакатастрофах за рубежом погибло 1893 человека, а в целом от отказов авиадвигателей — более 6000. 1986 год отмечен катастрофой Challenger, взрывом на Чернобыльской АЭС, катастрофой теплохода “Адмирал Нахимов”, тепловым взрывом реактора АПЛ К-314, столкновением АПЛ США Augusta и АПЛ СССР К-219. За три года — 18 аварий ракет-носителей США и Франции, 50 пожаров на АПЛ США, 12 нарушений герметичности контуров реакторов и 7 пожаров на АПЛ СССР. Расследование причин феномена выявило роль погрешностей измерений и вычислений, привело к пересмотру ряда положений метрологии и вернуло понятие *измерение* к норме русского языка [14]: “ИЗМЕРИТЬ — Определить какой-н. мерой величину чего-н.”, где *чего-н.* — объект, *мера* — СИ, *величина* — отображение и результат.

## О переводах

Перевод GUM без комментариев научного редактора вызвал дискуссию, отголоски которой все еще будоражат метрологическое сообщество. Перевод ISO 5725 [19] научный редактор пояснил так: “Если разобраться, то неопределенность, английское слово *uncertainty* — это *прецизионность*, которая в ГОСТ Р ИСО 5725 полностью раскрыта. Только нужно смотреть — в каких случаях что. В этом должны четко разобраться метрологи”. Перевод Guide G1–104 [20] “резюмировал”: “7.2.3. Установленные GUM методы оценки неопределенности применимы при определении достоверных значений неопределенности. Если измерительная функция исходных величин является линейной, а распределение вероятности для значений этих величин является распределением Гаусса, методы оценки неопределенности, приведенные в GUM, позволяют получить максимально точные результаты оценки неопределенности измерений. Практическое использование данного метода возможно даже в случае несоблюдения указанных условий. 7.2.4. В некоторых случаях использование методов оценки неопределенности, приведенных в GUM, не представляется возможным, например, когда: а) измерительная функция не является линейной; б) распределение вероятности для значений исходных величин является асимметричным; в) неопределенности входных величин различаются по степени влияния; г) распределение вероятности является либо асимметричным, либо t-распределением, но не распределением Гаусса. Не **всегда** можно предвидеть возникновение подобных проблем”.

Скажем прямо: **никогда**.

В 2002 году Ученый совет ВНИИМ имени Д.И. Менделеева признал ошибочными стремления в угоду надуманной гармонизации сузить богатые возможности русского языка, позволяющего для одного англоязычного термина иметь различные значения, отражающие реально существующие особенности конкретного понятия. Но переводы Guides некоторые воспринимают как последнее слово науки.

Что же это на самом деле, было понято не сразу [21].

## Термины — двойники и катахрезы

Перевод [1] продолжил цепочку казусов, несмотря на упоминание “фундаментальных понятий, используемых в большинстве подходов (если не во всех) к определению и описанию измерения”. Но вернемся к главной проблеме VIM-3.

Согласно GUM [2]: “0.4...идеальный метод оценивания и выражения неопределенности измерения должен предоставлять возможность указать такой интервал, в частности, который был бы действительно близок к *доверительному интервалу*

с заданным уровнем доверия”. Но определения терминов “доверительный интервал” и “уровень доверия” математической статистики не совпадают с определениями интервала охвата и уровня доверия GUM [2]. В чем же причины этого?

1. В GUM для интервалов охвата параметры “нормального закона” — выборочные оценки, а квантили распределения Гаусса берут как абсолютно точные.

2. П. 6.2.2: “...в настоящем *Руководстве* прилагательное “доверительный” применительно к интервалу, определяемому через  $U$ , и к вероятности нахождения измеряемой величины внутри этого интервала не используется. Вместо “доверительной вероятности” используется термин “уровень доверия”.  $U$  понимается как параметр, характеризующий интервал, в который попадает результат измерения и который содержит большую часть  $p$  распределения вероятностей, связанного с результатом измерения и его суммарной стандартной неопределенностью. При этом  $p$  является *вероятностью охвата* или *уровнем доверия* для этого интервала”. И согласно п. 0.4 метод оценивания неопределенности GUM идеальным не является!

3. В математике **уровень доверия** — нижняя граница доверительной вероятности, а Примечание 1 к термину “2.3.5. Расширенная неопределенность” [10]: “Долю распределения, охватываемую интервалом, можно рассматривать как вероятность охвата или уровень доверия для данного интервала” подчеркнуло нечеткость определения: речь идет о PDF величины и PDF оценки параметра этой же PDF. А Примечание 2 добавляет: “Чтобы сопоставить интервалу, рассчитанному через расширенную неопределенность, некоторое значение уровня доверия, необходимо сделать в явном или неявном виде предположение о форме распределения... Уровень доверия, поставленный в соответствие этому интервалу, может быть известен только в той мере, в которой оправдано сделанное предположение о форме распределения”. И, наконец, согласно п. 6.2.3 [2]: “Однако нужно также признать, что в большинстве случаев уровень доверия  $p$  (особенно для значений  $p$ , близких к 1) будет скорее неопределенным не только из-за ограниченного знания распределения вероятностей, характеризующих  $y$  и  $u_c(y)$  (особенно в крайних областях), но также из-за неопределенности самой  $u_c(y)$ ”.

4. П. 6.3.2: “В идеале хотелось бы ... выбрать конкретное значение коэффициента охвата  $k$ , которое обеспечивало бы интервал  $Y = y \pm U = y \pm k \cdot u_c(y)$ , соответствующий выбранному уровню доверия, такому как 95 или 99 %; равным образом, для заданного значения  $k$  хотелось бы иметь возможность четко указать уровень доверия, связанный с этим интервалом. Однако это нелегко осуществить на практике, поскольку это требует полного знания

распределения вероятностей, характеризуемого результатом измерения  $y$  и его суммарной неопределенностью  $u_c(y)$ . Хотя эти параметры обладают большой значимостью, сами по себе они недостаточны для того, чтобы установить интервалы, имеющие точно известные уровни доверия”.

П.Г.1.2: “В большинстве случаев не имеет смысла различать интервал с уровнем доверия 95 % и интервал с уровнем доверия 94 % или 96 %. Особенно трудно получить обоснованные оценки интервалов с уровнями доверия 99 % и выше, поскольку это требует детальной информации о “хвостах” распределения входных величин, которая обычно недоступна”.

5. В GUM нет количественного определения дефинициальной неопределенности. Хотя “всегда существует пороговое несоответствие модели и объекта измерения, которое является причиной дефинициальной неопределенности измеряемой величины. Когда дефинициальная неопределенность, которая связана с измеряемой величиной, считается пренебрежимо малой по сравнению с остальными составляющими неопределенности измерений, измеряемая величина может рассматриваться как имеющая “по сути единственное” истинное значение” [2].

Тем не менее, согласно РМГ 29–2013 [11]: “5.44. Дефинициальная неопределенность — составляющая неопределенности измерений, являющаяся результатом ограниченной детализации в определении измеряемой величины.

*Примечания:* 1. Дефинициальная неопределенность есть практический минимум неопределенности измерений *при любом измерении* данной величины. 2. Любое изменение детализации в определении величины ведет к другой дефинициальной неопределенности”.

Только неизвестно к какой, но согласно D.5.1 [2]: “В то время как точные значения составляющих погрешности результата измерения неизвестны и непознаваемы, *неопределенности*, связанные со случайными и систематическими эффектами, которые приводят к погрешности, могут быть оценены”.

Тайна “неопределенности *любого* измерения” в “другой детализации” превратила неопределенность измерения тоже в неизвестную и непознанную величину!

6. Разработчики GUM неосторожно упомянули, что “*неопределенности* могут быть оценены”. Но ведь точно так же могут быть оценены и *погрешности*, так как реально источники формирования “бюджетов” одни и те же.

А вопрос об источниках данных в физике — вопрос о наблюдаемости [22]:

“НАБЛЮДАЕМАЯ (измеримая, или физическая, величина) в квантовой механике — физ. величина, удовлетворяющая след. требованиям: 1) для

физ. систем существуют состояния, в каждом из  $k$ -рых рассматриваемая величина с достоверностью имеет вполне определенное характерное для этого состояния значение (*собственное значение* данной величины); 2) в результате измерения рассматриваемой величины в любом произвольном состоянии физ. системы получается одно из ее собств. значений. Требование 1 представляет собой условие повторяемости измерения физ. величины по крайней мере для нек-рых опред. состояний физ. системы. Из принципа суперпозиции состояний и требования 2, предъявляемого физ. величине, следует, что любое физ. состояние системы может быть представлено в виде суперпозиции собств. состояний физ. величины, т. е. собств. состояния образуют полную систему векторов состояния”.

“НАБЛЮДАЕМЫХ АЛГЕБРА — множество наблюдаемых физ. системы, наделенное структурой алгебры над полем комплексных чисел. Наблюдаемой наз. любую физ. величину, значения которой можно найти экспериментально”.

Алгебра наблюдаемых — математическая модель объекта измерений, ее собственные значения получают только измерениями, а суперпозиция связана с линейностью уравнения (1), со сверткой PDF аргументов и коэффициентами влияния.

## О различии подходов

Для *неопределенности* величины  $Y$  уравнения (1) в узком и широком смысле [9] различие заключено в цели задачи идентификации [4].

С одной стороны, “С.3.2. Надлежащей мерой неопределенности результата измерения является не дисперсия наблюдаемой величины, а дисперсия среднего арифметического по выборке наблюдений. Необходимо четко различать дисперсию случайной величины  $z$  и дисперсию ее среднего арифметического значения  $\bar{z}$ ” [2]. В GUM все неопределенности связаны со вторыми моментами PDF, а цель задачи (1) — СКО среднего значения  $Y$  с учетом моментов PDF  $X_1, X_2, \dots, X_Q$ . В этом смысле *подход GUM и является моментным*.

С другой стороны, неопределенность полнее описывается распределением вероятностей [4]. Для задачи (1) результат представляется композицией или сверткой  $\Delta_Y = \Delta_F * \Delta_1 * \Delta_2 * \dots * \Delta_Q$ . В ГОСТ 8.009–84 [23] и МИ 1317–2004 [24] она определена как объединение PDF составляющих и “применение к составляющим погрешности измерений некоторого функционала, позволяющего рассчитать погрешность, обусловленную совместным воздействием этих составляющих” [23]. В итоге этот подход ориентирован на PDF величины  $Y$  как на композицию PDF  $X_1, X_2, \dots, X_Q$  при преобразовании  $F$ , т. е. является композиционным.

Правда, терминов *композиция* и *свертка* в ГОСТ Р 50779.10–2000 [13] нет. Моментный

же подход оправдан тремя пунктами Приложения G [2].

1.4. Если известны распределения вероятностей входных величин  $X_1, X_2, \dots, X_N$  [их математические ожидания, дисперсии, а также, если эти величины не являются нормальными, моменты высших порядков], от которых зависит измеряемая величина  $Y$ , и если  $Y$  является линейной функцией входных величин, ...то распределение вероятностей  $Y$  может быть получено сверткой распределений вероятностей входных величин. Таким образом, значения  $k_p$ , образующие интервалы с заданным уровнем доверия  $p$ , могут быть рассчитаны по этой свертке.

1.5. Если функциональная зависимость между  $Y$  и входными величинами нелинейна, и ограничение членами первого порядка разложения в ряд Тейлора этой зависимости не может рассматриваться в качестве допустимого приближения, то распределение вероятностей не является сверткой распределений входных величин.

1.6. На практике процедура свертки при расчете интервалов с заданными уровнями доверия не используется или используется крайне редко по следующим причинам: параметры распределения входной величины обычно не известны точно, а являются лишь оценками; трудно ожидать, что уровень доверия для данного интервала может быть известен с высокой точностью; реализация этой процедуры сложна с математической точки зрения.

Две первые причины полностью относятся и к “расчетам неопределенности”, а последняя — преувеличение. В нелинейной модели (1) применяются композицию [5].

## О реальном и идеальном

В композиционном подходе метрология определена как наука о методах и средствах описания физической реальности математическими моделями. А центральной философской проблемой метрологии всегда была проблема “истинного значения физической величины”. В словаре [25] она решена просто: “2.5. Истинное значение физической величины — значение физической величины, которое идеальным образом отражало бы в качественном и количественном отношениях соответствующую физическую величину.

*Примечания:* 1. Это понятие соотносится с понятием абсолютной истины. Абсолютная истина, как известно, познается лишь в результате бесконечного процесса познания. Для каждого исторического этапа познается лишь относительная истина. 2. Истинное значение физической величины также может быть получено только в результате бесконечного процесса с бесконечным совершенствованием методов и средств измерений. Для

каждого уровня развития измерительной техники мы можем знать только действительное значение физической величины, которое является аналогом понятия относительной истины и применяется вместо истинного значения физической величины. Понятие истинного значения физической величины необходимо как теоретическая основа теории измерений, в частности, при раскрытии понятия “погрешность измерений”.

Дефект “теоретической основы” ввиду бесконечности “процесса” очевиден. “Идеальным образом в качественном и количественном отношениях” для определения “абсолютной истины” — тавтология. А что бы это значило, объяснения нет.

Философская категория “истина — верное, правильное отражение действительности в мысли, критерием которого в конечном счете является практика. Характеристика истинности относится именно к мыслям, а не к самим вещам и средствам их языкового выражения” [26]. Величина же как модель (*идеальное*) отображает измеримое свойство физического объекта (*реальное*). И у основного вопроса философии две стороны, и обсуждать в связи со статьей [1] имеет смысл только гносеологическую, напрямую связанную с различием измерений и вычислений.

Термины VIM3 [10], по мнению его разработчиков, соответствуют принципу замещения, что позволяет в любом определении заменять термин его определением “без введения противоречий или круговых определений. В ряде определений неизбежно использование “исходных понятий” — *primitives*, не требующих определения”. В этой связи рассмотрим по парам “величина = свойство, значение величины = число, измерение = экспериментальное получение значений величины” *primitives*: *свойство, основа для сравнения и размер* [10].

Согласно принципу замещения и определению 1.1 [10], “*свойство = величина*”, но “*основа для сравнения + число = значение величины = размер величины*” — согласно 1.19, а “*измеренное значение величины = оценка*” — согласно 2.10. Так в VIM3 [10] скрыто круговое определение: *значение величины размера — оценка количества числом*. Это — синонимическая группа, и для исключения кругового определения следует: “*свойство ≠ величина*”. Величины не являются, а характеризуют количественное проявление свойств [14]: “объект [лат. *objectum* — предмет] — 1. То, что существует вне нас и независимо от нас, внешний мир (филос.)”.

Свойства бывают неразмерными (качественными) и размерными (количественными), однородными и неоднородными [11]. Неразмерные свойства проявляются только родом. Род и физический размер размерных свойств объектов определяют *сравнением* с образцовыми объектами (реальным), которым присвоено родовое имя и значение величины

(идеальное), — *мерами*. И согласно определению (2.40) [10], *основа для сравнения* возглавляет иерархию калибровки, представляя собой эталон, который по определению (5.4) [10] не просто *первичный эталон*, а согласно (3.6) [10] — *материальная мера*. Таким образом, свойство объекта реально, а “величина” — его идеализация. Поэтому далее слово “величина” будем использовать исключительно как математический термин [17], например [7]: “3.2.41. Физическая величина измеримая — *математическая модель количественного проявления свойства физических объектов, общего для них в качественном отношении, в виде скалярной именованной размерностной величины*”.

В статье [1] не упомянута связь термина “измерение” с термином VIM-3 [10]: “2.5. Метод измерений — общее описание логической последовательности операций при измерении.

*Примечание.* Методы измерений могут быть следующих видов: метод измерений замещением; дифференциальный метод измерений; нулевой метод измерений; метод прямых измерений; метод косвенных измерений”.

Два последних “метода” — не виды измерений. А путаницу вызвал переносный смысл слова “*измерить*: определить какой-н. мерой величину чего-н. *И. температуру тела. И. длину здания. И. напряжение тока.* || *перен.* Установить, сделать заключение о величине, размерах чего-н. (книжн.). *И. глубину чувства*” [14].

И хотя “разницу следует учитывать при определении целей измерения применительно к разным подходам” [1], но именно целью при постановке измерительной задачи в терминах характеристик математической модели объекта измерений различаются *моментный* и *композиционный* подходы. Это значит, просто “пересчитать погрешность в неопределенность” нелепо, а решение измерительной задачи (1) в разных подходах дает разные решения.

А всего лишь одно примечание РМГ 29–99 [11] важнее многих определений: “*строго говоря, измерение всегда прямое*”. Вот и вся “эволюция философии”: было *прямое измерение*, а стало просто *измерение!*

### Композиционный подход: гносеологическая схема

Применение математики для описания объектов реальности сопровождают гносеологической схемой, согласно которой Наблюдатель разделяет ВСЁ (Вселенную) на физическую реальность (*реальное*) и ее отображение *математическими моделями (идеальное)* путем измерений *свойств* объектов. Посредниками между физической реальностью и ее идеальным отображением являются меры, стабильные количественные проявления свойств которых дают шкалу измерений. Наблюдатель посредством измерений и вычислений отображает объекты *реальности* (лат. *realis* — вещественный,

действительный) *идеальными* математическими моделями (гр. *idea* — образ, понятие, представление).

*Идеальное* есть *специфический способ бытия объекта, отраженного в сознании*. Идеализация (*отображение моделью*) количественного проявления свойств объектов и структуры связей между ними основана на аксиомах алгебраической системы действительных чисел. Математические модели в силу ограничения аксиомой непрерывности характеризуются погрешностями неадекватности, зависящими от детализации математической модели объекта по структуре, переменным и параметрам. Возможность описания объектов реального моделями определяется их подобием, с ним связаны адекватность и неадекватность.

До термина “погрешность неадекватности математической модели объекта измерений” [7] термин *адекватность математической модели* [27] определяли как “соответствие математической модели экспериментальным данным по выбранному критерию” с примечанием: “для проверки адекватности модели часто используют *F*-критерий Фишера”. Дальнейшие же “стандартизованные” уточнения только запутали ситуацию. Дело в том, что сумма размерностной, параметрической и структурной составляющих погрешности неадекватности в функции числа параметров модели имеет минимум [7]. При повышении точности измерений он снижается, смещаясь к моделям с большим числом параметров. Иначе минимум повышается, смещаясь в сторону моделей с меньшим числом параметров. Оптимальность по сложности модели дает метрологическую интерпретацию понятию “идеальности в качественном и количественном отношениях”: в качественном отношении — по структуре и составу переменных, а в количественном отношении — по оценкам параметров. Идеальности соответствует минимум погрешности неадекватности. Поэтому особый интерес всегда вызывали модели теории вероятностей как модели с минимальным числом параметров. По замечанию А. Н. Колмогорова, “говоря о случайности в обыденном смысле этого слова, мы имеем в виду те явления, в которых мы не обнаруживаем закономерностей, позволяющих нам предсказать их поведение. Вообще говоря, нет причин предполагать, что случайные в этом смысле явления подчиняются каким-то вероятностным законам. Следовательно, нужно различать *случайность в этом широком смысле* и стохастическую случайность, которая является предметом теории вероятностей”.

Как указано в [8], GUM основано “на теории вероятностей, поскольку оба типа неопределенностей, А и В, упомянутые в разделе 1, используют признанные интерпретации вероятности”. Согласно [2]: “стандартную неопределенность типа А рассчитывают по плотности распределения, полученной из распределения частот, а стандартную

неопределенность типа В — по предполагаемой плотности распределения, отражающей степень уверенности в появлении того или иного события [часто называемой субъективной вероятностью].

Первая интерпретация неверна и связана с проблемой Приложения 1 к GUM, и не ясно, это дефект перевода или научного редактирования. Еще Б.В. Гнеденко отметил, что “наблюдения над статистической устойчивостью... послужили для построения теории вероятностей”, изучающей “лишь такие случайные события, в отношении которых имеет смысл не только утверждение об их случайности, но и возможна объективная оценка доли случаев их появления”.

И хотя интерпретаций (концепций) вероятности несколько, основных — четыре.

Комбинаторно-аксиоматическая концепция Муавра–Лапласа вводит комбинаторное определение вероятности для дискретных множеств и элементарных событий или как геометрическую меру без четкой физической интерпретации.

Частотная концепция Пуассона–Мизеса ввела вероятность как предел относительной частоты данного значения величины в неограниченной серии повторных измерений. Основу концепции составляют предельные теоремы, асимптотическое оценивание и последовательный анализ. Но, как отметил А.Н. Колмогоров, “Основой применимости математической теории вероятностей к случайным явлениям реального мира является частотный подход к вероятности в той или иной форме... Тем не менее... частотный подход, основанный на понятии предельной частоты при стремящемся к бесконечности числе испытаний, не позволяет обосновать применимость результатов теории вероятностей к практическим задачам, в которых мы имеем дело с конечным числом испытаний...”.

Субъективная концепция Бернулли–Бейеса вводит апостериорную вероятность для параметра  $\theta$  как произведение априорной вероятности  $p(\theta)$  реализации различных значений параметра  $\theta$  до эксперимента и функции правдоподобия  $l(\theta|x)$  как знания, извлеченного из экспериментальных данных  $\{x\}$ :  $q(\theta|x) = p(\theta) \cdot l(\theta|x) / C$ , где  $C$  — константа нормировки [6]. В субъективной концепции вероятность — экспертная оценка. Для этой ситуации в 1976 году Ф.П. Тарасенко показал: “...чем больше априорной информации использует статистическая процедура, тем выше качество выдаваемых ею решений. Это означает, что байесовы процедуры дают

наилучшие решения; затем идут процедуры, основанные на функциях правдоподобия; непараметрические процедуры должны давать наиболее “слабые” решения. Однако упорядочивание процедур по качеству справедливо лишь в том случае, если априорная информация верна. При неверной априорной информации картина резко меняется: чем меньше априорной информации заложено в процедуру, тем слабее ухудшает решение ее ложность”.

Интерполяционная концепция Гаусса–Фишера–Колмогорова основана на интерполяции статистического распределения теоретическим распределением вероятностей по критериям апостериорного максимального правдоподобия, максимума вероятности согласия или минимума погрешности неадекватности. В модульной метрике теорию наилучшего приближения функции  $F(x)$  заданными функциями в 1853 году разработал П.Л. Чебышёв. Базовыми для концепции стали принцип Лебега–Колмогорова и схема перекрестного наблюдения. Ее предложил М. Кенуй, А.Г. Ивахненко — довел до метода группового учета аргументов, а как базовый элемент ММК она представлена в Р 50.2.004–2000 [4].

ГОСТ Р 8.820–2013 [28] ввел концептуально разнородные категории точности: “неопределенность по ГОСТ Р 54500, погрешность по МИ 1317 и РМГ 83, правильность и прецизионность по ГОСТ Р ИСО 5725”, забыв о стандартах по статистическим методам. И “обоснованиями вида PDF” стали: 1) критерии “нормальности” [29]; 2) критерии максимума вероятности согласия и минимума погрешности неадекватности [4, 7]; 3) критерии достигнутого уровня значимости или максимума вероятности “согласия” как вероятности превышения статистики критерия критического значения согласно Р 50.1.037–2002 [30]; 4) при отсутствии априорных данных — равномерное согласно МИ 1317–2004 [24].

Логику статистического вывода задает [31]: “Некорректное применение статистических методов может привести к неверным заключениям. Все (возможно, и не высказанные явно) предположения, относящиеся к теоретическому распределению, должны быть проверены. Никогда не следует применять одну и ту же выборку для оценки и для проверки. Заметим, наконец, что статистические критерии не могут доказать ни одной гипотезы: они могут лишь указать на “отсутствие опровержения”. В схеме перекрестного наблюдения это реализует критерий воспроизводимости [7], вероятность согласия PDF  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  или  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ :

$$\alpha_{1,2} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \inf_f \{f_1(x), f_2(x)\} dx \equiv 1 - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x) - f_2(x)| dx \equiv 1 - \sum_{m=1}^M (-1)^{m-1} |F_1(\psi_m) - F_2(\psi_m)|, \quad (2)$$

где  $\psi_m$  — точки, где  $f_1(x) = f_2(x)$ . При  $M = 1$   $\alpha_{1,2} \equiv 1 - \max |F_1(\psi_1) - F_2(\psi_1)|$ . Вероятность согласия связана с модульным критерием и константой  $\theta$  [7]:  $\arg \min_{\theta} M|\Xi - \theta| = \xi_{0,5}$ ,

т.к.  $\bar{d}(\theta) \rightarrow M|X - \theta| \equiv M(X - \theta) + 2 \int_{-\infty}^{\theta} F_X(x) dx \rightarrow \frac{\partial \bar{d}(\theta)}{\partial \theta} = -1 + 2F_{\Xi}(\theta)$ ,  $\frac{\partial^2 \bar{d}(\theta)}{\partial \theta^2} = 2f_{\Xi}(\theta) \geq 0$ :  $F_{\Xi}(\theta_{\min}) = 1/2$ .



Известно и другое определение вероятности “согласия” — по критическому значению статистики критерия согласия  $S$ , для выборки [30]:  $P\{S > S_{кр}\}$ .

Отсутствие статистической проверки непараметрических гипотез превращает любой подход к описанию статистических распределений гипотетическими распределениями вероятностей в миф, хотя результаты такой проверки рассматриваются только как *правдоподобные*. В общем случае сравнение непараметрических гипотез возможно и по погрешности неадекватности. При этом погрешности неадекватности функции распределения вероятностей  $F(x)$  могут быть определены по статистической функции распределения  $F_N(x)$  контурными оценками на основе статистик Смирнова  $D_N^+$  и  $D_N^-$  — крайних членов вариационного ряда отклонений  $F_N(x)$  от  $F(x)$  [7]:  $\sup [F(x - a) - F_N(x)] = D_N^+$ ;  $\inf [F(x - b) - F_N(x)] = D_N^-$ .

В схеме перекрестного наблюдения погрешности неадекватности  $F^*(x)|_{x=x}$  можно проверить непараметрическую гипотезу [4, 7] и с учетом погрешности неадекватности эквивалентной равномерной PDF на интервале  $[a, b]$  представить результат сверткой (т. е. композицией при якобиане  $J = 1$ ) с “основным” распределением как обобщение теоремы П. П. Леви:  $f_{*R}(x) = [F_*(x - a) - F_*(x - b)] / (b - a)$ .

Показатели точности физическими величинами не являются. Не являются они и реальными свойствами объектов измерений, это — характеристики математических моделей. Проблема в том, что до определения [7] погрешностями неадекватности модели считались погрешности аппроксимации — “остатки”. Но тогда определение А. Н. Колмогорова стохастической случайности в рамках *случайности в широком смысле* теряло бы свой более глубокий *смысл*.

### Задача калибровки

В VIM3 [10] термин *калибровка* определен как “операция, в ходе которой при заданных условиях на первом этапе устанавливаются соотношение между значениями величин с неопределенностями измерений, которые обеспечивают эталоны, и соответствующими показаниями с присущими им неопределенностями. На втором этапе на основе этой информации устанавливается соотношение, позволяющее получать результат измерения, исходя из показания”. А примечание 3 гласит: “Часто только первый шаг в приведенном выше определении понимается как калибровка” [10].

Это — проблема не калибровки, а GUM в целом. Она в детализации структуры моделей зависимостей между величинами и моделей гипотетических распределений вероятностей, у которых тоже есть “дефинициальная неопределенность”.

Заметим, функция (1) соответствует соотношению, устанавливаемому на 1-м этапе калибровки между показаниями СИ и эталона — функции преобразования СИ. На 2-м этапе это соотношение преобразуют в обратную функцию — градуировочную характеристику (диаграмму калибровки), в которой показания СИ становятся входными величинами для получения результата. 2-му этапу калибровки соответствует метод косвенного измерения, а 1-му — метод совместных измерений для установления математической модели функции преобразования.

В [10] не указан 3-й этап калибровки: определение действительных метрологических характеристик СИ для “диаграммы калибровки” [11].

В примере Приложения Н.3 GUM [2] результат калибровки термометра представлен непрерывной функцией поправок

$b(t) = -0,1712 \text{ °C} + 0,00218 \cdot (t - 20 \text{ °C})$  как систематической составляющей статистического ряда поправок  $b_n = t_{R,n} - t_n$  к показаниям  $t_n$  термометра относительно опорных значений  $t_{R,n}$ . Для  $t = 30 \text{ °C}$  поправка  $b = -0,1494 \text{ °C}$  при суммарной стандартной неопределенности  $u_c = 0,0041 \text{ °C}$  и возможных отклонениях в границах  $[-0,00523; 0,0076] \text{ °C}$  для уровня доверия 0,95.

Примем в качестве альтернативы в классе степенных рядов регрессионную модель [32] и модель, полученную структурно-параметрической идентификацией по критерию минимума среднего модуля погрешности неадекватности (СМПН) методом К. Якоби [5], а для отклонений от этих моделей — типовые усеченные распределения согласно МИ 2916–2005 [7].

Метрологическая аттестация по программам “ММК-стат” и “ММИ-поверка 2.1” [4, 7] показала, что 95 % отклонений от поправки в точке  $30 \text{ °C}$  для решения согласно [7] ограничены интервалом  $[-0,0200; 0,0127] \text{ °C}$ , а согласно [32] — интервалом  $[-0,0342; 0,0342] \text{ °C}$ . Это превышает размеры интервала в примере GUM соответственно в 2,09 и 5,32 раза.

### Чисто технические дефекты [1]

Ось на рисунках [1], представленная определением VIM3 “2.3. Измеряемая величина — величина, подлежащая измерению”, — ось действительных чисел, что соответствует аксиоме непрерывности.

И тут проявилась “математическая неточность” определения термина VIM3 “1.9. Единица измерения — действительная скалярная величина...”, которая с упоминанием “алгебраических операций” перешла в РМГ 29–2013. По сравнению с РМГ 29–99 в определении термина “единство измерений” потеряно главное — физический размер мер единиц физических величин, “размеры

которых в установленных пределах равны размерам (*мер!* — *авт.*) единиц, воспроизводимых первичными эталонами”.

Эти “математические подробности” не кажутся существенными. Но дело в определении термина “2.6. Методика измерений — детальное описание измерения в соответствии с одним или более принципами измерений и данным методом измерений, которое основано на модели измерений и включает *вычисления, необходимые для получения результата измерения*” [10].

В примерах [11] к термину “2.4. Принцип измерений — явление, лежащее в основе измерения” перечислены названия физических, химических и биологических явлений. Но названием явления методику не создать, нужна его формула или уравнение. А формуле, не говоря о вычислениях, соответствует “2.48. Модель измерений — математическая связь между всеми величинами, о которых известно, что они участвуют в измерении.

*Примечание:* в общем виде модель измерений есть уравнение  $h(Y, X_1, \dots, X_n) = 0$ , где  $Y$ , выходная величина в модели измерений, является измеряемой величиной, значение которой должно быть получено исходя из информации о входных величинах в модели измерений  $X_1, \dots, X_n$ ”.

А ведь это — уравнение (1). И чем же тогда отличаются формула для вычисления искомой величины, формула для представления результата и показание СИ как число? Только в последнем случае можно говорить, что измерение окончено. В остальных случаях речь идет о решении измерительной задачи.

Отметим термин [11] “1.26. Порядковая величина”. Для нее в примерах указана твердость по шкале С Роквелла. В примечании же указано, что “Разности и отношения порядковых величин не имеют физического смысла”. А в примере Н.6 GUM [2] твердость образца определяют по многократным показаниям *твердомера-компаратора* на шкале С Роквелла?

Проблему дефинициальной неопределенности GUM отражают рисунки [1]. Например, смысл подписей показывает: калибровка и индивидуальная градуировка средства измерений — одно и то же. На оси возможных значений величины указан (?) интервал дефинициальной неопределенности около “истинного” значения за пределами интервала охвата для “измеренного” значения. Кстати, “метрологический и научный тупик” [33] возник из-за “метрологической несовместимости” интервалов охвата различных оценок гравитационной постоянной, а GUM выход из тупика так и не указал. А две вложенные одна в другую PDF!

К GUM всегда было много математических претензий [34, 35]. Но не до такой же степени!

## Заключение

Статья об эволюции философии и трактовки понятия “измерение” ситуацию не изменила. Признание ее авторов в силе и сегодня: “задача гармонизации терминологии оказалась трудновыполнимой”. Спор по философским вопросам закончился — “прямое измерение” признано просто “измерением” [11].

Продолжающееся неприятие метрологами-практиками чехарды терминов от “триединства измерений” ГОСТ Р 8.820–2013 [28] до проекта ревизии GUM и доклада Рабочей группы [36] подтвердили: возникшие с появлением “руководств по неопределенности и прецизионности” проблемы, в т. ч. и философские, остались те же. Главная из них для практики — отсутствие контроля норм доверительной вероятности. Без этого о сопоставимости результатов измерений, испытаний и контроля не может быть и речи. Корни проблемы — в GUM и ряде документов ГСИ. “Добровольно-неприменимое” для апостериорной достоверности калибровки и поверки СИ ее решение дал ГОСТ Р 8.731–2010 [37].

В композиционном подходе неопределенность результата в широком смысле выражает распределение вероятностей. В моментном подходе под неопределенностью в узком смысле, как отметил на семинаре во ВНИИМ В. Вёгер, понимают параметр рассеяния того же распределения вероятностей. Но у оценки этого параметра свое распределение вероятностей, как и у оценки параметра положения, среднего арифметического. Выбор же определения “неопределенности” в широком или узком смысле определяет цель измерительной задачи в терминах характеристик математической модели объекта [4]. Поэтому на семинарах во ВНИИМ мнение о PDF было воспринято сначала как единое. Расхождения подходов показывают: расширительное толкование GUM намечено в проекте ревизии. Исключением стали главные пробелы GUM: проверка структурных гипотез и дефинициальная неопределенность. И в целом проблема состоятельности GUM с Дополнениями и Приложениями с точки зрения математической статистики не решена.

Этот факт снова отмечен еще одной копией [3] — ГОСТ 34100.3.1–2017: “Метод Монте-Карло является практической альтернативой способу оценки неопределенности по GUM. Метод имеет особое значение, когда: а) линейаризация модели не обеспечивает ее адекватного представления; б) распределение выходной величины, например, вследствие своей выраженной асимметрии не может быть описано нормальным распределением (распределением Гаусса) или масштабированным смещенным распределением. В случае а) оценки выходной величины и соответствующей стандартной неопределенности, полученные в соответствии

с GUM, могут оказаться недостоверными. В случае б) при оценке неопределенности могут быть получены недостоверные интервалы охвата”.

Но метод Монте-Карло проблему исходных данных не решает.

Теперь актуальна другая проблема: проект ревизии GUM поставил вопрос о новой “перестройке” документов ГСИ, а идея их гармонизации еще жива. К тому же возникла угроза в вопросах аккредитации с проблемой “пересчета погрешности в неопределенность” — бессмысленным мероприятием, требующим еще и существенного повышения квалификации персонала лабораторий, что отмечено в докладе Рабочей группы по калибровке в 2016 году и 22 июня 2017 года автором на семинаре в Национальном институте аккредитации России.

Внедрение GUM и ISO 5725 не повысило качества измерений, но привлекло внимание к калибровке СИ и проблеме достоверности результатов: 1) “калибровка по GUM” дает интервалы охвата,

не соответствующие доверительным интервалам; 2) идентификация функциональных характеристик СИ не проводится; 3) результаты калибровки СИ с полученным соотношением для поправки на соответствие требованиям по доверительной вероятности не проверяют.

Перевод [1] появился вслед за проектом ревизии GUM. Но это еще полбеда.

Цель Федерального закона “Об обеспечении единства измерений” — защита прав и законных интересов граждан, общества и государства от отрицательных последствий недостоверных результатов измерений. Метрологический инструмент этой защиты — нормы доверительной вероятности государственных поверочных схем, подтвержденные при поверке и обеспеченные при калибровке СИ!

В итоге “эволюции философии” вопрос о соответствии “калибровки по GUM” главной цели Закона “Об обеспечении единства измерений” остался открытым.

## Концепція невизначеності та теорія похибок: філософія і математика

С. Ф. Левін

Московський інститут експертизи та випробувань, Нахімовський пр., 31, 117418, Москва, Російська Федерація  
AntoninaEL@rostest.ru

### Анотація

Статтю присвячено розгляду актуальної проблеми взаємозв'язку математичних результатів і термінології в метрології. Розібрано різні підходи до вирішення завдання ідентифікації вимірюваної величини: методом Монте-Карло, композицією похибок обчислень і похибок, отриманих під час градування приладу; композицією похибок неадекватності.

Розглядається історія формування поняття “вимірювання”. Вказується на відмінність видів вимірювань та найменувань обчислювальних операцій. Обґрунтовується облік щільності ймовірності вимірюваної величини в моделі об'єкта для правильної оцінки точності вимірювань.

Проаналізовано поняття “довірчий інтервал” і “рівень довіри”, а також відмінності їх уживання в математичній статистиці та концепції невизначеності.

Розбирається поняття дефініційної невизначеності як міри порогової невідповідності моделі та об'єкта вимірювання. Показано, що дефініційна невизначеність є невідомою та непізнаною величиною.

Розглядаються особливості різних концепцій імовірності: комбінаторно-аксіоматичної концепції Муавра–Лапласа; частотної концепції Пуассона–Мізеса; суб'єктивної концепції Бернуллі–Бейсса; інтерполяційної концепції Гаусса–Фішера–Колмогорова.

Проводиться аналіз розв'язання задачі калібрування термометра при використанні різних моделей: моделі у вигляді безперервної функції поправок; регресійної моделі та моделі, отриманої структурно-параметричною ідентифікацією за критерієм мінімуму середнього модуля похибки неадекватності методом К. Якобі. Показано відмінності в одержуваних результатах при застосуванні різних моделей. Робиться висновок про невідповідність результатів калібрування за “Керівництвом із вираження невизначеності вимірювань” головної меті Закону “Про забезпечення єдності вимірювань”.

Ставиться завдання необхідності перебудови документів державної системи забезпечення єдності вимірювань для досягнення їх гармонізації.

**Ключові слова:** вимірювання; обчислення; комплекс теорем толерантності; неадекватність моделей.

# The concept of uncertainty and error theory: philosophy and mathematics

S. Levin

Moscow Institute of Expertise and Tests, Nakhimovsky Prospekt, 31, 117418, Moscow, Russian Federation  
AntoninaEL@rostest.ru

## Abstract

The article is devoted to the consideration of the recent problem of the relationship of mathematical results and terminology in metrology. Various approaches to solving the problem of identifying the measurand are analyzed: the Monte Carlo method, the composition of the computation errors and the errors obtained at calibration of the instrument; composition of inadequacy errors.

The history of development of the term “measurement” is considered. The difference in types of measurements and names of computational operations is pointed out. The consideration of the probability density of the measurand in the object model for the correct assessment of measurement accuracy is substantiated.

The terms “confidence interval” and “level of confidence” are analyzed, as well as the differences between their use in mathematical statistics and the concept of uncertainty.

The term “definitional uncertainty” as a measure of the threshold nonconformance between the model and the object of measurement is analyzed. It is shown that the definitional uncertainty is an unknown and unknowable quantity.

The features of various concepts of probability are considered: the combinatorial-axiomatic concept of Moivard–Laplace; Poisson–Mises frequency concept; Bernoulli–Bayes subjective concept; Gauss–Fisher–Kolmogorov interpolation concept.

The analysis of the thermometer calibration problem solution is carried out using different models: models in the form of a continuous correction function; the regression model and the model obtained by structural-parametric identification by the criterion of the minimum average modulus of inadequacy error by the method of K. Jacobi. The differences in the results obtained when applying different models are shown. It is concluded that the calibration results using “Guides to the Expression of Uncertainty in Measurement” are inconsistent with the main objective of the Law “On ensuring the uniformity of measurements”.

The task is set on the necessity of restructuring the documents of the state system for ensuring the uniformity of measurements in order to achieve their harmonization.

**Keywords:** measurements; calculations; complex of tolerance theorems; inadequacy of models.

## Список литературы

1. Эрлих Ч., Дибкер Р., Вёгер В. Эволюция философии и трактовки понятия “измерение”. *Главный метролог*. 2016. № 1. С. 11–30.
2. Руководство по выражению неопределенности измерения. СПб: ВНИИМ, 1999. 134 с.
3. VIM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, OIML. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Sup. 1: Numerical Methods for the Propagation of Probability Distributions. Tech. rep. Joint Committee for Guides in Metrology, 2004. Draft.
4. Р 50.2.004–2000. ГСИ. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения. Москва: Госстандарт России, 2000.
5. Левин С.Ф. Схема приведения в методе косвенного измерения. *Измерительная техника*. 2004. № 3. С. 5–9.
6. Левин С.Ф. Идентификация распределений вероятностей. *Измерительная техника*. 2005. № 2. С. 3–9.
7. МИ 2916–2005. ГСИ. Идентификация распределений вероятностей при решении измерительных задач.
8. Кокс М., Харрис П. Основные положения Приложения 1 к Руководству по выражению неопределенности в измерении. *Измерительная техника*. 2005. № 4. С. 17–24.
9. Левин С.Ф. Неопределенность в узком и широком смыслах результатов поверки средств измерений. *Измерительная техника*. 2007. № 9. С. 15–19.
10. Международный словарь по метрологии. СПб: НПО Профessional, 2010. 82 с.
11. РМГ 29–2013 (99) ГСИ. Метрология. Основные термины и определения.
12. Левин С.Ф. Чего на самом деле должны опасаться ведущие специалисты по внедрению неопределенности в отечественные измерения. *Измерительная техника*. 2008. № 12. С. 61–64.
13. ГОСТ Р 50779.10–2000. Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения.
14. Толковый словарь русского языка. Под ред. Д.Н. Ушакова. Москва: ОГИЗ, 1935.
15. ГОСТ 8.061–80. ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение.
16. МИ 2222–92. ГСИ. Виды измерений. Классификация.

17. Математическая энциклопедия. Том 1. Москва: Советская энциклопедия, 1977. 576 с.
18. РМГ 83–2007. ГСИ. Шкалы измерений. Термины и определения.
19. ГОСТ Р ИСО 5725–2002. Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений.
20. МИ 3281–2010. ГСИ. Оценка результатов измерений. Пояснения к “Руководству по выражению неопределенности измерений”.
21. Левин С. Ф. Руководство по выражению неопределенности измерения: ревизия — смена парадигмы или новая санкция? *Законодательная и прикладная метрология*. 2016. № 5. С. 31–44.
22. Физическая энциклопедия. Том 3. Москва: Большая Российская энциклопедия, 1992. 672 с.
23. ГОСТ 8.009–84. ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.
24. МИ 1317–2004. ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.
25. Юдин М. Ф., Селиванов М. Н., Тищенко О. Ф. и др. Основные термины в области метрологии: Словарь-справочник. Под ред. Ю. В. Тарбеева. Москва: Изд-во стандартов, 1989. 113 с.
26. Философский словарь. 5-е издание. Москва: Политиздат, 1986. 590 с.
27. ГОСТ 24026–80. Планирование эксперимента. Термины и определения.
28. ГОСТ Р 8.820–2013. ГСИ. Метрологическое обеспечение. Основные положения.
29. ГОСТ Р 50779.21–2004. Статистические методы. Правила определения и методы расчета статистических характеристик по выборочным данным. Часть 1. Нормальное распределение.
30. Р 50.1.037–2002. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть II. Непараметрические критерии.
31. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука, 1968. 720 с.
32. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. Москва: Наука, 1983. 416 с.
33. Левин С. Ф. Калибровка космическая и земная — Метрологический и научный тупик? *Контрольно-измерительные приборы и системы*. 2018. № 2. С. 35–38.
34. Левин С. Ф. Метрология. Математическая статистика. Легенды и мифы 20-го века: Легенда о неопределенности. *Партнеры и конкуренты*. 2001. № 1. С. 13–25.
35. Левин С. Ф. Нерешенные проблемы неопределенности. *Главный метролог*. 2009. № 4. С. 13–24.
36. Развитие деятельности по калибровке средств измерений. Доклад Рабочей группы. Москва: Межотраслевой совет по прикладной метрологии и приборостроению при РСПП, 2016.
37. ГОСТ Р 8.731–2010. ГСИ. Системы допускового контроля. Основные положения.

## References

1. Erlich Ch., Dibker R., Vöger V. Evolyuciya filosofii i traktovki ponyatiya “izmerenie” [Evolution of philosophy and interpretation of the concept “Measurement”]. *Glavnyj metrolog*, 2016, no. 1, pp. 11–30 (in Russian).
2. Rukovodstvo po vyrazheniyu neopredelennosti izmereniya [Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement]. St. Petersburg: VNIIM Publ., 1999 (in Russian). 134 p.
3. BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, OIML. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Sup. 1: Numerical Methods for the Propagation of Probability Distributions. Tech. rep. Joint Committee for Guides in Metrology. 2004. Draft.
4. R 50.2.004–2000. GSI. Characterization of mathematical models of dependencies between physical quantities when solving measurement problems. The main provisions. Moscow, 2000 (in Russian).
5. Levin S. F. Skhema privedeniya v metode kosvennogo izmereniya [The scheme of reduction in the method of indirect measurement]. *Measurement Techniques*, 2004, no. 3, pp. 5–9 (in Russian).
6. Levin S. F. Identifikaciya raspredelenij veroyatnostej [Identification of probability distributions]. *Measurement Techniques*, 2005, no. 2, pp. 3–9 (in Russian).
7. MI 2916–2005. GSI. Identification of probability distributions when solving measurement problems (in Russian).
8. Cox M., Harris P. Osnovnye polozheniya Prilozheniya 1 k Rukovodstvu po vyrazheniyu neopredelennosti v izmerenii [Main provisions of Appendix 1 to the Guidelines on the expression of uncertainty in measurement]. *Measurement Techniques*, 2005, no. 4, pp. 17–24 (in Russian).
9. Levin S. F. Neopredelennost’ v uzkom i shirokom smyslah rezul’tatov poverki sredstv izmerenij [Uncertainty in the narrow and broad sense of the results of verification of measuring instruments]. *Measurement Techniques*, 2007, no. 9, pp. 15–19 (in Russian).
10. Mezhdunarodnyj slovar’ po metrologii [International Dictionary of Metrology] (VIM-3, 2007). Saint-Petersburg, NPO Professional Publ., 2010. 82 p. (in Russian).

11. RMG 29–2013 (previously, RMG 29–99). GSI. Metrology. Basic terms and definitions (in Russian).
12. Levin S.F. Chego na samom dele dolzhny opasat'sya vedushchie specialisty po vnedreniyu neopredelennosti v otechestvennye izmereniya [What should the leading experts in introducing uncertainty into domestic measurements really fear]. *Measurement Techniques*, 2008, no. 12, pp. 61–64 (in Russian).
13. GOST R 50779.10–2000. Statistical methods. Probability and the basics of statistics. Terms and Definitions (in Russian).
14. Ushakov D.N. (Ed.). Tolkovyy slovar' russkogo yazyka [The explanatory dictionary of the Russian language]. Moscow, OGIz Publ., 1935 (in Russian).
15. GOST 8.061–80. GSI. Verification schemes. Content and construction (in Russian).
16. MI 2222–92. GSI. Types of measurements. Classification (in Russian).
17. Matematicheskaya ehnciklopediya [Mathematical encyclopedia]. Vol. 1. Moscow, Sovetskaya Encyclopedia Publ., 1977. 576 p. (in Russian).
18. RMG 83–2007. GSI. Measurement scales. Terms and Definitions (in Russian).
19. GOST R ISO 5725–2002. Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results (in Russian).
20. MI 3281–2010. GSI. Evaluation of measurement results. Explanations to the “Guidelines for the expression of measurement uncertainty” (in Russian).
21. Levin S.F. Rukovodstvo po vyrazheniyu neopredelennosti izmereniya: reviziya — smena paradigmy ili novaya sankciya? [Guide to the expression of uncertainty of measurement: revision — a paradigm shift or a new sanction?]. *Zakonodatel'naya i prikladnaya metrologiya*, 2016, no. 5, pp. 31–44 (in Russian).
22. Fizicheskaya ehnciklopediya [Physical encyclopedia]. Vol. 3. Moscow, Bol'shaya Rossiyskaya Encyclopedia Publ., 1992. 672 p. (in Russian).
23. GOST 8.009–84. GSI. Normalized metrological characteristics of measuring instruments (in Russian).
24. MI 1317–2004. GSI. Results and characteristics of measurement error. Forms of representation. Methods of use when testing samples of production and control of their parameters (in Russian).
25. Yudin M.F., Selivanov M.N., Tishchenko O.F. et al. Osnovnye terminy v oblasti metrologii: Slovar'-spravochnik [Basic terms in the field of metrology: Dictionary reference]. Yu.V. Tarbeev (Ed.). Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1989. 113 p. (in Russian).
26. Filosofskij slovar' [Philosophical Dictionary]. 5th edition. Moscow, Politizdat Publ., 1986. 590 p. (in Russian).
27. GOST 24026–80. Experiment planning. Terms and Definitions (in Russian).
28. GOST R 8.820–2013. GSI. Metrological provision. The main provisions (in Russian).
29. GOST R 50779.21–2004. Statistical methods. The rules for determining and methods of calculating statistical characteristics for sample data. Part 1. Normal distribution (in Russian).
30. R 50.1.037–2002. Applied statistics. Rules for checking the agreement of the experimental distribution with the theoretical one. Part II. Non-parametric criteria (in Russian).
31. Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlya nauchnyh rabotnikov i inzhenerov [Handbook of mathematics for scientists and engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 720 p. (in Russian).
32. Bolshev L.N., Smirnov N.V. Tablicy matematicheskoy statistiki [Tables of mathematical statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 416 p. (in Russian).
33. Levin S.F. Kalibrovka kosmicheskaya i zemnaya — Metrologicheskij i nauchnyj tupik? [Space and Earth Calibration — Metrological and Scientific Impasse?]. *Kontrol'no-izmeritel'nye pribory i sistemy*, 2018, no. 2, pp. 35–38 (in Russian).
34. Levin S.F. Metrologiya. Matematicheskaya statistika. Legendy i mify 20-go veka: Legenda o neopredelennosti [Metrology. Mathematical statistics. Legends and Myths of the 20th Century: The Legend of Uncertainty]. *Partnery i konkurenty*, 2001, no. 1, pp. 13–25 (in Russian).
35. Levin S.F. Nereshennye problemy neopredelennosti [Unsolved problems of uncertainty]. *Glavnyj metrolog*, 2009, no. 4, pp. 13–24 (in Russian).
36. Razvitie deyatel'nosti po kalibrovke sredstv izmerenij [Development of calibration activities for measuring instruments]. Report of the Working Group. Moscow, Inter-branch Council on Applied Metrology and Instrumentation at RSPP, 2016 (in Russian).
37. GOST R 8.731–2010. GSI. Admission control systems. Basic provisions (in Russian).