В. В. Заїкіна
кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики, статистики та інформаційних технологій Хмельницького університету управління та права

УДК 378:372.8

ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИ ПОКРАЩЕННЯ УСПІШНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

В статті розглянуті деякі характеристики процесу мислення та їх застосування до розв'язання математичних задач. Йдеться про метод аналогій, застосування системного мислення, розвиток конвергентного та дивергентного мислення, прийоми подолання психологічної інерції.

В статье рассмотрены некоторые характеристики процесса мышления и их применение к решению математических задач. Речь идет о методе аналогий, применении системного мышления, развитии конвергентного и дивергентного мышления, приемах преодоления психологической инерции.

In the article some characteristics of the process of thinking and their usage when solving mathematical problems have been considered. The author considers the method of analogy, the usage of the systematic thinking, the development of convergent and divergent thinking, the method of overcoming the psychological inertia.

Основне завдання освіти — задоволення потреб кожного учня, студента і суспільства в цілому у формуванні потужного інтелектуального потенціалу. Сучасний висококваліфікований спеціаліст — це особистість, здатна творчо мислити, готова до навчання протягом усього життя. Відомий дослідник Т. Едісон зауважував: "Якщо людина не використовує сповна своїх потенціальних можливостей, то вона позбавляє себе дуже великого задоволення у житті". На часі стоїть завдання комплексної інтелектуалізації українського суспільства, підвищення *ментальної грамотності* населення. Ментальна грамотність складається із звичайної грамотності та з уміння використовувати існуючі знання про функціональні особливості мозку [1]. Ми ще тільки вчимося ефективно використовувати мислительну систему суб'єкта навчання для розвитку його творчих здібностей, що призводить, зокрема, до оптимізації процесу самонавчання [2].

Підготовка спеціалістів високого рівня, здатних розв'язувати нестандартні, специфічні, інноваційні задачі в економіці і у менеджменті, потребує посилення математичної підготовки учнівської та студентської молоді. За допомогою математичних знань вдається знати і розуміти не тільки те, що вивчив, а набагато більше. "Жар холодних чисел" приваблює до себе не тільки математиків, фізиків, астрономів, але і дослідників-гуманітаріїв (зокрема, юристів [3]). Великі мислителі древності не уявляли справжньої мудрості без математичних знань, стверджуючи при цьому, що без мудрості не буває ні доброти, ні справедливості [4]. При цьому у першу чергу необхідно формувати культуру самого процесу мислення, навчати молодь свідомому оволодінню розумовими операціями, що призводять до розв'язання поставлених задач [5].

Мета дослідження — аналіз можливостей застосування загальних характеристик процесу мислення до розв'язання задач елементарної та вищої математики, зокрема, конкурсних задач, головоломок, олімпіадних завдань [6; 7; 8]. Йтиметься, зокрема, про:

1) значущість формулювання задачі і метод аналогій;
2) застосування системного мислення;
3) розвиток конвергентного та дивергентного мислення;
4) прийоми подолання психологічної інерції.

Університетські наукові записки, 2010, № 1 (33), с. 295-300. www.univer.km.ua

1. Формулювання умови задачі спрямовує наші думки у певне русло — у напрямку її розв'язання чи в іншу сторону. В останньому випадку увага переключається на другорядні речі, які не стосуються безпосередньо досліджуваної проблеми. Тому не можна недооцінювати точність формулювання задачі, підбір слів, якими виражається думка. Саме до такого висновку прийшов у свій час Б. Паскаль, один з першовідкривачів теорії ймовірностей, коли до нього звернувся азартний гравець Шевальє де Мере з проханням пояснити парадокс: Шевальє придумав гру, у якій супротивник, на думку Шевальє, повинен був би частіше програвати, ніж вигравати. Але фортуна виявлялася частіше прихильнішою не до шевальє де Мере, а до його супротивника. Правила гри такі: Шевальє підкидатиме дві гральні кості 24 рази і виграє, якщо хоча б один раз з'явиться "6" і "6". Його супротивник підкидатиме чотири кості один раз і виграє, якщо "6" випаде хоча б один раз. Палка аргументація Шевальє щодо його переваг при таких правилах гри виявилася невірною. Б. Паскаль, спираючись на чітке означення ймовірності події, довів, що ймовірність виграшу Шевальє дорівнює $1-\left(\frac{35}{36}\right)^{24}=0{,}491$, а йогосуперника — числу $1-\left(\frac{5}{6}\right)^{4}=0{,}518$. Таким чином, Шевальє схитрував, формулюючи правила гри не на свою користь, а на користь супротивника.

Якщо задача сформульована чітко, досить абстрактно, то вона перетворюється на самостійний об'єкт, на який можна подивитися з різних сторін. Зокрема, Б. Паскаль у описаній вище задачі спочатку розглянув проблему, протилежну до тієї, яка його цікавила (знайшов ймовірність протилежної події), а потім легко розв'язав вихідну задачу.

Для активізації творчого мислення (у випадку, коли задача ніяк не розв'язується) у світовій практиці використовуються різні методи. Оскільки творчий процес — це завжди процес здолання перешкод, американський вчений У. Гордон розробив метод *синектичного штурму*. Згідно з цим методом, для пошуку рішень рекомендується використовувати прийоми (А, Б, В, Г, Д), описані нижче:

А. Пошук *прямих аналогій:* слід розглянути питання про те, як розв'язують схожі задачі.

Так, наприклад, при розв'язанні задачі Шевальє де Мере доцільно скористатися тим, що ймовірність появи хоча б однієї події у серії випробувань та ймовірність того, що подія не з'явиться жодного разу у цих випробуваннях — це протилежні події. Значить, сума ймовірностей їх появи дорівнює одиниці. Тому замість того, щоб "прямим шляхом" шукати ймовірність появи хоча б однієї події, при розв'язуванні аналогічних задач шукають ймовірність того, що подія не з'явиться жодного разу, і віднімають цю останню ймовірність від одиниці.

Б. Знаходження *символічних аналогій:* спроба сформулювати суть проблеми в одній фразі, "в двох словах". Наприклад, при розв'язанні рівняння $\sin 2nx + \sin 2ny = 0$ можна провести символічну аналогію: допоміжне рівняння виду $t^2+r^2=0$ рівносильне тому, що $t=0$ *і* $r=0$. Таким чином, вихідне рівняння зводиться до системи рівнянь $\begin{cases}\sin \pi x = 0\\ \sin \pi y = 0\end{cases}$ *(тут $t=\sin nx$, $r=\sin ny$)*. Звідси одержуємо: $nx=nk,\ k\epsilon Z;\ ny=nn,\ n\epsilon Z$. І остаточно маємо відповідь: $x=k$, $y=n$, де $k,\ n\epsilon Z$.

В. Використання *фантастичних аналогій:* можна спробувати уявити, як розв'язав би задачу пасажир потягу, мотоцикліст, пішохід чи навіть казковий персонаж — потяг, літак тощо.

Метод перевтілення (наприклад, у потяг чи у машиніста) допомагає у розв'язанні такої задачі про рух.

Задача. Потяг іде з міста А до міста В із швидкістю $v1= 90$ км/год., а назад — із швидкістю $v2= 60$ км/год. Потрібно знайти середню швидкість руху потяга на шляху А-В-А.

При розв'язанні цієї задачі найчастіше перше, що приходить в голову (за інерцією мислення) — це знайти середнє арифметичне чисел 90 і 60: $\frac{90+60}{2}=75$ (км/год.). Але це — невірна відповідь. "Перевтілимося" у потяг чи у машиніста і уявимо, що шлях АВ, який ми для зручності позначимо s, було пройдено за такий час: у напрямку AB — $\frac{s}{90}$, у зворотному напрямку BA — $\frac{s}{60}$. Таким чином, середня швидкість потягу v_c на шляху А-В-А визначається відношенням довжини всього шляху

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2010, № 1 (33), с. 295-300.

(2s) до загального часу перебування потяга (і машиніста) у дорозі $\left(\frac{s}{90}+\frac{s}{60}\right)$:

$$\upsilon_c = \frac{2s}{\frac{s}{90}+\frac{s}{60}} = \frac{2s}{\frac{5s}{180}} = 72$$ (км/год.). Це і є вірна відповідь: υ_c=72 км/год.

Г. Підключення *особистих аналогій*: спроба "увійти в образ" досліджуваного об'єкта, "поміркувати" з його точки зору.

Метод перевтілень допомагає розв'язати багато задач і головоломок.

Нехай, наприклад, двоє спортсменів змагаються. Їм належить подолати шлях довжиною 50 м і повернутися назад у такий спосіб: першому спортсмену пропонується робити за 5 секунд 2 стрибки, по 3 м кожен, а другому за ті ж 5 секунд — 3 стрибки, по 2 м кожен. Потрібно визначити, який варіант виграшний.

На перший погляд здається, що, оскільки за 5 секунд кожен спортсмен долає 6 м, обидва варіанти рівнозначні. Але, подумки "перевтілившись" у першого спортсмена, пересвідчуємося, що йому, "прострибавши" 48 м, доведеться "перестрибнути" позначку у 50 м, (тобто здолати зайвий шлях — 1 м у прямому та 1 м у зворотному напрямку). Другий спортсмен виявляється при цьому у більш виграшній ситуації.

При розв'язанні головоломок буває корисно передбачати хід думок того чи іншого персонажу, слідкуючи за його поведінкою. Звернемося до такої *головоломки*. На шкільному вечорі трьом товаришам запропонували пройти (по одному) до кімнати без дзеркал. При вході на кожного з них обіцяли одягнути синій або коричневий берет (колір берета юнакові не повідомлявся). Учасникам цієї гри потрібно вгадати, якого кольору берет є на них. Юнакам запропонували підняти руку, якщо хтось із них побачить 2 коричневих берета на своїх сусідах. При цьому на усіх юнаків одягли сині берети.

Через деякий час один з юнаків здогадався, що на ньому — синій берет. Він переміг, міркуючи так: якби мій берет був коричневий, то один із моїх товаришів, побачивши, що другий не піднімає руку, зрозумів би, що він — у синьому береті. Оскільки він цього не зробив, значить, мій берет синій.

Д. Метод *"маленьких чоловічків"* — досліджуваний об'єкт представляється у вигляді натовпу "маленьких чоловічків" чи інших істот, які можуть довільно рухатися. У такий спосіб була відкрита структурна формула бензолу C_6H_6 вченим Ф. А. Кекуле. "Маленькі чоловічки" допомагають при розв'язанні геометричних задач. Наприклад, рухаючись по контуру прямокутного трикутника, вони можуть підказати нам, що його основою зручно вважати не лише один з його катетів, але і гіпотенузу.

2. При звичайному способі мислення учень чи студент акцентує увагу лише на тому, про що йдеться в умові задачі. Якщо зважати на те, що у дійсності будь-яка досліджувана система (рівняння, задача) є частиною певної надсистеми (і водночас складається із багатьох підсистем), рекомендується розвивати *системне мислення*. При такому способі мислення утримують увагу на одночасному розгляді і системи, що досліджується, і її над- і підсистем.

Розвинене системне мислення дозволило знаменитому французькому математику Лагранжу запропонувати шукати розв'язок *y(x)* лінійного неоднорідного диференціального рівня n-го порядку у вигляді

$$y(x)=c1(x)u1(x)+c2(x)u2(x)+...+cn(x)un(x),$$

де *u1(x), u2(x), ..., un(x)* — відомі функції (фундаментальна система розв'язків відповідного однорідного диференціального рівняння), а *c1(x), c2(x), ..., cn(x)* — невідомі функції.

На перший погляд, задача ускладнюється — замість однієї функції y(x) потрібно шукати n невідомих функцій *c1(x), c2(x),..., cn(x)*. Зауваживши, що *(n-1)* обмежень на функції *c1(x), c2(x), ..., cn(x)* можна накласти довільно (і сформулювавши ці обмеження у раціональний спосіб), вдається значно спростити вихідну задачу та досить просто знайти її розв'язок (у квадратурах).

Приступаючи до розв'язання будь-якої задачі, слід мати на увазі, що відповідь може бути одна (чи більше) або жодної. Це — вимоги надсистеми. Вихід у надсистему — це своєрідний ліхтар, який освітлює шлях дослідження. Саме тому рекомендується уважно аналізувати умову, шукати ОДЗ (а не братися розв'язувати рівняння, яке завідомо не має коренів, як, наприклад рівняння виду $\sqrt{x}+\sqrt{x+5}=-2$; $\sqrt{x+3}+1=0$; $\sqrt{10+\sqrt{x-5}}=3$ та ін.).

Університетські наукові записки, 2010, № 1 (33), с. 295-300. www.univer.km.ua

Як приклад розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2|x| + 3y - 12 = 0 \\ 3x - |y| + 11 = 0 \end{cases}.$$

Щоб відповісти на питання про те, чи сумісна ця система і, якщо так, то скільки розв'язків вона має, теоретично слід було б проаналізувати ситуації $(x=0; y=0)$; $(x = 0;$ $y = 0)$; $(x = 0; y = 0)$; $(x = 0; y = 0)$ (це — вимоги надсистеми, що випливають із означення модуля). На практиці легше провести додатковий аналіз умови задачі і побудувати графіки функцій $y = 4- \frac{2}{3}|x|$ та $x= \frac{|y|}{3} - \frac{11}{3}$, що відповідають першому і другому рівнянням системи. Завдяки чисто геометричним міркуванням переконуємося: розв'язок цієї задачі існує, він єдиний, причому *x<0, y>0*. Вихідна задача завдяки такому аналізу спрощується і зводиться до визначення x та y з однієї-єдиної системи рівнянь виду:

$$\begin{cases} -2x + 3y = 12 \\ 3x - y = -11 \end{cases}.$$

Звідси легко отримати відповідь: *x = -3, y = 2*.

Деколи при розв'язуванні задач виникає ситуація, коли, здавалося б, мінімальне число введених для її розв'язання невідомих перевищує кількість накладених на них умов. У таких випадках вихід у "надсистему" дозволяє чітко визначитися з питанням про те, що, власне, потрібно знайти — усі ці невідомі чи, можливо, дещо інше (скажімо, їх відношення). Це дозволяє спрямувати подальший пошук розв'язку у потрібному напрямку.

Для прикладу звернемося до такої задачі.

Задача. Із пункту А в пункт В виїхав мотоцикліст. Через *2* години із пункту А в пункт В виїхав автомобіліст, який прибув до пункт В одночасно з мотоциклістом. Якби автомобіліст і мотоцикліст одночасно виїхали з пунктів А та В назустріч один одному, то вони зустрілися б через *1* годину *20* хвилин після виїзду.

Скільки часу провів у дорозі від А до В мотоцикліст?

Для розв'язання задачі позначимо через v1 швидкість мотоцикліста, v2 — швидкість автомобіліста, *s* — шлях АВ. Виходячи з умови задачі, складаємо систему рівнянь виду:

$$\begin{cases} \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = 2 \\ s = \frac{4}{3}(v_1 + v_2) \end{cases}.$$

Помічаємо, що число невідомих (3) перевищує кількість рівнянь (2). Зауважимо, що шукана величина — це відношення $\frac{s}{v_1}$ (час мотоцикліста у дорозі).

Вираз для *s* (із другого рівняння системи) підставимо у перше її рівняння і спростимо одержану рівність. Маємо:

$\frac{4}{3}(v_1 +, v_2)(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}) = 2$ звідки легко отримати: $\frac{v_2}{v_1} - \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$ (і, отже,). З другого рівняння системи випливає, що $\frac{s}{v_1} = \frac{4}{3} + \frac{4}{3}\frac{v_2}{v_1}$.

Значить, $\frac{s}{v_1} = 4$– це і є шукана відповідь.

3. Зупинимося на питаннях розвитку і вдосконалення конвергентного і дивергентного мислення.

Конвергентне мислення задіяне при розв'язанні задач, де потік думок спрямовується в одне русло (наприклад, обчислення проводяться за певним алгоритмом). Дивергентне мислення виявляє себе там, де існує множина варіантів пошуку одного чи кількох розв'язків. При цьому потік думок спрямовується не в одне русло, а розгалужується на два, три чи більше число напрямків.

При розв'язанні задач з використанням конвергентного мислення можуть виникати певні труднощі. Якщо потік думок потрібно спрямувати в одне русло, але не

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2010, № 1 (33), с. 295-300.

у звичайному, "прямому" напрямку, а у зворотному, це може призвести до деяких непорозумінь. Для ілюстрації цієї думки наведемо таку задачу.

Задача. Сергію зараз вдвічі більше років, ніж Петрові було тоді, коли Сергію було стільки ж років, скільки Петрові зараз. Їм обом (разом) 35 років. Скільки років кожному з них?

Неважко зорієнтуватися, що старшим є Сергій. Нехай йому зараз x, а Петрові — y років. Згідно з умовою, запишемо перше рівняння, що пов'язує x та y:

$x + y=35$.

Далі здійснимо *відлік часу назад* та виявимо: коли Сергію було y років, вік Петра складав $y-(x-y)=2y-x$ років. Таким чином, можна записати друге рівняння, що пов'язує x та y:

$$\frac{x}{2} = 2y - x.$$

Розв'язавши систему вказаних двох рівнянь, одержуємо відповідь: Сергієві зараз *20*, а Петрові — *15* років.

Якщо потік думок спрямовується "*по колу*" (наприклад, при розв'язуванні задач, пов'язаних із стрілками годинника), слід враховувати кругові відстані, пройдені по такому колу.

Задача. Через скільки хвилин після того, як годинник показував *4* години, хвилинна стрілка наздожене годинну стрілку?

Для розв'язання цієї задачі зауважуємо, що за одну хвилину хвилинна стрілка опише $\frac{1}{60}$ кола, а годинна — у *12* разів менше. Через це відстань між ними (у частинах кола) дорівнюватиме

$$\frac{1}{60} - \frac{1}{720} = \frac{11}{720}.$$

Оскільки о *4*-ій годині кут між стрілками годинника відповідає $\frac{1}{3}$ повної дуги кола, одержуємо відповідь з нового рядка по центру: $\frac{1}{3} : \frac{11}{720} = 21\frac{9}{11}$ (хв.).

При розв'язуванні задачі з використанням дивергентного мислення доводиться спрямовувати думку у кількох напрямках, порівнювати їх між собою, судити "заочно" про інші напрямки, повертатися знову до раніше досліджених варіантів за певною допомогою тощо. Так, наприклад, при розв'язуванні наведеної нижче задачі про пошук фальшивої монети серед сукупності монет доводиться спрямовувати думку, умовно кажучи, у 3 русла, порівнювати два з них між собою (і судити "заочно" про третє), а також повертатися до раніше проаналізованих варіантів.

Задача. Серед *80* монет однакової вартості є одна фальшива (легша за інші). Як за допомогою чотирьох зважувань на терезах виявити фальшиву монету?

Для розв'язання цієї задачі розіб'ємо сукупність монет на *3* менші сукупності у такий спосіб *(27+ 27+26)*.

При першому зважуванні порівняємо дві сукупності — по *27* монет кожна. Може статися, що легша монета знаходиться у одній з цих сукупностей (або ні). Якщо після першого зважування виявлено легший набір з *27* монет, то з метою знаходження фальшивої монети доцільно розбити його на три сукупності (по *9* монет у кожній). Порівнявши на терезах два набори по *9* монет, ми виявимо, у якому з них знаходиться легша монета (у одному з порівнюваних чи у тому, який ми не зважуємо). Міркуючи аналогічно, розбиваємо сукупність з *9* монет на *3+3+3* монети і шляхом третього зважування виявляємо, яка саме трійка монет містить фальшиву монету. І, нарешті, у результаті останнього, четвертого зважування (представивши три монети як одну плюс одну плюс одну), виявляємо фальшиву монету.

У випадку, коли в результаті першого зважування виявлено, що фальшива монета знаходиться серед *26* монет, можна додати до них ще одну будь-яку (не фальшиву) монету з раніше досліджених, і далі працювати з *27* монетами, як і раніше, за схемою *(27=9+9+9; 9=3+3+3; 3=1+1+1)*.

4. Для подолання психологічної інерції, стимулювання процесу генерування ідей використовують різноманітні методи — висування гіпотез; зміна масштабів об'єкта, метод контрольних запитань і "перевтілень". Головне при цьому — відійти від "звичайності" досліджуваного об'єкту, отримати якнайбільшу кількість асоціацій, серед яких можуть з'явитися і корисні.

Університетські наукові записки, 2010, № 1 (33), с. 295-300. www.univer.km.ua

Розглянемо таку задачу. В ящику лежать *38* куль: *10* червоних, *10* синіх, *10* зелених, решта *8* — жовті і білі. Кулі відрізняються одна від одної лише кольором. У темряві я дістаю кулі. Яку найменшу їх кількість потрібно взяти, щоб серед них було не менше 7 куль одного кольору?

Для розв'язання задачі акцентуємо увагу на такій *гіпотезі*: мені попадаються кулі у найменш підходящій послідовності. Я дістаю (байдуже, у якому порядку) *8* куль жовтого чи білого кольору, по *6* синіх, червоних, зелених куль — всього *26*. Тоді двадцять сьома куля точно вирішить мою проблему.

При розв'язуванні задач на геометричну ймовірність реальна ситуація, як відомо, моделюється як попадання точки на частину прямої або на частину площини.

Розглянемо таку *задачу*. Площина розграфлена паралельними прямими, які знаходяться на відстані 2a одна від одної. На площину навмання кинута монета радіуса $r < a$. Знайти ймовірність того, що монета не перетне жодну пряму.

При моделюванні ситуації у студентів часто спрацьовує психологічна інерція: оскільки в умові йдеться про площину, про монету (плоску фігуру), здається, що слід скористатися другим означенням геометричної ймовірності. Але як бути з нескінченою площею між двома суцільними прямими?

Для розв'язання цієї суперечності спробуємо зменшити розмірність досліджуваних об'єктів (і скористатися першим означенням геометричної ймовірності). Проведемо перпендикуляр до двох сусідніх прямих, "відступимо" від кожної з них всередину на відстань r і уявимо, що точка (центр монети) падає на відрізок довжиною $L=2a$, що знаходиться між прямими. Якщо при цьому вона попаде на відрізок довжиною $l= 2a-2r$, то монета не перетне жодну з прямих. Таким чином, шукана ймовірність р події дорівнює:

$$p = \frac{2a - 2r}{2a} = \frac{a - r}{a}.$$

Отже, для розробки нових ідей при розв'язуванні багатьох задач буває недостатньо тільки логічного або аналітичного мислення. Для активізації творчого мислення доцільно свідомо використовувати метод аналогій, застосовувати прийоми подолання психологічної інерції, розвивати системне, конвергентне та дивергентне мислення.

Список використаних джерел

1. *Заїкіна, В. В.* Задачі інформатизації та інтелектуалізації на сучасному етапі [Текст] / В. В. Заїкіна // Університетські наукові записки. — 2008. — № 3. — С. 174–175.
2. *Заїкіна, В. В.* Аналіз адаптації студентів — першокурсників до навчання за кредитно-модульною системою [Текст] / В. В. Заїкіна // Університетські наукові записки. — 2007. — № 1. — С. 352–356.
3. *Заїкіна, В. В.* Визначні математики з юридичною освітою [Текст] / В. В. Заїкіна // Вісник Хмельницького інституту регіонального управління та права. — 2002. — № 3. — С. 43–46.
4. *Заїкіна, В. В.* Деякі актуальні питання підготовки фахівців — менеджерів на сучасному етапі [Текст] / В. В. Заїкіна // Вісник Хмельницького інституту регіонального управління та права. — 2002. — № 1. — С. 192–197.
5. *Шейнов, В. П.* Как управлять собой [Текст] / В. П. Шейнов. — Мн. : Харвест, 2006. — 608 с.
6. *Залогин, Н. С.* Сборник конкурсних задач по математике [Текст] / Н. С. Залогин. — К. : Гос. научн.-техн. изд-во машиностроит. лит-ы ; Укр. отдел., 1954. — 307 с.
7. *Бэйфэнг, Л.* Игры на логику. Китайская методика тестирования и развития интеллекта [Текст] / Л. Бэйфэнг. — М. : Эксмо, 2005. — 240 с.
8. *Вышенский, В. А.* Сборник задач киевских математических олимпиад [Текст] / В. А. Вышенский, Н. В. Карташов, В. М. Михайловский, М. И. Ядренко. — К. : Вища школа ; Изд-во при Киев. ун-те, 1984. — 240 с.

Рекомендовано до друку кафедрою математики,
статистики та інформаційних технологій
Хмельницького університету управління та права
(протокол № 6 від 19 лютого 2010 року)

Надійшла до редакції 28.02.2010