МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

Інна Ігорівна ЧАЙКОВСЬКА,
кандидат економічних наук,
асистент кафедри математики, статистики та інформаційних технологій
Хмельницького університету управління та права,
вул. Театральна, 8, Хмельницький, 29013,
inna.chaikovska@gmail.com

УДК 330.14:658.382

ЗАСТОСУВАННЯ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ НА ОСНОВІ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Визначено сутність фрактала, властивість фрактальності систем, доцільність застосування фрактального аналізу при моделюванні соціально-економічних процесів. Зроблено висновок, що для аналізу самоподібності необхідним є використання фрактального аналізу, в рамках котрого використовують формулу Херста. Встановлено, що фрактали знаходять практичне застосування при дослідженні розвитку соціальних, виробничих систем, при моделюванні часових рядів, ринкових процесів. Визначено, що на сьогодні існує багато різних математичних моделей фракталів (модель Мандельброта, модель Джулії, килим Серпінського, крива Коха та ін.). Відмінною особливістю кожної з них є те, що в їх основі лежить певна рекурсивна функція. Запропоновано для моделювання фракталів застосувати мову програмування Python з пакетами NumPy, SciPy и MatPlotLib. Python є простою і в той самий час потужною інтерпретованою об'єктно-орієнтованою мовою програмування. Використано комплексне середовище Enthought Canopy для аналізу даних і візуалізації результатів моделювання множини Джулії з можливістю вибору користувачем комплексного числа поліному та кількості ітерацій на мові програмування Python.

Ключові слова: нелінійність, фрактал, самоподібність, мова програмування Python.

Сучасна економічна теорія продемонструвала неповноту традиційних лінійних моделей аналізу поведінки ринків. Практика показує, що динаміка економічних процесів та явищ досить часто має нелінійний та в деяких випадках хаотичний характер. Це зумовлює необхідність пошуку альтернативних методів моделювання із застосуванням нестандартного математичного апарату. На сьогодні існує достатньо

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387.

велика кількість напрямків у цій сфері економіко-математичного моделювання. При аналізі соціально-економічних процесів досить часто застосовуються такі математичні засоби, як нечіткі методи, генетичні алгоритми та ін. Однак при аналізі ринкової динаміки ні один з названих методів не дає змоги врахувати таку властивість ринку, як самоорганізація. Цю проблему у визначеній мірі дозволяє вирішити теорія фракталів, реалізація котрої на практиці вимагає застосування сучасних інформаційних технологій.

Застосування фрактального аналізу в економіці описано в роботах таких науковців: В. Арнольд, П. Берже, К. Видаль, Н. Дубровіна, Т. Клебанова [1], А. Лисенко, А. Лоскутов, Б. Мандельброт, Р. Мантень, Е. Мітяков [2], Е. Петерс [3], І. Помо, Т. Рижкова [4], Х. Стенлі, Н. Чумаченко, Г. Шустер та ін. Проте науковцями недостатньо висвітлене питання застосування сучасних інформаційних технологій при здійсненні фрактального аналізу.

Метою статті є спроба дослідити можливості застосування теорії фракталів при вирішенні соціально-економічних проблем та використання сучасних інформаційних технологій для її реалізації.

Саме поняття фрактал, яке запропоноване Б. Мандельбротом, у найбільш загальному змісті означає не регулярну, але самоподібну структуру [1, с. 61]. Фрактал — деяка самоподібність, у котрій менші частини співставляються з цілим. Вона має фрактальну розмірність [3, с. 76]. Іншими словами, це — множина, підмножини та елементи якої подібні до самої множини, але в іншому масштабі, що визначає властивість масштабної інваріантності фракталів.

Властивість фрактальності систем проявляється в тому, що цикл розвитку цілісності системи при зміні масштабу його розгляду залишається подібним до початкового. Друга властивість фракталів — їх ієрархічність, тобто можливість повторюватися у різних масштабах простору та часу.

У реальному світі чистих, впорядкованих фракталів, як правило, не існує, і можна говорити лише про фрактальні явища. Їх необхідно розглядати лише як моделі, котрі наближено є фракталами у статистичному змісті. Однак добре побудована статистична фрактальна модель дозволяє отримати достатньо точні та адекватні прогнози [5].

Таким чином, можна сказати, що фрактали як моделі застосовуються у тому випадку, коли реальний об'єкт не можна представити у вигляді класичних моделей. І це означає, що ми маємо справу з нелінійними зв'язками та недетермінованою природою даних. Нелінійність у світоглядному сенсі означає багатоваріантність шляхів розвитку, наявність вибору із альтернатив шляхів та визначеного темпу еволюції, а також необоротність еволюційних процесів. Нелінійність у математичному змісті означає визначений вид математичних рівнянь (нелінійні диференційні рівняння), які містять шукані величини в ступенях, більше одиниці, або коефіцієнти, які залежать від властивостей середовища. Тобто коли ми застосовуємо класичні моделі (наприклад, трендові, регресійні і т.д.), ми говоримо, що майбутнє об'єкта однозначно детерміноване. І ми можемо передбачити його, знаючи минуле об'єкта (вихідні дані для моделювання). А фрактали застосовуються у тому випадку, коли об'єкт має декілька варіантів розвитку та стан системи визначається положенням, у котрому вона знаходиться на цей момент. Тобто ми намагаємося змоделювати хаотичний розвиток, а застосування фракталів дозволяє спростити складні процеси та об'єкти, що дуже важливо для моделювання, та дозволяє описати нестабільні системи та процеси і, найголовніше, передбачити майбутнє таких об'єктів [6].

Фрактальний аналіз широко використовується в природно-наукових дисциплінах, техніці, економіці.

Особливістю соціальних систем є те, що структура суспільства як цілого та структура фрагменту цього цілого ізоморфні: соціальна система складається із подібних за структурою елементів та сама має аналогічну будову, можна говорити про фрактальну структуру соціальних систем.

Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387. www.univer.km.ua

Дослідження показують, що в будові та функціонуванні соціальних систем спостерігається загальносистемна властивість самоподібності, тобто соціальні системи більш або менш однаково влаштовані в широкому діапазоні просторових, часових або кількісних масштабів, що обумовлено деякою мірою масштабної симетрії в соціальних системах. Тому малі фрагменти соціальної системи можуть бути подібні до цілої системи. Приклад: репрезентативна вибірка в опитуванні суспільної думки, за допомогою якої можна доволі точно виміряти деякі характеристики генеральної сукупності. Багаточисельні емпіричні дослідження також показують, що в соціології часто спостерігаються спадаючі числові послідовності, які наближено описані геометричними прогресіями та степеневою функцією, котрі є самоподібними [7, с. 119].

Аналіз уявлень про механізми розвитку суспільних, соціальних, соціально-економічних та соціально-технічних систем дозволяє дійти висновку, що розвиток в організаціях проходить через каскад самоподібних малих, середніх та великих циклів інноваційних змін [8; 9; 10].

Великими циклами можуть виступати життєві цикли організації за Л. Грейнером та Б. Лівехудем, середніми — цикли зміни технологій (наприклад, за І. Ансоффом), малими — цикли зміни продуктів (товарів). Причому так само, як і у Н. Кондратьєва, великі цикли виявляються у тому ж єдиному процесі динаміки економічного розвитку, в котрому виявляються і середні цикли з їх фазами підйому, кризи та депресії. Середні цикли розвиваються у межах хвиль великих циклів.

Розуміння фрактальності в розвитку виробничих систем дозволяє припустити, що для розвитку підприємства необхідна інновація, яка змінює фрактал системи. Фрактал задається початковими умовами (елементи та обмеження системи) та правилом функціонування (правило взаємодії елементів системи). Інновація, яка змінює початкові умови та правило взаємодії елементів системи, призводить до розвитку системи. Фрактальність (більше того, мультифрактальність) у розвитку підприємства дозволяє зробити висновок про те, що інновація буде поширюватися також за принципом мультифрактальності.

Е. Петерс [3] продемонстрував фрактальність виробництва на прикладі низки американських компаній: IBM, Coca-Cola, Xerox.

Фрактали отримали широке застосування в моделюванні часових рядів. Зокрема така характеристика часового ряду, як фрактальна розмірність, дозволяє визначити момент, у котрій система стає нестабільною та готова перейти в новий стан [11].

Прикладом одного з найбільш ефективних застосувань теорії фракталів при моделюванні ринкових процесів є фрактальна модель фондового ринку.

Використання математичного апарату теорії фракталів відкриває нові можливості в моделюванні ринкових процесів. Ключовим моментом, який сприяє цьому, є саморозвиток фракталу. Ця властивість характеризує фрактал, як математичний об'єкт, який найбільше відповідає системній природі соціальних та економічних процесів, які протікають в умовах нелінійної динаміки множини факторів зовнішнього та внутрішнього середовища [11].

Отже, для аналізу самоподібності використовують фрактальний аналіз, у рамках котрого використовують формулу Херста.

Доцільність використання фрактального аналізу виникає при аналізі економічних даних за тривалий період часу. Спосіб для вивчення фрактальних часових рядів базується на наукових дослідженнях ученого Херста та має назву R/S-методу. Його алгоритм зводиться до такого [2]:

1. Перетворення вихідного часового ряду довжини M у часовий ряд довжини N = M−1 на основі використання такого правила:

$$n_i = \log(m_{i+1} / m_i), \ i=1, 2, 3, ..., (M-1), \qquad (1),$$

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387.

де m_i — значення вихідного ряду в точці i;
n_i — значення нового ряду в тій же точці.

2. Обчислення відхилення $x_{t,i}$ від середнього значення часового ряду за формулою:

$$x_{t,i} = \sum_{i=1}^{t} (e_i - \overline{e}_i). \qquad (2),$$

3. Для кожної ітерації знаходження N-1 значень $x_{t,i}$, котрі використовуються при обчисленні розмаху R=max($x_{t,i}$)-min($x_{t,i}$).

4. Нормування розмаху R шляхом ділення на стандартне відхилення S, котре обраховується за N значенням.

5. Логарифмування R/S та N/2.

6. Побудова графіка залежності функції log(R/S) від log(N/2).

7. Знаходження шляхом лінійної апроксимації графіка тангенса кута його нахилу, який є показником Херста.

Існує три можливі варіанта зміни показника Херста:

1) H=0,5 –“білий шум”, процес без пам’яті (всі значення ряду некорельовані);

2) 0d”H<0,5 — антиперсистентний або ергодичний ряд (якщо система демонструє зростання в попередній період, то з великою ймовірністю в наступному періоді почнеться спад, та навпаки);

3) 0,5<Hd”1 — персистентний, або стендостійкий, ряд (якщо ряд зростає (спадає) в попередній період, то ймовірно, що він буде зберігати цю тенденцію певний час у майбутньому).

Сучасні консалтингові компанії застосовують фрактальну статистику Херста для оцінки дохідності акцій при аналізі інвестиційно-фінансової привабливості компанії. По суті, основне завдання показника Херста — відрізнити випадковий числовий ряд від невипадкового, навіть якщо цей випадковий ряд не є гаусовим, тобто імовірнісний розподіл є не нормальним [4, с.91].

На сьогодні існує багато різних математичних моделей фракталів. Відмінною особливістю кожної з них є те, що в їх основі лежить певна рекурсивна функція:

— Модель Мандельброта. Бенуа Мандельброт запропонував модель фрактала, котра вже стала класичною та часто використовується для демонстрації типового прикладу фрактала. Математичний опис моделі такий:

на комплексній площині в деякому інтервалі для кожної точки *z* обчислюється рекурсивна функція:

$$f(z) = z^2 + c, \qquad (3),$$

де с — комплексна константа.

Після N-повторень цієї процедури обчислень координат точок на комплексній площині з’являється дивовижно красива фігура, яка нагадує грушу.

У моделі Мандельброта фактором, що змінюється, є початкова точка с, а параметр z є залежним. Тому для побудови фрактала Мандельброта існує правило: початкове значення z рівне нулю (z=0)! Це обмеження вводиться для того, щоб перша похідна від функції z в початковій точці була рівна нулю. А це означає, що в початковій точці функція має мінімум, і в подальшому вона буде приймати лише більші значення.

— Модель Джулії (Julia set). Модель фрактала Джулії має те ж рівняння, що і модель Мандельброта, тільки тут змінним параметром є не с, а z.

Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387. www.univer.km.ua

Відповідно змінюється вся структура фрактала, оскільки на початкове положення не накладено ніяких обмежень.

Між моделями Мандельброта і Джулії існує така розбіжність: якщо модель Мандельброта є статичною (оскільки z початкове завжди дорівнює нулю), то модель Джулії є динамічною моделлю фрактала.

— Інші моделі, такі як килим Серпінського, крива Коха та ін.

Існують спеціальні пакети для проведення фрактального аналізу, наприклад, FracLab, FRACTAN [7, с. 119]. Нами запропоновано для моделювання фракталів застосувати мову програмування Python з пакетами NumPy, SciPy и MatPlotLib. Ця колекція бібліотек використовується як універсальне середовище для наукових розрахунків в якості заміни поширеними спеціалізованими комерційними пакетами Matlab, IDL та ін. Python є простою і в той самий час потужною інтерпретованою об'єктно-орієнтованою мовою програмування.

Нами використано комплексне середовище Enthought Canopy для аналізу даних і візуалізації результатів на мові програмування Python з наперед встановленими бібліотеками.

Enthought Canopy використовує багато високотехнологічних компаній, зокрема Northrop Grumman, Airbus та ін. Також мова програмування Python та середовище Enthought Canopy застосовується в Массачусетському технологічному інституті для навчання інформаційним технологіям та програмуванню.

Enthought Canopy містить більше 150 бібліотек, до складу яких входять і необхідні NumPy і MatPlotLib.

NumPy — бібліотека для наукових обчислень, яка дозволяє працювати з багатомірними масивами, складними функціями, лінійною алгеброю, перетвореннями Фур'є, генераторами випадкових чисел і т.д.

MatPlotLib — бібліотека для візуалізації двохвимірної графіки, яка включає множину різноманітних інструментів, таких як графіки, діаграми, гістограми і т.д.

Для реалізації GUI (графічного інтерфейсу користувача) використовується бібліотека Tkinter, яка стандартно входить у Python.

Легкість та доцільність застосування вказаних інструментальних засобів можна продемонструвати на прикладі програми моделювання множини Джулії з можливістю вибору користувачем комплексної частини поліному та кількості ітерацій.

Код програми для побудови фрактала Джулії:

```
# -*- coding: utf-8 -*-
# підключення бібліотек
from Tkinter import *
import numpy
import matplotlib, matplotlib.pyplot as plt

# визначення глобальних змінних
# комплексні числа для різних варіантів поліному
complex_variants = [-0.8+0.156j, -0.70176-0.3842j,
                    -0.4+0.6j, -0.835-0.2321j,
                    0.74543+0.11301j, -0.0085+0.71j]
# phi — декартові границі фракталу
# res — роздільна здатність рисунка
phi, res = 1.618, 2000
# функція обчислення кольору пікселя
def calculate(incoming):
```

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387.

```
        z=incoming
        # отримуємо вибране користувачем комплексне число
        complex_section = complex_variants[vsc1.get()]
        # кількість ітерацій, визначених користувачем
        for i in xrange(vsc2.get()):
        # поліном
            z = z**2 + complex_section
            if abs(z) > 2:
                break
        return i

# функція формування масиву кольору пікселей
def juliaset((fstx, endx), (fsty, endy),
                resolution=(res, res), figure = plt.figure()):
        # рівномірно розбиваємо на проміжки інтервал –phi .. phi
        xs = numpy.linspace(fstx, endx, resolution[0])
        ys = numpy.linspace(fsty, endy, resolution[1])
        # створюємо масив рисунку і заповнюємо його нулями
        field = numpy.zeros(resolution, dtype = numpy.int)
        # заповнюємо масив обчисленними значеннями
        for xidx, x in enumerate(xs):
            for yidx, y in enumerate(ys):
                # викликаємо функцію calculate
                field[yidx, xidx] = calculate(numpy.complex(x, y))
        # формуємо рисунок
        plt.imshow(field, extent = (fstx, endx, fsty, endy), origin='lower')

# функція візуалізації
def render():
        # титул рисунка — варіант комплексного числа та
        # кількість ітерацій
        plt.title('Julia set, variant '+ str(vsc1.get())+ ',
                Iteration = ' + str(vsc2.get()))
        # запуск функції формування масиву пікселей
        juliaset((-phi, phi), (-phi, phi))
        # запис рисунку у файл
        plt.savefig('d:\juliaset.png', dpi=300)
        # візуалізація рисунку
        plt.show()

# головне вікно
root = Tk().title('Julia set')

# віджет шкала — вибір варіанту комплексної частини поліному
vsc1 = IntVar()
sc1 = Scale(root, from_=0, to=len(complex_variants)-1,
                orient=HORIZONTAL, variable=vsc1,
                label='Variants of quadratic polynomials', length=200)
sc1.grid(padx=5,pady=10) # компонуємо віджет шкала

# віджет шкала — вибір кількості ітерацій
vsc2 = IntVar()
sc2 = Scale(root, from_=100, to=300, orient=HORIZONTAL,
```

Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387. www.univer.km.ua

```
                    variable=vsc2, label='Counts of iterations',
                       length=200)
sc2.grid(padx=5) # компонуємо другу шкалу

# віджет кнопка — запускає функцію render
button = Button(root, text='Show!', command=render)
button.grid(pady=10) # компонуємо кнопку

# головний цикл
mainloop()
```

На рис. 1 відображено графічний вигляд фрактала Джулії із використанням описаного коду програми (4 варіант полінома та 250 ітерацій).

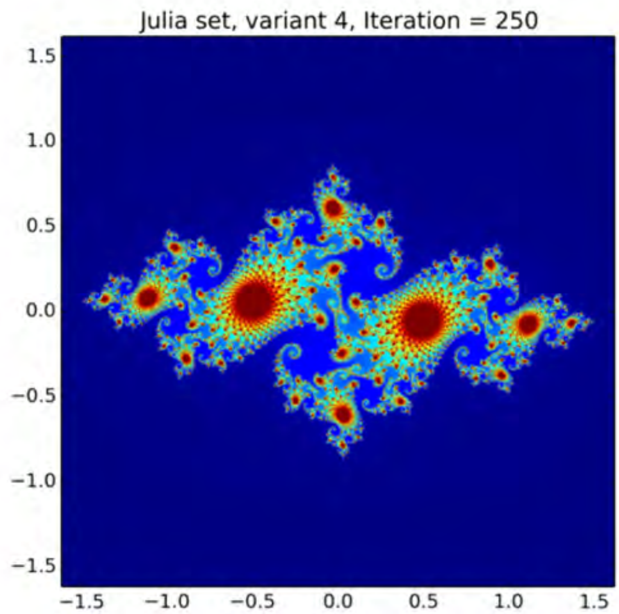

Рис. 1. Графічне представлення моделі фрактала Джулії

Як видно з рисунка фрактала, він має симетричну відносно центральної точки форму, тоді як фрактал Мандельброта має форму, симетричну відносно осі.

За допомогою головного вікна (рис. 2) програма отримує на вході від користувача варіант комплексної частини полінома (6 варіантів — від 0 до 5) та кількість ітерацій. У нашому випадку це 4 варіант полінома та 250 ітерацій. Також на головному вікні є кнопка, після натискання котрої отримано графічний вигляд фрактала (рис. 1).

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387.

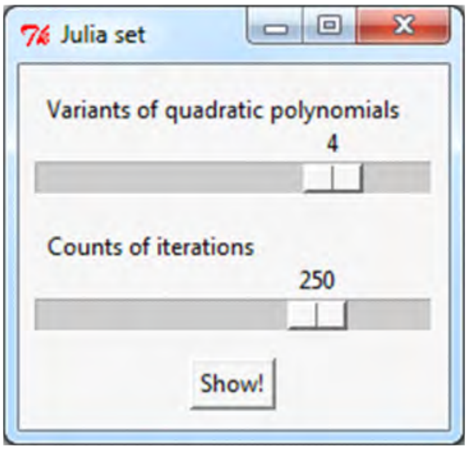

Рис. 2. Головне вікно програми, яке дозволяє користувачеві обирати варіант комплексної частини полінома та кількість ітерацій

Використання Python [12]:

— Компанія Google використовує Python в своїй пошуковій системі.

— Такі компанії, як Intel, Cisco, Hewlett-Packard, Seagate, Qualcomm та IBM, використовують Python для тестування апаратного забезпечення.

— Служба колективного використання відеоматеріалів YouTube в значній мірі реалізована на Python.

— NSA використовує Python для шифрування та аналізу розвідданих.

— Компанії JPMorgan Chase, UBS, Getco і Citadel застосовують Python для прогнозування фінансового ринку.

— Популярна програма BitTorrent для обміну файлами в пірінгових мережах написана на мові Python.

— Популярний веб-фреймворк App Engine від компанії Google використовує Python як прикладну мову програмування.

— NASA, Los Alamos, JPL і Fermilab використовують Python для наукових обчислень.

Таким чином, теорія фракталів демонструє якісно новий підхід у моделюванні економіки. Проте її новизна та протиріччя класичним методам ускладнюють її широке використання. Одним з основних стримуючих факторів є хаотичність фрактальної моделі, котра зумовлена виключною взаємозалежністю її вхідних та вихідних параметрів. Навіть незначна зміна вхідного параметра може призвести до абсолютно непередбаченої поведінки моделі. Разом з тим це дійсно найбільш перспективний сучасний напрямок математики з точки зору прикладних досліджень в економіці.

Подальші дослідження будуть спрямовані на практичну реалізацію фрактального аналізу для прогнозування економічних явищ та процесів, зокрема рівня сформованості інтелектуального капіталу підприємства.

Список використаних джерел

1. Моделирование экономической динамики [Текст] : учебн. пособ. / Клебанова Т. С., Дубровина Н. А., Полякова О. Ю. и др. — [2–е изд., стереотип]. — Х. : ИНЖЭК, 2005. — 244 с.

Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387. www.univer.km.ua

2. *Митяков, Е. С.* Разработка математических методов анализа и прогнозирования поведения индикаторов экономической безопасности [Текст] : автореферат дис. на соискание учен. степени канд. экон. наук : спец. 08.00.13 "Математические и инструментальные методы экономики" / Е. С. Митяков ; Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. — Нижний Новгород, 2012. — 23 с.
3. *Петерс, Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка [Текст] / Э. Петерс : пер с англ. — М. : Мир, 2000. — 333 с.
4. *Рыжкова, Т. В.* Энтропийный анализ инвестиционной привлекательности компании [Текст] / Т. В. Рыжкова // Вестник РЭА, 2010. — № 6. — С. 89–100.
5. *Цитленко, И. С.* Фракталы и долгосрочный прогноз мировой экономики / И. С. Цитленко // Проект "Синергетика в школе" [Электронный ресурс] Московская школа–лаборатория № 363. — URL : http://sins.xaoc.ru/articles/articles_r018.html.
6. *Погодаева, Е. А.* Теория фракталов и ее применение / Е. А. Погодаева, С. В. Четверяков ; Иркутская государственная экономическая академия, кафедра информационных систем. — Иркутск, 1997 [Электронный ресурс] Рефераты. — URL : http://www.refoman.ru/c/60/ref/3922/index1.1.html.
7. *Давыдов, А. А.* Системный подход в социологии: новые направления, теории и методы анализа социальных систем [Текст] / А. А. Давыдов. — М. : КомКнига, 2005. — 328 с.
8. *Ансофф, И.* Стратегическое управление [Текст] / И. Ансофф. — М. : Экономика, 1989. — 519 с.
9. *Кондратьев, Н. Д.* Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения. Избранные труды [Текст] / Н. Д. Кондратьев. — М. : Экономика, 2002. — 768 с.
10. *Поздняков, А. В.* Эволюционное развитие и устойчивость целостных систем [Текст] / А. В. Поздняков // Самоорганизация геоморфосистем. — Томск : ТНЦ СО РАН, 1996. — С. 15–24.
11. *Цветков, И. В.* Фрактальный анализ и его применение к исследованию временных рядов / И. В. Цветков [Электронный ресурс] Mike Scherbakov. — URL : http://mikescherbakov.ru/2013/05/15/tsvetkov-fraktalnyiy-analiz-i-ego-primenenie-k-issledovaniyu-vremennyih-ryadov-pdf.
12. Учим Python качественно [Электронный ресурс] Хабрахабр. — URL : http://habrahabr.ru/post/150302.

Рекомендовано до друку кафедрою математики,
статистики та інформаційних технологій
Хмельницького університету управління та права
(протокол № 7 від 6 лютого 2014 року)

Надійшла до редакції 07.02.2014

Чайковская И. И. Использование современных информационных технологий для моделирования экономических процессов на основе фрактального анализа

Определена сущность фрактала, свойство фрактальности систем, целесообразность применения фрактального анализа при моделировании социально-экономических процессов. Сделан вывод, что для анализа самоподобия необходимо использование фрактального анализа, в рамках которого используют формулу Херста. Установлено, что фракталы находят практическое применение при исследовании развития социальных, производственных систем, при моделировании временных рядов, рыночных процессов. Определено, что на сегодняшний день существует много различных математических моделей фракталов (модель Мандельброта, модель Джулии, ковер Серпинского, кривая Коха и др.). Отличительной особенностью каждой из них является то, что в их основе лежит определенная рекурсивная функция. Предложено для моделирования фракталов применить язык программирования Python с пакетами NumPy, SciPy и MatPlotLib. Python является простым и в то же время мощным интерпретируемым объектно-ориентированным языком программирования. Использована комплексная среда Enthought Canopy для анализа данных и визуализации результатов моделирования множества Джулии с возможностью выбора пользователем комплексного числа полинома и количества итераций на языке программирования Python.

Ключевые слова: *нелинейность, фрактал, самоподобие, язык программирования Python.*

www.univer.km.ua Університетські наукові записки, 2014, № 1 (49), с. 378-387.

Chaikovska, I. I. The Use of Modern Information Technologies for Economic Processes Modelling Based on Fractal Analysis

This article explains the purpose of the fractal, fractal property systems, the feasibility of fractal analysis in modelling socio-economic processes. It is concluded that analysis is necessary to use self-similarity of fractal analysis, under which the formula Hirst is used. It is established that fractals are in practical application in the study of social and productive systems in modelling time series of market processes. It was determined, that today there are many different mathematical models of fractals (Mandelbrot model, model Julia, carpet of Serpinskyi, curve of Koch etc.) A distinctive feature of each is that they are based on some recursive function. For fractal modelling it is proposed to use programming language Python packages with NumPy, SciPy and MatPlotLib. Python is a simple and at the same time powerful interpreted object-oriented programming language. Used Enthought Canopy integrated environment for data analysis and visualization of simulation results of Julia sets selectable by a complex number and polynomial number of iterations in the programming language Python.

Keywords: *nonlinearity, fractal, self-similarity, programming language Python.*