

Динаміка гальмування механічних систем пакувального обладнання

А.І. Соколенко, д.т.н., К.В. Васильківський, к.т.н., А.В. Мудрак, І.Ф. Максименко, Національний університет харчових технологій, м Київ

Машини-автомати в технологічних лініях пакування, призначені для створення упаковок, фасування продукції, одержання групової упаковки тощо, характеризуються різними законами руху робочих органів. Це можуть бути крокові, зворотно-поступальні, коливальні, складні переміщення або їхні певні комбінації.

Конструктивний вибір під час проектування приводів таких органів повинен ураховувати задані параметри швидкодії, час перебігу процесів, навантаження статичними і динамічними складовими, обмежені силові дії на вироби тощо. Сукупність указаних вимог має в собі протиріччя, яке стосується швидкодії (і кінематичних параметрів) та динамічних складових навантажень [1, 2].

До складу зв'язків між ведучими і веденими масами машин входять елементи приводів з конструктивними жорсткостями, а у певних випадках вони доповнюються спеціальними пружними елементами для обмеження динамічних навантажень. У зв'язку із цим еквівалентні розрахункові схеми машин представлені дво- або кількмасовими системами.

Особливості динаміки перехідних процесів пуску машин у літературних джерелах знайшли широке відображення на рівні двомасових систем з оцінкою впливів різних параметрів [1–5]. Однак перехідні процеси зупинки, гальмування систем і вибігу частіше залишалися без уваги. Між тим порівняння динаміки в цих процесах призводить, зокрема, до висновку про те, що саме в них можуть бути присутні екстремальні навантаження, що співрозмірні навантаженням пуску системи.

У зв'язку з викладеним метою даних досліджень обрано порівняння екстремальних навантажень, за різних законів гальмування на прикладі двомасових систем.

Випадок миттєвої зупинки ведучої маси

Розрахункову еквівалентну схему цього випадку наведено на рис. 1. Гальмування з миттєвою зупинкою ведучої маси m_1 може передбачатися конструкцією машини, наявністю гальма або взаємодією маси m_1 із жорстким упором. Це означає, що від початку вказаної силової дії переміщення маси m_1 відсутнє, а рівняння руху веденої маси m_2 запишемо у формі:

$$m_2 \ddot{x}_2 = -c x_2 - P_{on}, \quad (1)$$

або у вигляді, придатному до інтегрування:

$$\ddot{x}_2 + \frac{c}{m_2} x_2 = -\frac{P_{on}}{m_2}, \quad (2)$$

де c — приведена жорсткість системи, Н/м;

P_{on} — опір переміщенню веденої маси, Н.

Розв'язання рівняння (2) має вигляд:

$$x_2 = A \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + B \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \frac{P_{on}}{c}. \quad (3)$$

Сталі інтегрування A та B визначаємо за початкових умов:

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{2(n)} = -\frac{P_{on}}{c}; \quad \dot{x}_{2(n)} = v. \quad (4)$$

Їхньою підстановкою визначаємо, що:

$$A = v \sqrt{\frac{m_2}{c}}; \quad B = 0.$$

Тоді навантаження пружного елемента відображується залежністю:

$$P_{np} = c(x_1 - x_2) = P_{on} - v \sqrt{m_2 c} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t. \quad (5)$$

Графічну залежність пружного навантаження під час миттєвої зупинки представлено на рис. 2 за таких значень параметрів: $m_2 = 50$ кг; $c = 50\,000$ Н/м; $v = 0,5$ м/с; $P_{on} = 150$ Н.

Як бачимо, амплітуда динамічної складової пружного навантаження визначається параметрами швидкості v на початку перехідного процесу, самої маси m_2 та жорсткості c . Порівняння амплітуди динамічної складової навантаження з аналогічним показником ударного навантаження пуску системи [2] приводить до висновку про їхню повну відповідність за формою і величиною.

Випадок із синусоїдальним рухом ведучої маси

Синусоїдальні закони руху ведучих мас можуть реалізуватися за рахунок кінематичних зв'язків у кулачкових, пневматичних та інших пристроях.

На рис. 3 зображено схему механізму, яким реалізується синусоїдальний закон.

Подальші дослідження виконаємо через порівняння режимів розгону і гальмування.

Закон руху ведучої маси запишемо у вигляді:

$$x_1 = R \sin \omega t, \quad (6)$$

де ω — кутова швидкість кривошипа, c^{-1} ;

R — довжина кривошипа, м.

При цьому кут $\alpha = \omega t$.

Припустимо, що кінцевий час процесу обмежується величиною:

$$t_{(к)} = \frac{\pi}{2\omega}. \quad (7)$$

Рівняння руху веденої маси у цьому випадку запишеться у формі:

$$m_2 \ddot{x}_2 = c(R \sin \omega t - x_2) - P_{on}, \quad (8)$$

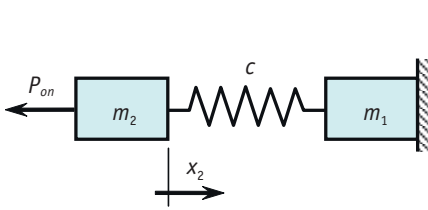
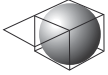


Рис. 1. Розрахункова модель з миттєвою зупинкою ведучої маси m_2

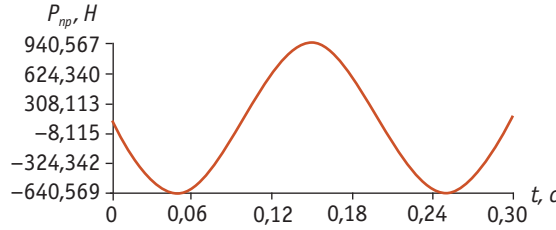


Рис. 2. Графік навантаження пружного елемента у двомасовій системі в разі миттєвої зупинки ведучої маси

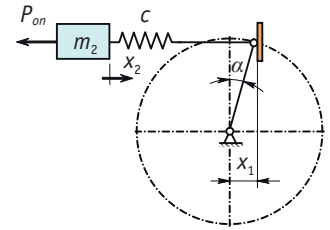


Рис. 3. Схема механізму із синусоїдальним рухом ведучої маси

а його розв'язання за початкових умов $t_{(n)} = 0; x_{2(n)} = -P_{on}/c; \dot{x}_{2(n)} = 0$ приводить до форми:

$$x_2 = -\frac{Rc\omega}{c-m_2\omega^2} \sqrt{\frac{m_2}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + \frac{Rc}{c-m_2\omega^2} \sin \omega t - \frac{P_{on}}{c}. \quad (9)$$

Тоді навантаження пружного елемента:

$$P_{np} = cR \sin \omega t + \frac{Rc\omega}{c-m_2\omega^2} \sqrt{m_2 c} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \frac{Rc^2}{c-m_2\omega^2} \sin \omega t + P_{on}. \quad (10)$$

Оскільки обрано початкову швидкість $\dot{x}_{2(n)} = 0$, рівняння (10) відображає навантаження пружного елемента за період пуску системи.

Для режиму гальмування прийемо початкові умови:

$$t_{(n)} = 0; x_{2(n)} = -\frac{P_{on}}{c}; \dot{x}_{2(n)} = v.$$

Загальне розв'язання рівняння (8) записується у формі:

$$x_2 = A \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + B \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + \frac{Rc}{c-m_2\omega^2} \sin \omega t - \frac{P_{on}}{c}. \quad (11)$$

Підстановка початкових умов $t_{(n)} = 0$ і $x_{2(n)} = -P_{on}/c$ дає можливість заключити, що $B = 0$.

Продиференціювавши вираз (11), запишемо:

$$\dot{x}_2 = A \sqrt{\frac{c}{m_2}} \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - B \sqrt{\frac{c}{m_2}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + \frac{Rc\omega}{c-m_2\omega^2} \cos \omega t, \quad (12)$$

і тоді за підстановки початкових умов маємо:

$$v = A \sqrt{\frac{c}{m_2}} + \frac{Rc\omega}{c-m_2\omega^2}; \quad (13)$$

$$A = \left(v - \frac{Rc\omega}{c-m_2\omega^2} \right) \sqrt{\frac{m_2}{c}}. \quad (14)$$

За одержаних значень A та B рівняння (11) має вигляд:

$$x_2 = \left(v - \frac{Rc\omega}{c-m_2\omega^2} \right) \sqrt{\frac{m_2}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + \frac{Rc}{c-m_2\omega^2} \sin \omega t - \frac{P_{on}}{c}, \quad (15)$$

а навантаження пружного елемента відобразиться у формі:

$$P'_{np} = c(x_1 - x_2) = cR \sin \omega t - v \sqrt{m_2 c} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + \frac{Rc^2\omega}{c-m_2\omega^2} \sqrt{\frac{m_2}{c}} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \frac{Rc^2}{c-m_2\omega^2} \sin \omega t + P_{on}. \quad (16)$$

Зміну пружного навантаження для розглянутого випадку і прийнятих початкових умов представлено на рис. 4.

Аналізуючи графічні залежності, можна бачити, що найкращий випадок для режиму гальмування із синусоїдальним законом руху ведучої маси відбувається за рівності значень: $v = \omega R$ (крива —).

Якщо позначити $(P_{np} - P'_{np}) = \Delta P_{np}$ у порівнюваних випадках розгону і гальмування системи, то одержуємо:

$$\Delta P_{np} = v \sqrt{m_2 c} \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t. \quad (17)$$

Порівняння умов (5) і (16) дає можливість зробити висновок, що в режимах гальмування систем присутня складова з амплітудою динамічних навантажень $v \sqrt{m_2 c}$, яка відповідає режиму ударного пуску системи.

Такий висновок дає підстави продовжити пошуки закономірностей, які відповідають режимам гальмування систем.

Випадок з лінійним законом гальмування ведучої маси

Припустимо, що гальмування ведучої маси в системі із двох мас та із пружним зв'язком (рис. 5) відображається залежністю:

$$\dot{x}_1 = v_0 - 2kt,$$

де v_0 — початкова швидкість, м/с.

k — прискорення в русі ведучої маси, м/с².

Тоді координата переміщення:

$$x_1 = \dot{x}_1 t = (v_0 - kt) t, \quad (18)$$

а рівняння руху маси m_2 записується у формі:

$$m \ddot{x}_2 = c(x_1 - x_2) - P_{on} = c(v_0 t - kt^2 - x_2) - P_{on}. \quad (19)$$

Зупинці ведучої маси відповідає кінцевий час $t_{(c)} = v_0 / 2k$.

Перетворивши рівняння (19), отримаємо:

$$\ddot{x}_2 + \frac{c}{m_2} x_2 = c \frac{v_0}{m_2} t - \frac{ck}{m_2} t^2 - \frac{P_{on}}{m_2}, \quad (20)$$

а його розв'язання має вигляд:

$$x_2 = A_1 \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + B_1 \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - kt^2 + \frac{km_2}{c} - \frac{P_{on}}{c} + v_0 t. \quad (21)$$

Сталі інтегрування A_1 та B_1 визначимо за початкових умов:

$$t_{(n)} = 0; x_{2(n)} = -\frac{P_{on}}{c}; \dot{x}_{2(n)} = v_0. \quad (22)$$

Підстановкою останніх отримаємо:

$$B_1 = -\frac{km_2}{c}, \quad (23)$$

а для визначення сталої інтегрування A_1 виконаємо диференціювання умови (21), отримавши вираз:

$$\dot{x}_2 = A_1 \sqrt{\frac{c}{m_2}} \cdot \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - B_1 \sqrt{\frac{c}{m_2}} \cdot \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - 2kt + v_0. \quad (24)$$

З останнього одержуємо:

$$A_1 = 0. \quad (25)$$

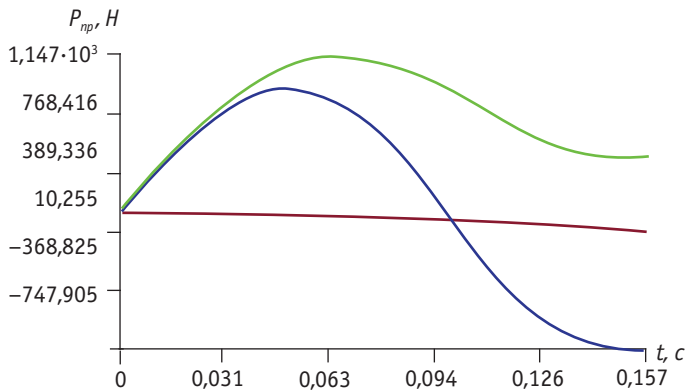


Рис. 4. Порівняння навантаження пружного елемента системи із синусоїдальним законом гальмування ведучої маси за різних режимів та початкових умов: режим пуску ($m_2 = 50$ кг; $c = 50\,000$ Н/м; $R = 0,1$ м; $\omega = 5$ с⁻¹; $P_{on} = 150$ Н) (—); режим гальмування ($m_2 = 50$ кг; $c = 50\,000$ Н/м; $v = 0,5$ м/с; $R = 0,1$ м; $\omega = 5$ с⁻¹; $P_{on} = 150$ Н) (—); режим гальмування ($m_2 = 50$ кг; $c = 50\,000$ Н/м; $v = 0,2$ м/с; $R = 0,1$ м; $\omega = 7$ с⁻¹; $P_{on} = 150$ Н) (—)

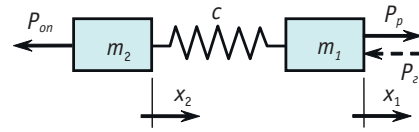


Рис. 5. Схема до випадку з лінійним законом пуску (гальмування) ведучої маси m_1

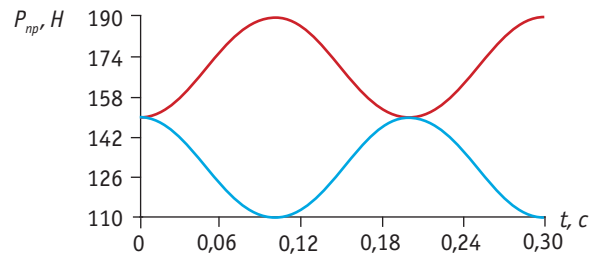


Рис. 6. Порівняння навантаження пружного елемента системи за лінійного закону гальмування ведучої маси: режим пуску ($m_2 = 50$ кг; $c = 50\,000$ Н/м; $k = 0,2$; $P_{on} = 150$ Н) (—); режим гальмування ($m_2 = 50$ кг; $c = 50\,000$ Н/м; $v = 0,5$ м/с; $k = 0,2$; $P_{on} = 150$ Н) (—)

За отриманих сталих інтегрування маємо величину переміщення:

$$x_2 = \frac{km_2}{c} + v_0 t - kt^2 - \frac{km_2}{c} \cdot \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - \frac{P_{on}}{c}. \quad (26)$$

Навантаження пружного елемента буде визначатись за таким виразом:

$$P_{np} = c(x_1 - x_2) = km_2 \cdot \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - P_{on} - km_2. \quad (27)$$

З останньої умови витікає, що пружне навантаження характеризується різницею сили опору і сили інерції km_2 та динамічною складовою, амплітуда якої дорівнює силі інерції в русі маси m_2 .

Оцінимо екстремальні навантаження пружного елемента у процесі пуску. Нехай швидкість ведучої маси змінюється за законом $\dot{x}_1 = v_0 + 2kt$, якому відповідає координата переміщення:

$$x_1 = v_0 t + kt^2. \quad (28)$$

У такому випадку рівняння руху веденої маси запишемо у формі:

$$\ddot{x}_2 + \frac{c}{m_2} x_2 = \frac{cv_0}{m_2} t + \frac{ckt^2}{m_2} - \frac{P_{on}}{m_2}. \quad (29)$$

А його розв'язання має вигляд:

$$x_2 = A_2 \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + B_2 \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + kt^2 - \frac{km_2}{c} + v_0 t - \frac{P_{on}}{c}. \quad (30)$$

Сталі інтегрування A_2 та B_2 визначаємо за початкових умов:

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{2(n)} = -\frac{P_{on}}{c}; \quad \dot{x}_{(n)} = 0, \quad (31)$$

звідки:

$$B_2 = \frac{km_2}{c}; \quad A_2 = -(2kt + v_0) \cdot \sqrt{\frac{m_2}{c}}. \quad (32)$$

Тоді координата переміщення веденої маси:

$$x_2 = \frac{km_2}{c} \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - (2kt + v_0) \cdot \sqrt{\frac{m_2}{c}} \times \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + kt^2 - \frac{km_2}{c} + v_0 t - \frac{P_{on}}{c}. \quad (33)$$

При цьому пружне навантаження становитиме:

$$P'_{np} = c(x_1 - x_2) = (2kt + v_0) \cdot \sqrt{m_2 c} \cdot \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - km_2 \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + km_2 + P_{on}. \quad (34)$$

Порівняння з режимом гальмування приводить до виразу:

$$\Delta P = P'_{np} - P_{np} = (2kt + v_0) \cdot \sqrt{m_2 c} \cdot \sin \sqrt{\frac{c}{m_2}} t - 2km_2 \cos \sqrt{\frac{c}{m_2}} t + 2km_2. \quad (35)$$

Зміна навантажень на пружний елемент від часу представлена на рис. 6.

Висновки

1. Режими зупинки, вибігу і гальмування складових пакувальних машин у звичайних умовах є прогнозованими й певним чином обмежують силову дію між рухомими та нерухомими масами і зменшують навантаження в пружних зв'язках. Однак у переліку ситуацій можуть бути аварійні, тобто наближені до миттєвих зупинок ведучих або ведених мас. Для випадку миттєвої зупинки ведучої маси амплітуда динамічної складової навантаження пружного зв'язку визначається комплексом $v\sqrt{m_2 c}$, що збігається з навантаженням ударного пуску системи.



2. Програмована за швидкістю зупинка ведучої маси у формі синусоїдального закону супроводжується можливостями обмеження навантажень пружного елемента. При цьому помітне значення мають різниці початкових швидкостей мас у перехідному режимі. За їхнього збігу досягається зупинка системи без зростання динамічної складової навантаження (рис. 4).
3. Гальмування ведучої маси з лінійним законом забезпечує зниження навантаження пружного елемента порівняно з режимом пуску (рис. 6).
4. Заслужує на увагу та обставина, що в усіх розглянутих випадках у навантаженнях пружних зв'язків представлені амплітуди виду $v\sqrt{m_2c}$.

Література

1. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. — М.: Машиностроение, 1969. — 296 с.
2. Соколенко А.І., Яровий В.Л., Піддубний В.А. та ін. Моделювання процесів пакування. — К.: Нова книга, 2004. — 272 с.
3. Соколенко А.І., Хваста М.М., Васильківський К.В. та ін. Энергетика піднімання вантажів у пакувальному обладнанні // Упаковка. — 2010. — № 5. — С. 37–39.
4. Соколенко А.І., Бут С.А., Хваста М.М. та ін. Кінематика і динаміка пакувального обладнання із системами пасивних елементів // Упаковка. — 2010. — № 3. — С. 38–41.

5. Соколенко А.І., Васильківський К.В., Костюк Є.В. та ін. Моделювання процесів перевантаження пакованих виробів на приймальну площину шляхом зіштовхування // Упаковка. — 2010. — № 4. — С. 51–54. *Ж*

Динамика торможения механических систем упаковочного оборудования

А.И. Соколенко, д.т.н., К.В. Васильковский, к.т.н., А.В. Мудрак, И.Ф. Максименко

Авторы рассмотрели аспекты, касающиеся динамики остановки элементов упаковочного оборудования. Создали физические и математические двухмассовые модели, отражающие мгновенную остановку ведущей массы, а также торможение ведомых масс по разным законам движения ведущих. Авторы доказали, что режимы торможения по своим динамическим проявлениям приближаются к процессам пуска (а иногда являются худшими по сравнению с ними) и подлежат не менее тщательному исследованию. *Ключевые слова:* динамика; двухмассовая модель; режим торможения; упругая нагрузка.

Dynamics inhibition of mechanical systems of packaging equipment

A.I. Sokolenko, Dr., K.V. Vasilkovsky, Ph.D., A. Mudrak, I.F. Maksimenko

The authors examined aspects of the dynamics of stop of elements of packaging equipment. They created a physical and mathematical two-mass models, reflecting an instantaneous stop leading the masses, as well as inhibition of the led masses to different laws of lead motion. The authors have shown that the modes of inhibition by dynamic approach to the processes of starting (and sometimes are worse than them).

Key words: dynamic; two-mass model; mode of inhibition; the elastic load.

Промислові маркіратори
VIDEOJET
 МАРКУЙТЕ КРАЩИМ!

Офіційний дистрибутор компанії Videojet в Україні:
 ТОВ "Альянс-КМ" м. Київ
www.aljans-km.com.ua
 e-mail: aljans@fast.kiev.ua
 Тел.: (044) 258-0555
 (044) 527-8933
 Факс: (044) 527-8935

Альянс-КМ

НОВОПАК СВ
 ООО «НОВОПАК СВ»

+38 045 732 1703
 +38 045 732 2498
 +38 045 732 2511

КИЕВСКАЯ обл., г. РЖИЦЕВ, ул. РАДИАТОРНАЯ, 42

WWW.NOVOPACKSV.COM.UA

СДЕЛАНО В УКРАИНЕ!

ПРОИЗВОДСТВО И РЕАЛИЗАЦИЯ
 ОДНОРАЗОВОЙ УПАКОВКИ (ЛОТКОВ)
 ИЗ ВСПЕНЕННОГО ПОЛИСТИРОЛА
 ДЛЯ ПИЩЕВЫХ
 ПРОДУКТОВ