

Одновісне розтягування розплаву полотна полімерної плівки (теоретичне дослідження процесу)

Г.І. Вєдь, к.т.н., А.Д. Петухов, д.т.н., І.О. Мікульонюк, д.т.н., О.М. Шнирук, НТУУ «КПІ», м. Київ

Переробка полімерів у тару, інші виробы і напівфабрикати часто супроводжується деформацією розтягування перероблюваних матеріалів. Результати раніше проведених досліджень цього процесу [1–4] здебільшого стосуються отримання залежностей величини деформації від напруження деформації (або навпаки), а також меж застосування цих залежностей або режимів деформування. Аналіз результатів цих досліджень свідчить, що за достатньо значної кількості отриманих залежностей область застосування кожної з них істотно обмежена.

У зв'язку із зазначеним, у цих дослідженнях зроблена спроба отримання залежності напруження у розплаві полімеру від його деформації на основі фундаментальних рівнянь руху (математичного вираження другого закону Ньютона) і нерозривності.

Розглянемо процес розтягування розплаву у вигляді екструдованого полотна (плівки), яке в подальшому захоплюється валками (тобто ділянка між екструзійною головкою й тяговими валками).

Запишемо рівняння руху у проекції на вісь x , яка спрямована вздовж полотна (вісь у спрямована у поперечному напрямку, а вісь z – по товщині полотна):

$$\rho \frac{\partial V_x}{\partial t} + \rho \left(V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \quad (1)$$

де ρ – густина, кг/м³; P – тиск, Па; V_x , V_y , V_z – проекції швидкості на осі x , y , z , м/с; t – час, с; τ_{xx} , τ_{xy} , τ_{xz} – проекції напруження на координатні осі, Па.

Приймаємо такі допущення:

- температура полотна постійна;
- тиск у матеріалі відсутній, тобто $\partial P / \partial x = 0$;
- масовою силою нехтуємо, тобто $\rho g_x = 0$;
- проекцією швидкості V_z нехтуємо;
- процес стаціонарний, тобто $\partial V_x / \partial t = 0$;
- деформація зсуву відсутня, тобто $\partial \tau_{xy} / \partial y = 0$ і $\partial \tau_{xz} / \partial z = 0$.

З урахуванням наведених допущень залежність (1) спрощується:

$$\rho \left(V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}, \quad (2)$$

де τ_{xx} – нормальні напруження у полотні (тобто σ_x), Па.

Проаналізуємо рівняння нерозривності потоку для цього процесу:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_z) = 0. \quad (3)$$

Оскільки температура полотна постійна і процес стаціонарний, то справедливі вирази:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0.$$

Тоді залежність (3) набуває вигляду:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = -\frac{\partial V_y}{\partial y}. \quad (4)$$

Таким чином, рівняння (2) і (4) є математичною моделлю одновісного розтягування розплаву полімеру – в напрямку осі x .

Схему одновісного витягування полімерного полотна за допомогою тягових валків після його виходу з плоскощілинної екструзійної головки наведено на рисунку.

Форма робочої ділянки полотна у плані – рівнобічна трапеція.

Кінцеве значення швидкості полотна вздовж осі x становить:

$$V_k = V_0 + \Delta V. \quad (5)$$

Швидкість розтягування полотна у межах робочої ділянки:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\partial(V_0 + \Delta V_x)}{\partial x} = \frac{\partial(\Delta V_x)}{\partial x} = \text{const}. \quad (6)$$

З виразу (6) маємо:

$$\left. \frac{\partial(\Delta V_x)}{\partial x} \right|_{x=H} = \left. \frac{V_x - V_0}{x} \right|_{x=H} = \frac{V_k - V_0}{H} = \frac{\Delta V}{H}, \quad (7)$$

а із врахуванням залежності (4) отримаємо:

$$\frac{\partial(\Delta V_x)}{\partial x} = -\frac{\partial V_y}{\partial y} = \text{const}, \quad (8)$$

а також:

$$\frac{\partial V_y}{\partial y} = -\frac{V_y}{b_x} = \frac{2 \bar{V}_y}{b_0 + b_k}, \quad (9)$$

де \bar{V}_y – середнє значення складової частини швидкості V_y , м/с.

Після підстановки залежностей (7) і (9) у вираз (8) отримаємо:

$$V_y = -\Delta V \frac{b_x}{2H}. \quad (10)$$

Після підстановки (5), (6) і (10) у (2) маємо:

$$\rho(V_0 + \Delta V_x) \frac{\partial(\Delta V_x)}{\partial x} - \rho \frac{\Delta V}{2H} b_x \frac{\partial(\Delta V_x)}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}. \quad (11)$$

Оскільки $b_x = b_0 - (b_0 - b_k) \frac{x}{H}$, то:

$$\rho(V_0 + \Delta V_x) \partial(\Delta V_x) - \rho \frac{\Delta V}{2H} \left[b_0 - (b_0 - b_k) \frac{x}{H} \right] \partial(\Delta V_x) = \partial \sigma_x. \quad (12)$$

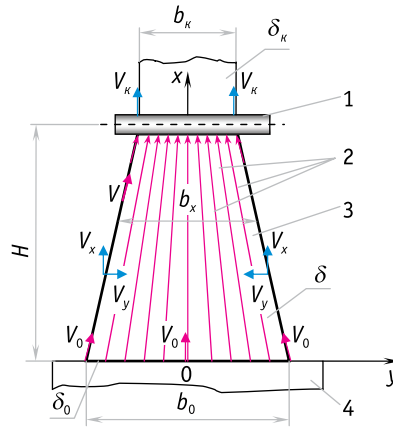


Рисунок. Схема одновісного витягування полімерного полотна: 1 — тягові валки; 2 — лінії потоку розплаву; 3 — полотно; 4 — екструзійна головка; $\delta, \delta_k, \delta_0$ — проміжна, кінцева й початкова товщини полотна, м; b_x, b_k, b_0 — проміжна, кінцева й початкова ширини полотна, м; V, V_k, V_0 — проміжна, кінцева й початкова швидкості полотна, м/с; V_x, V_y — складові частини проміжної швидкості V вздовж осей x та y , м/с; H — довжина робочої ділянки, м

З урахуванням виразів $\Delta V_x = \frac{\Delta V}{H} x$ і $d(\Delta V_x) = \frac{\Delta V}{H} dx$ після інтегрування рівняння (12) можна отримати (для $x = H$):

$$\sigma_k = \sigma_0 + \rho V_0 \Delta V + \rho \frac{\Delta V^2}{2} \left(\frac{2H - b_0 - b_k}{2H} \right), \quad (13)$$

де σ_0 — напруження під час розтягування розплаву у режимі $V_0 \rightarrow 0$, Па.

Рівняння (13) є функціональною залежністю напруження під час одновісного розтягування розплаву полімеру у вигляді полотна від швидкості деформації й геометричних характеристик полотна.

Оскільки справедлива залежність $V_0 \ll \Delta V$, то вираз (13) можна спростити:

$$\sigma_k = \sigma_0 + \rho \frac{\Delta V^2}{2} \left[\frac{2H - (b_0 + b_k)}{2H} \right]. \quad (14)$$

Із залежностей (7) і (9) маємо:

$$\Delta V = -\bar{V}_y \left(\frac{2H}{b_0 + b_k} \right). \quad (15)$$

Після підстановки (15) у (14) з урахуванням того, що $\bar{V}_y \Delta V = \frac{\dot{S}}{2t}$, де \dot{S} — швидкість створення поверхні полотна,

м²/с; t — час створення поверхні полотна, який дорівнює

$t = \frac{2H}{\Delta V}$, отримаємо:

$$\sigma_k = \sigma_0 + \rho \dot{S} \frac{\Delta V}{H} \left[\frac{(b_0 + b_k) - 2H}{4(b_0 + b_k)} \right]. \quad (16)$$

Підставимо у залежність (16) вираз для визначення швидкості створення початкової поверхні під дією швидкості ($\dot{S}_0 = V_0 b_0$):

$$\sigma_k = \sigma_0 + \xi V_0 \frac{\Delta V}{H} \left[\frac{(b_0 + b_k) - 2H}{4(b_0 + b_k)} \right] b_0, \quad (17)$$

де $\xi = \dot{S} / \dot{S}_0$ — швидкість створення відносної поверхні.

У залежності (17) вираз $\left[\frac{(b_0 + b_k) - 2H}{4(b_0 + b_k)} \right] b_0$ є геометричною характеристикою процесу, яка, оскільки $(b_0 + b_k) \gg 2H$, залишається постійною за різних режимів розтягування полотна.

Виготовлення полотна різної товщини можна здійснювати за умови $V_0 = \text{const}$ і $\Delta V / H = \text{const}$, тобто залежність напруження σ_k від ξ є прямо пропорційною, що підтверджує припущення, зроблене у роботі [5].

Література

1. *Виноградов Г.В.* Реология полимеров / Г.В. Виноградов, А.Я. Малкин. — М.: Химия, 1976. — 438 с.
2. *Малкин А.Я.* Реология: концепции, методы, приложения / А.Я. Малкин, А.И. Исаев. — СПб.: Профессия, 2010. — 560 с.
3. *Ballman R.L.* Viscosity at a longitudinal flow / R.L. Ballman // Rheol. Acta. — 1965. — Vol. 4, № 1. — P. 137–142.
4. *Ведь Г.И.* Исследование процесса растяжения расплава полимеров при повышенных скоростях / Г.И. Ведь, В.А. Сенатос, А.Д. Петухов // Химическое машиностроение: республик. межвед. научн.-техн. сб. — К.: Техніка, 1979. — Вып. 29. — С. 19–23.
5. *Ведь Г.И.* Некоторые особенности растяжения расплава полимеров / Г.И. Ведь, В.А. Сенатос, А.Д. Петухов // Химическая технология. — К.: Наук. думка, 1976. — № 3. — С. 42–44. *Ж*

Одноосное растяжение расплава полотна полимерной пленки (теоретическое исследование процесса)

Г.И. Ведь, к.т.н., А.Д. Петухов, д.т.н., И.О. Микулёнок, д.т.н., О.Н. Шнырук
 Сделана попытка установить взаимосвязь между напряжением и деформацией расплава полотна полимерной пленки при одноосном растяжении на основе фундаментальных уравнений движения и неразрывности. Получено уравнение, устанавливающее прямо пропорциональную зависимость между напряжением и деформацией (указанная зависимость ранее была подтверждена экспериментально). В качестве показателя деформации введена скорость относительного изменения поверхности.
Ключевые слова: полимерная пленка; одноосное растяжение; напряжение; деформация; зависимость.

Single-axis melt polymer film (theoretical analyses)

G.I. Ved, Ph.D., A.D. Petukhov, Dr., I.O. Mikulionok, Dr., O.M. Shnyruk
 Attempt to establish interrelation between pressure and deformation of polymer melt is made at single-axis stretching on the basis of the fundamental equations of movement and flow continuity. The equation establishing directly proportional dependence between pressure and deformation is received (the specified dependence has been confirmed earlier experimentally). As a deformation indicator speed of relative change of a surface is entered.
Keywords: polymer; single-axis stretching; pressure; deformation; dependence.